

O cubo de Rubik
O método básico das camadas

Egídio Gonçalves Pereira¹

Setembro de 2018

¹egipereira@gmail.com

Conteúdo

Preface	ix
1 Considerações gerais	1
2 A Cruz Branca	9
3 Cantos da Primeira Camada	11
4 Ciclone	15
5 Facada @ Cadafi	23
6 Sonho	29
7 Tango (Força L)	37
8 Valsa	39
9 P2C ou F2L	43
9.1 P2C pela ordem usual	43
9.2 P2C Por Ordem Alfabética	62

Preface

Este livro começou a ser escrito há uma meia dúzia de anos, tendo sido reformulado em Setembro de 2018. Inclui o formulário de P2C (F2L, como é mais conhecido), para que as pessoas que começam a aprender a resolver o cubo de Rubik $3 \times 3 \times 3$, possam passar a um nível mais elevado (que permite uma resolução com menos movimentos). Esperamos que não haja erros (nomeadamente nas figuras apresentadas).

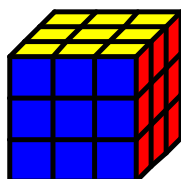
Uma pequena nota: discordo do chamado "Acordo Ortográfico"(AO). No entanto, a dada altura, achei que o devia respeitar, embora discordando. Mais tarde, resolvi escrever sem respeitar o AO, razão pela qual há palavras que o respeitam e palavras que o não respeitam.

Capítulo 1

Considerações gerais

O cubo de Rubik é uma quebra cabeças tridimensional, constituído por 27 peças com a forma dum cubo. Um desses pequenos cubos fica no interior do cubo maior e não pode ser visto. A esse cubo ficam aparafusados 6 cubos que têm uma só cor e são as peças centrais das várias faces do cubo. Essas peças mantêm a sua posição relativa. Além dessas 6 peças que ficam no centro das 6 faces do cubo, há 8 peças de canto e 12 peças de meio.

As peças de canto têm 3 cores e as peças de meio têm duas cores. Vejamos um desenho em perspectiva dum cubo resolvido:

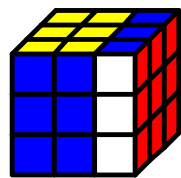


Podemos ver uma peça de canto com três cores: azul, vermelho e amarelo.

A face anterior é azul, a face superior é amarela e a face da direita é vermelha. Além destas três cores, há outras três que não estão visíveis.

A face posterior é verde, a face inferior é branca e a face da esquerda é laranja.

Todas as faces podem girar no sentido horário ou no sentido anti horário. Se girarmos a face vermelha 90 graus no sentido horário, as três peças que têm a cor vermelha e azul passam para a face superior do cubo e passamos a ver as três peças com vermelho e branco:



Convém que nos habituemos a rodar as várias faces quer no sentido horário quer no sentido anti horário e que saibamos a diferença entre as duas maneiras de rodar. A melhor maneira consiste em imaginar que colocamos a mão direita sobre uma face e rodamos como se fechássemos uma torneira. O movimento anti horário consiste em "abrir a torneira".

Observemos que na realidade os "cubos" que compõem o cubo de Rubik não são bem cubos, uma vez que são ocos, para permitirem que possam ser rodados. Mas o aspecto exterior é de um cubo para todos eles.

Seguidamente, vamos fazer algumas convenções para nos entendermos sem complicar muito a linguagem.

Começaremos pelas cores. Em português, temos verde e vermelho, azul e amarelo o que complica uma convenção. Por isso, vamos considerar os nomes das cores em inglês. Blue, Green, Orange, Red, White, Yellow. E, para facilitar, vamos considerar apenas a inicial.

Assim, quando quisermos rodar uma face, diremos a inicial da cor da peça central dessa face.

Na figura apresentada, se quisermos rodar a face amarela, diremos rode Y. Mas temos de indicar duas coisas: o sentido e quantos graus.

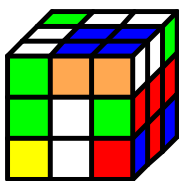
Podemos convencionar que Y significa rodar de 90 graus a face de centro amarelo (yellow), no sentido horário e que Y' significa rodar de 90 graus a face de centro amarelo (yellow), no sentido anti horário. Por vezes, escreveremos o texto em linguagem corrente. No entanto, vamos utilizar outra notação, pois a mesma é mais eficaz. Tal será feito um pouco mais adiante.

A resolução do cubo (previamente baralhado e com as cores todas misturadas) faz-se por etapas: começamos por conseguir uma face com uma só cor e depois vamos completando as sucessivas camadas.

Este pequeno livro baseia-se num tutorial de Carlos Alcântara colocado no YouTube. O link é <http://www.cubomagicobrasil.com/>

A parte final da resolução do cubo baseia-se em determinadas sequências que vão ter nomes para ser mais fácil fixarmos. Todos os nomes são da minha responsabilidade.

Vejamos um exemplo dum cubo baralhado:



Neste caso, não sabemos como são as outras três faces (que não estão visíveis). Vejamos alguns movimentos:

Y significa rodar (90 graus) a face da direita no sentido horário, passando as três peças da direita com vermelho, azul e amarelo para a face superior. É claro que as três peças com

azul, verde e vermelho passam para a face posterior e deixam de ser vistas na perspectiva. E os nove quadrados da face da direita também rodam, embora o quadrado central continue no centro da face direita...

Embora, algumas peças subam e outras desçam, algumas vezes diremos "sobe a direita" para ser mais fácil de decorar uma série de movimentos.

R' significa rodar (90 graus) a face de centro vermelho (a face anterior) no sentido anti horário. Isso fará com que a "linha" vermelho, amarelo, amarelo passe para a esquerda, ficando vermelho, amarelo, amarelo (de baixo para cima). E analogamente para o restante...

Chamaremos centros opostos aos centros que ficam em faces paralelas. Os centros branco e amarelo são opostos e o mesmo acontece com os centros azul e verde e os centros vermelho e laranja. Note-se que nem todos os cubos têm as mesmas cores e a mesma orientação.

No método que vamos aprender, consideramos que a face branca (o centro branco) fica voltada para baixo. E isso acontecerá até ao fim da resolução.

O leitor deverá resolver todos os problemas, colocando o centro branco para baixo e o centro amarelo para cima. De resto, poderá girar todo o cubo à sua vontade, o que corresponde a olhá-lo de frente, da direita, da esquerda ou de trás.

Vejamos, alguns movimentos que serão necessários efectuar.

Na primeira camada, temos uma peça de meio com a cor branca. A outra cor desconhecemos (pois não está visível).

Se quisermos levar essa peça para a posição onde está a peça verde, fazemos dois movimentos: em primeiro lugar, rodamos a face anterior 90 graus no sentido anti horário, passando a peça de meio branca para o lugar da azul (da face anterior). Depois, rodamos a face da direita de 90 graus no sentido horário.

Esses dois movimentos codificados ficam R' , Y . Obtemos, assim, uma maneira económica e rigorosa de explicitar os movimentos realizados ou a realizar. Note-se que poderemos eliminar a vírgula, ficando apenas $R'Y$.

Numa segunda fase, escreveremos expressões matemáticas, onde as letras têm um aspecto ligeiramente diferente. Além disso, substituiremos R' por expoente R^{-1} , Y' por Y^{-1} , etc..

Note-se que, habitualmente, as pessoas ligadas ao cubo escrevem R' , bem como R^2 , para duas rotações consecutivas. Neste texto, escreveremos R^2 , em vez de R^2 . Note-se que R^2 corresponde a uma rotação de 180 graus, no sentido horário e R^{-2} corresponde a uma rotação de 180 graus no sentido anti horário. Embora o resultado final seja o mesmo, a maneira como a rotação é feita é diferente.

Note-se que a notação dos movimentos $R'Y$, será substituída por $R^{-1}Y$.

O cubo virtual que eu possuo não admite outros movimentos, para além dos 12 já referidos: cada face pode girar 90 graus no sentido horário ou no sentido anti horário. Mas tudo depende do software.

Na literatura relacionada com o cubo mágico, aparecem outros movimentos. As notações não são uniformes, embora comece a surgir uma tentativa de unificação. Por exem-

plo, podemos querer rodar as duas camadas da direita, como se estivessem "coladas" uma na outra. Aqui, utilizaremos a notação D_2 . Se quisermos rodar as duas camadas da direita de 180 graus, escreveremos D_2^2 . Ou D_2^{-2} , se quisermos fazer a rotação no sentido anti-horário, sendo que o efeito é o mesmo do anterior.

Outro movimento frequente é a rotação das camadas do meio. É claro que há 3 camadas de meio.

M significa rodar 90 graus a camada do meio, entre as faces direita e esquerda, de modo que as peças da face de cima passem para a frente. M^{-1} é o movimento contrário, M^2 consiste em aplicar M duas vezes e M^{-2} consiste em aplicar M^{-1} duas vezes.

Q significa rodar a camada de meio paralela às faces superior e inferior, de modo que as peças da frente dessa camada passem para a direita. Analogamente, ao caso anterior, teremos Q^{-1} , Q^2 e Q^{-2} .

S significa rodar a camada de meio paralela às faces da frente e de trás, de modo que as peças de cima dessa camada passem para a direita. Analogamente, ao caso anterior, teremos S^{-1} , S^2 e S^{-2} .

Se quiser uma maneira para fixar, pode ser esta: O movimento das camadas de meio tem o mesmo sentido da camada da esquerda, de baixo ou da frente, consoante o caso.

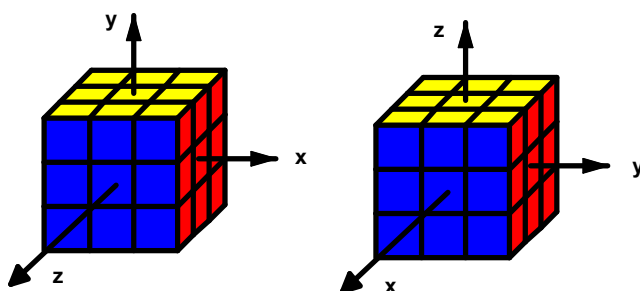
Note-se que é "mais fácil" rodar duas camadas e devolver a camada exterior. Assim, o movimento M pode ser substituído por $D_2^{-1}D$, ou seja, "trazemos" as duas camadas da direita e "levamos" a camada exterior (a da direita). Também poderemos fazer E_2E^{-1} . O mesmo se pode fazer com Q e com S . Repare que não utilizamos as notações habituais M , E e S , porque E é usado para "esquerda". Então, este "falso" E será substituído por Q , tendo-se $Q = C_2^{-1}C$. Note-se que também poderemos utilizar B_2B^{-1} .

Quanto ao S , ele pode ser substituído por F_2F^{-1} ou por $T_2^{-1}T$, sendo que esta última maneira dá mais "trabalho".

Por fim, temos três rotações de todo o cubo, mantendo a posição relativa entre todas as peças.

Esses movimentos são representados, habitualmente, por x, x', y, y', z, z' . Esta notação não parece ter sido escolhida por matemáticos, mas não garanto. Nós vamos representá-los por $x, x^{-1}, y, y^{-1}, z, xz^{-1}$ ou por $D_3, D_3^{-1}, C_3, C_3^{-1}, F_3, F_3^{-1}$.

Observemos a figura seguinte:



No cubo da direita, estão representados três eixos na posição comum em Matemática.

No cubo da esquerda, estão colocados os três eixos numa posição nada usual, mas é aquela que torna inteligíveis os movimentos habituais, acima referidos.

Assim, x significa rodar todo o cubo em torno do eixo dos x , continuando a face vermelha à direita e passando a face azul para cima.

Sabendo o que é x , também sabemos o que é x^{-1} e, se fosse caso disso, x^2 e x^{-2} .

Analogamente, y significa rodar todo o cubo 90 graus em torno do eixo dos y . Ou seja, pomos a mão na face de cima e rodamos todo o cubo no sentido horário.

Por fim, z significa rodar todo o cubo em torno do eixo dos z , de modo que a face de cima passe para a direita.

Observação importante:

Todos os movimentos acima indicados estão referidos ao cubo da esquerda e não ao cubo da direita (na figura anterior). Note-se ainda que a rotação dum cubo virtual pode ser feita com o rato (mouse), que a rotação de duas camadas pode ser feita rodando a terceira camada (paralela a essas duas no sentido inverso, rodando convenientemente o cubo) e que a rotação das camadas de meio pode ser substituída pela rotação das camadas exteriores (de forma adequada) e pela rotação conveniente do cubo.

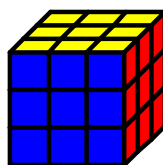
Por fim, note-se que a vantagem da utilização das rotações do cubo reside na simplificação de certas fórmulas, permitindo que sejam utilizados movimentos mais rápidos como, por exemplo, D e C .

Como vimos, em vez de x, y, z vamos utilizar as seguintes notações: D_3, C_3, F_3 . D_3 , por exemplo, significa rodar as 3 camadas da direita (ou seja, todo o cubo), no sentido horário.

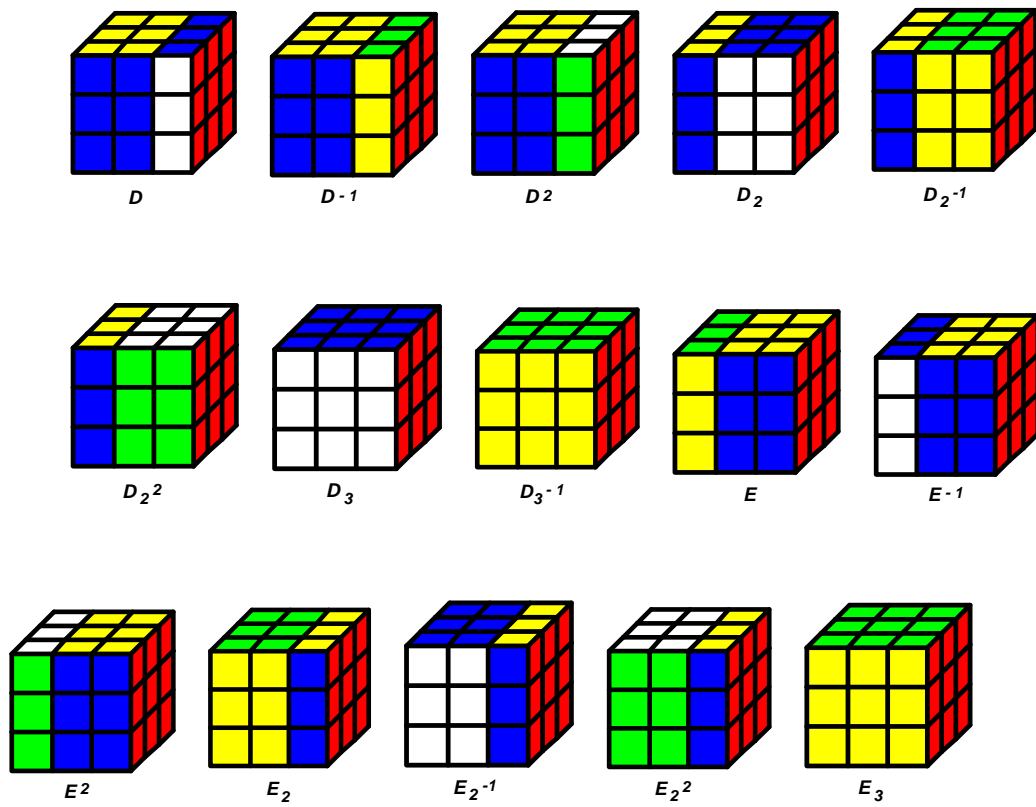
Esta notação é bastante conveniente em cubos "maiores", por exemplo, no cubo $5 \times 5 \times 5$ ou mesmo no cubo $4 \times 4 \times 4$.

Vejam as imagens dos vários movimentos, quando aplicados a um cubo resolvido, sendo que cada movimento se aplica ao cubo resolvido e não a posições entretanto obtidas.

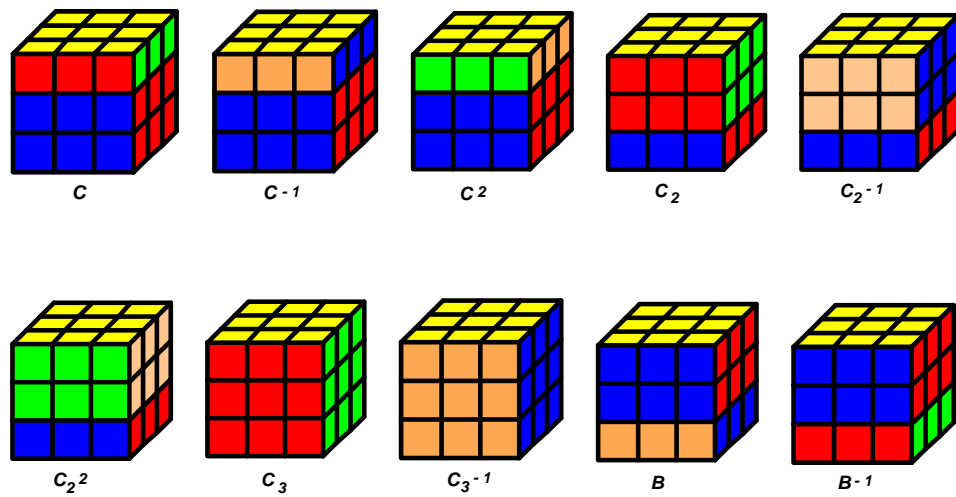
Vamos considerar que a situação inicial do cubo é a da figura seguinte, ou seja, centro azul, na frente e centro amarelo, em cima.

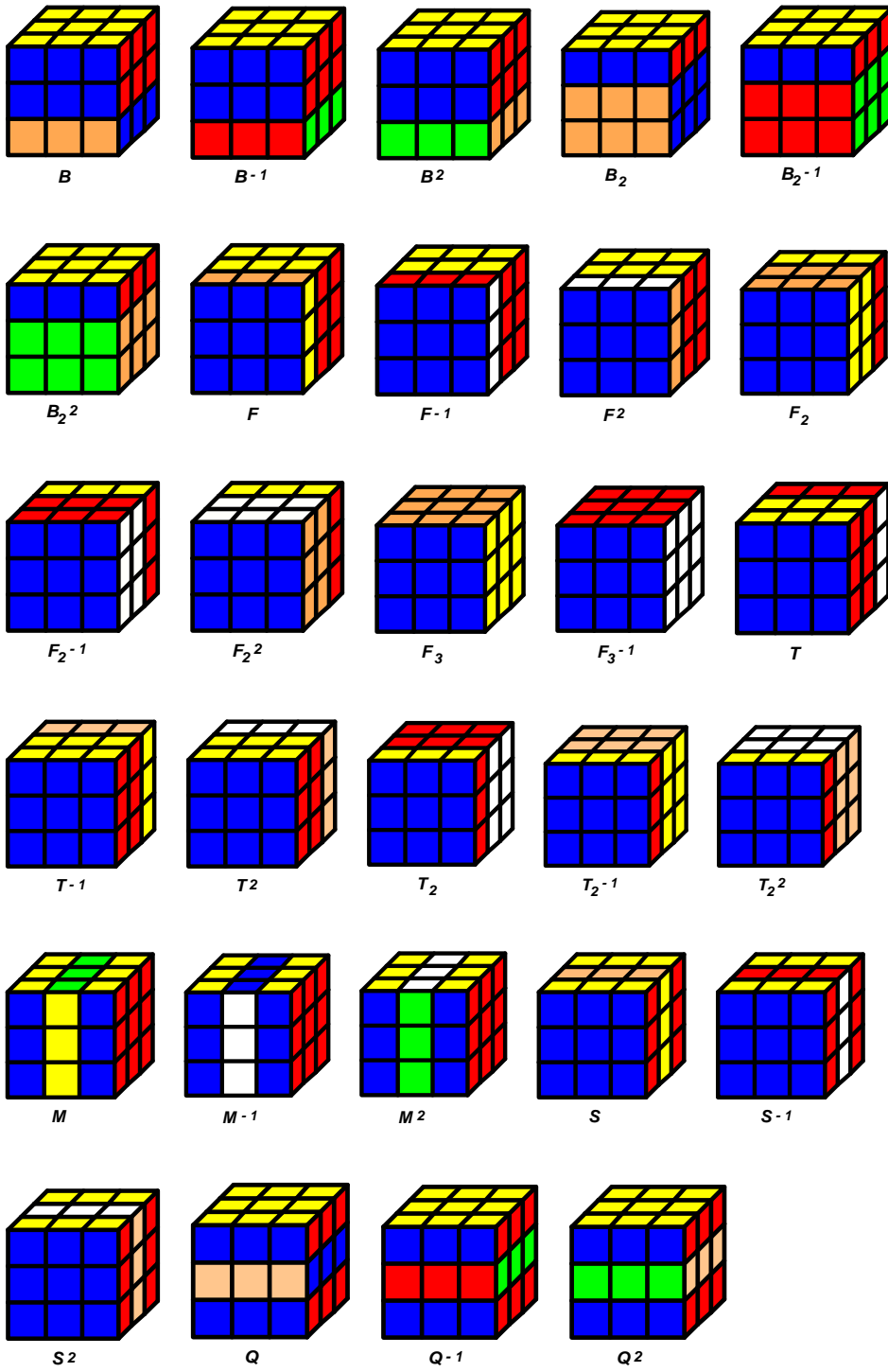


Movimentos nas várias camadas exteriores



Note-se que não precisamos de E_3 , pois este movimento é o mesmo que D_3^{-1} .





Note-se que $M = D_2^{-1}D$, $S = F_2F^{-1}$ e $Q = B_2B^{-1}$. A letra Q tem origem na palavra Equador e foi escolhida, porque usamos E para movimentar a camada Esquerda. Note-se que os movimentos M , S e Q são análogos a E , F e B .

Cantos e Meios

Neste texto, os cantos e os meios da camada de cima são identificados da seguinte maneira:

Canto 1	Meio N	Canto 2
Meio W		Meio E
Canto 4	Meio S	Canto 3

Agora, passemos à resolução do cubo (o que será feito por etapas, nos capítulos seguintes). Lembre-se que pode consultar o tutorial indicado anteriormente, de modo a melhor entender os vários movimentos. O texto serve para fixar melhor o que vai fazer. O tutorial mostra melhor os movimentos a efectuar.

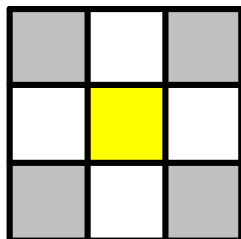
Capítulo 2

A Cruz Branca

Como referido anteriormente, vamos colocar o centro branco voltado para baixo e o centro amarelo voltado para cima.

O primeiro objectivo é colocar em volta do centro amarelo as quatro peças de meio com a cor branca, formando uma cruz (o sinal +). Isso é feito duma forma intuitiva, podendo ser necessário rodar a face superior para colocar uma peça numa posição onde já esteja outra.

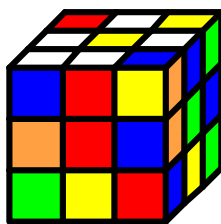
A face superior deve ficar com o seguinte aspecto:



Os quadrados a cinzento podem ter uma cor qualquer. Não nos interessa essa cor, por enquanto. Os quatro quadrados brancos e o quadrado central amarelo formam um cruz (o sinal +). O leitor deve treinar várias vezes a construção desta cruz, embora seja uma questão bastante fácil.

O leitor deve ainda notar que cada uma destas 4 peças brancas (da cruz) tem outra cor e que essa cor não pode ser nem o branco nem o amarelo. Então, haverá uma peça branca e verde, outra branca e azul, outra branca e vermelha e, por fim, uma branca e laranja.

Na figura seguinte, temos um exemplo dum cubo com a cruz branca em volta do centro amarelo.



O passo seguinte consiste em obter a cruz branca em torno do centro branco, mas dum modo especial. A outra cor (além do branco) deve ser igual à cor do centro da respectiva face. Assim, no caso da figura, basta-nos rodar duas vezes a face da frente, mantendo-se o alinhamento das duas peças com vermelho.

Quanto à peça branca e azul, ela tem de ser alinhada com o centro azul, pelo que a face superior tem de rodar 180 graus. Depois, rodamos a face da esquerda 180 graus, obtendo-se duas peças brancas da cruz na face inferior. E procedemos de igual modo com as duas outras peças: alinhamos com o centro respectivo e rodamos 180 graus.

Os seis movimentos acima referidos (para colocar as duas peças de meio) podem ser traduzidos por $RRYYBB$, por $RRYYBB$ ou por $R^2Y^2B^2$. No entanto, utilizaremos a notação $F^2C^2D^2$. Note-se que, os cubistas costumam considerar que $F^2C^2D^2$ é uma sequência de três movimentos e não seis.

Depois, ainda teríamos de colocar as outras duas peças da cruz branca, o que se faz de forma semelhante.

Terminada a cruz branca em torno do centro branco e com as peças devidamente alinhadas com os centros das faces laterais, falta-nos colocar os cantos que ainda não estejam na posição correta. Esses cantos têm 3 cores, sendo o branco uma delas. As outras duas cores têm de ficar alinhadas com os centros das faces laterais (frente, trás, esquerda e direita).

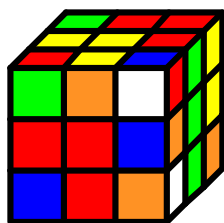
Observação

A maneira que foi descrita, para a construção do centro branco, é bastante elementar e não costuma ser utilizada por ninguém (a não ser no primeiro dia).

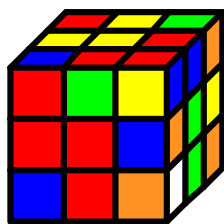
Capítulo 3

Cantos da Primeira Camada

Consideremos o seguinte caso em que a cruz branca (devidamente alinhada) já está pronta.



Vejamos como colocar uma peça de canto (que tenha a cor branca). O canto branco, azul e vermelho é colocado da seguinte maneira: rodamos a face superior no sentido horário, de modo a que o vermelho fique alinhado com o centro vermelho, ou seja, de modo que o vermelho desse canto fique na face da frente. Eis a nova posição:



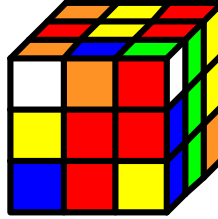
A cor branca da peça de canto (branca, azul e vermelha) ficou escondida, mas a peça está no canto superior esquerdo da camada da Frente.

A sequência necessária para colocar a peça no seu devido lugar é "sobe, gira e desce". Neste caso, como o vermelho do canto está alinhado com o centro vermelho, rodamos a

face esquerda no sentido anti horário, a face superior no sentido anti horário e, por fim, a face esquerda no sentido horário. Ou seja, $B^{-1}Y^{-1}B$, usando as iniciais das cores (em Inglês), ou $E^{-1}C^{-1}E$, utilizando a "nossa" notação.

Trata-se duma sequência muito fácil que pode ser traduzida por "alinha, sobe, gira e desce". Consoante a posição da peça depois de alinhada, trabalharemos com a face esquerda ou com a face direita.

Vejamus um exemplo, onde rodaremos a face da direita:

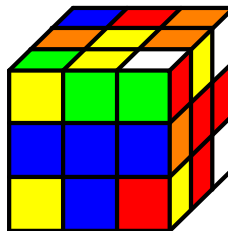


O canto vermelho, verde e branco está devidamente alinhado com o centro vermelho e o branco está na lateral da última camada (não está na face superior). Temos de realizar três movimentos: Direita, Cima, Direita ao contrário. Ou seja, DCD^{-1} . Ou ainda, utilizando as cores dos centros: GYG^{-1} .

Por vezes acontecem situações que requerem mais trabalho para colocar a peça no canto respectivo.

A primeira situação é quando o branco fica na face superior. Nesse caso, rodamos a face superior de modo a que a peça problemática fique por cima dum canto ainda não resolvido da face branca. Depois, rodamos um das faces laterais, de modo a que o branco fique na lateral. A seguir, rodamos a face superior para afastamos o branco da face que tem de voltar atrás (para a cruz). Note que há dois cantos disponíveis para colocar a peça com o branco. Depois, como o branco já não está na face superior, a questão resolve-se como anteriormente: alinha, sobe, gira e desce.

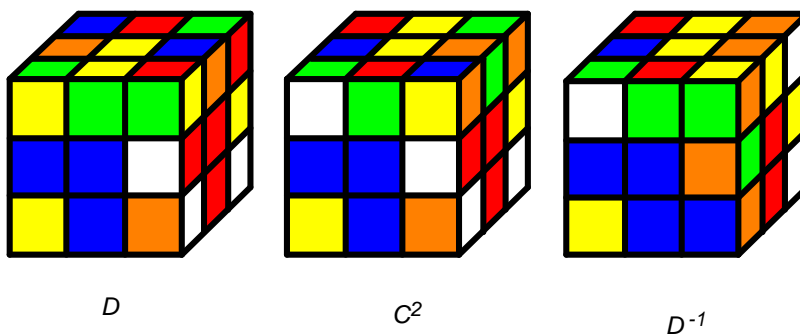
Vejamus o seguinte exemplo, com a cruz branca já formada:



Na figura anterior, vemos três cantos com branco, sendo que o canto mais simples de colocar é o canto azul, laranja e branco (do qual não vemos o azul).

No entanto, queremos ilustrar a maneira de colocar o canto verde, vermelho e branco. Temos duas opções, para o primeiro movimento: D ou F^{-1} .

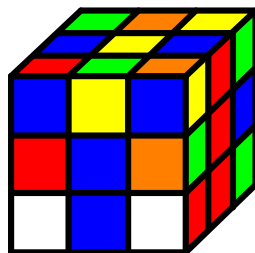
Fazendo D , seguimos com C^2 e D^{-1} . Ou seja, fazemos DC^2D^{-1} .



Agora, já podemos colocar o canto verde, vermelho e branco. Para isso, teríamos de começar por C^2 , para que o vermelho do canto ficasse alinhado com o centro vermelho.

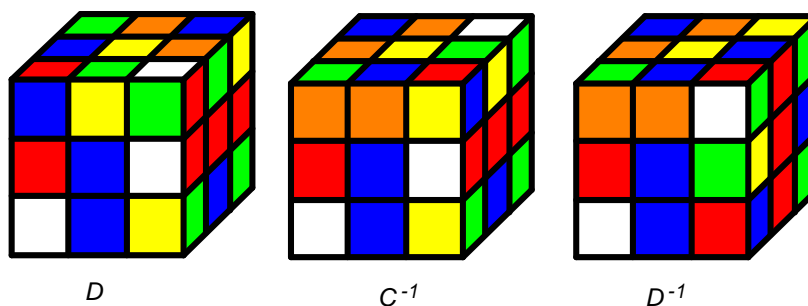
Convém salientar o seguinte: no caso anterior, devíamos ter começado por colocar o canto azul, laranja e branco, porque esse canto já está na camada de cima, com o branco não voltado para Cima.

A segunda situação é aquela em que a peça com branco está numa posição errada da primeira camada. Aí, a solução é a mesma: sobe, gira e desce, mas devemos ter atenção para não deixar o branco voltado para cima.



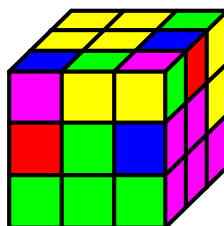
Há dois cantos da primeira camada que têm o branco voltado para a Frente. Aquele que está na camada da direita tem as cores verde (invisível), vermelho e branco.

Se rodarmos a camada da direita, o branco vai ficar voltado para cima, mas podemos resolver o problema facilmente: $DC^{-1}D^{-1}$. Passo a passo, temos:



Agora, o vermelho já não está voltado para cima, pelo que basta rodar a camada de cima, de modo a termos o verde alinhado com o centro verde. Para isso, começamos por fazer C^{-1} . Depois, basta colocarmos o canto, sendo conveniente rodarmos o cubo, deixando o centro verde, na frente.

Nesta altura, o leitor deve treinar bastante a construção da face branca. No final deste passo, teremos a face branca e todas as cores da primeira camada devidamente colocadas, como na figura seguinte.



Note-se que, para colocar os quatro cantos da primeira camada, basta-nos raciocinar e um pouco de treino.

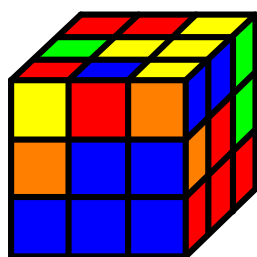
Capítulo 4

Ciclone

Neste capítulo, aprenderemos a colocar as quatro peças de meio. Note que algumas delas (ou todas...) poderão já estar na posição correta.

Agora, temos de colocar as peças de meio na segunda camada. São quatro peças.

Observemos a figura seguinte e verifiquemos que a peça azul e vermelha está mal colocada, pois está na terceira camada. E há outras duas peças de meio mal colocadas. Por acaso, já temos um meio bem colocado, embora essa peça não esteja visível.



Vamos começar por alinhar o vermelho com o centro vermelho. Há duas possibilidades: C^{-1} ou B_2^{-1} . Para não termos que fazer muitos desenhos, vamos fazer B_2^{-1} .

O nosso primeiro objectivo é colocar a peça de meio azul e vermelha no local onde está colocada a peça de meio da qual só vemos a face laranja, deixando os quatro cantos na posição em que se encontram e não desfazendo a cruz branca.

Para isso, vamos utilizar a sequência Ciclone, notando que a peça azul e vermelha já tem o vermelho alinhado com o centro vermelho:

Roda-se a face superior de modo que a peça a colocar vá para a direita (para o lado contrário ao que pretendemos), sobe o lado que vai receber a peça (lado esquerdo), roda a face superior para o lado que rodou antes e desce o lado esquerdo, etc..

Simbolicamente, temos: $C^{-1}E^{-1}C^{-1}E$, etc..

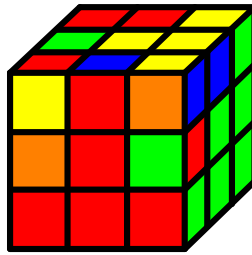
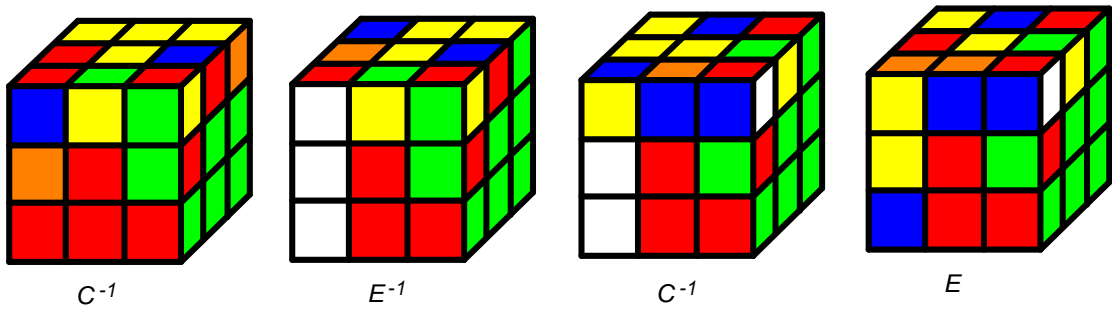
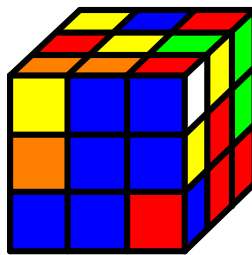


Figura 4.1:

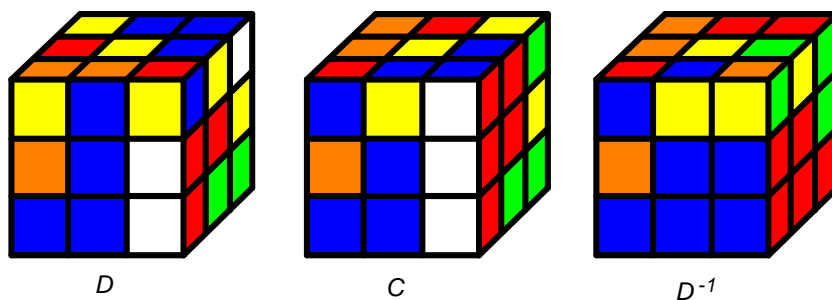


O et cetera significa recolocar o canto que saiu do lugar, isto é, temos de recolocar o canto azul, vermelho e branco.

Neste caso, vamos rodar as duas camadas de baixo, de modo a que os cantos de cima fiquem na mesma posição.

 B_2

Nesta posição, basta-nos colocar o canto azul, vermelho e branco na primeira camada, fazendo DCD^{-1} :

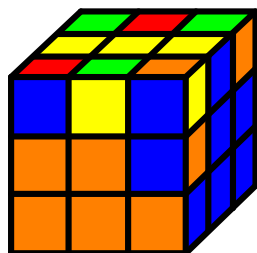


Juntando as três sequências, temos

$$C^{-1}E^{-1}C^{-1}EB_2DCD^{-1}$$

Depois, é uma questão de ir colocando as peças de meio que não têm amarelo nem branco.

Note-se que pode ser necessário retirar alguma peça que esteja no local certo mas com as cores invertidas. Para isso coloca-se lá uma qualquer peça de meio que contenha a cor amarela (de preferência).



No exemplo anterior, a peça azul e laranja está no local certo, mas as cores não estão a combinar com os centros. Que fazer? Se quisermos, podemos lá colocar a peça verde e amarela.

Seguindo a regra anterior, rodamos a camada superior, sobe a camada da direita, gira a camada de cima e volta com a camada da direita. Ou seja, $CD CD^{-1}$.

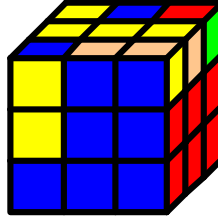
Agora, realinhamos o canto com o centro com C^{-1} , após o que fazemos $F^{-1}C^{-1}F$. Então, no total, temos $CD CD^{-1}C^{-1}F^{-1}C^{-1}F$.

Esta é uma das duas sequências a que damos o nome de Ciclone:

$$CD CD^{-1}C^{-1}F^{-1}C^{-1}F$$

Neste caso, a sequência serviu para colocar o meio verde e amarelo no lugar em que estava o meio azul e laranja. Desta maneira, obtivemos o meio azul e laranja na terceira camada, pelo que podemos aplicar a mesma sequência, para colocar o meio azul e laranja. Podemos chamar à sequência anterior "Ciclone à Direita".

Suponhamos que temos o seguinte caso:



Agora, temos de colocar o meio azul e laranja na camada da esquerda. A sequência a aplicar é a seguinte:

$$C^{-1}E^{-1}C^{-1}ECFCF^{-1}$$

À sequência anterior, chamamos "Ciclone à Esquerda".

Observação

A sequência a que pusemos o nome de Ciclone pode ser definida do seguinte modo:

$CDCD^{-1}C^{-1}F^{-1}C^{-1}F$ (no caso em que a peça vai ser colocada no lado direito)

$C^{-1}E^{-1}C^{-1}ECFCF^{-1}$ (no caso em que a peça vai ser colocada no lado esquerdo)

Repare-se que se passa da primeira sequência para a segunda, substituindo D por E (direita por esquerda) e mudando o sentido a todos os movimentos.

No entanto, mais vale fixar os primeiros quatro movimentos e recolocar o canto que desalinhou.

As fórmulas que temos usado não respeitam a habitual convenção usada em Matemática. Para que isso acontecesse, deviam estar escritas por ordem inversa. Isso tem a ver com funções compostas. Assim, o dobro do triplo de 5 é o dobro de 15 ou seja, 30. Repare-se que para calcular o dobro do triplo de 5, começamos pelo fim. Se tivermos o dobro do quadrado do triplo de 2, faremos o dobro do quadrado de 6, depois, o dobro de 36 e, por fim, 72.

No entanto, para não complicar a leitura e os movimentos do cubo, apresentamos as fórmulas pela ordem não usual em Matemática. Mas não podíamos deixar de registar o facto.

As fórmulas anteriores podem ser escritas da seguinte maneira:

Ciclone à direita: $CDCD'C'FC'F$

Ciclone à esquerda: $C'E'C'ECFCF'$

Mas, como já dissemos, nós escreveremos da seguinte maneira:

$$CDCD^{-1}C^{-1}FC^{-1}F \text{ e } C^{-1}E^{-1}C^{-1}ECFCF^{-1}$$

Com a aplicação de algoritmos, na resolução do cubo de Rubik, pretende-se resolver um determinado problema, sem estarmos a pensar em como resolvê-lo.

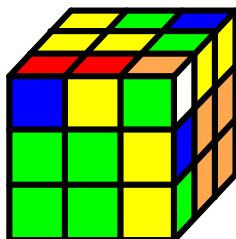
No entanto, é útil a compreensão de certas sequências. Uma das sequências mais importantes é a seguinte:

$$DCD^{-1}$$

Trata-se duma sequência de três movimentos e pode aplicar-se na Direita, na Esquerda, na Frente ou aTrás. E, em cada um dos quatro casos anteriores, existe duas possibilidades. No entanto, podemos considerar dois únicos algoritmos:

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Direita: } DCD^{-1} \\ \text{Esquerda: } E^{-1}C^{-1}E \end{array} \right.$$

Vejamos o seguinte exemplo:



Só falta colocar um meio e um canto, para completarmos as duas primeiras camadas. É claro que o meio da segunda camada que falta colocar é o meio verde e laranja (que está em Cima, na camada de Trás). E o último canto que nos falta colocar, na primeira camada, é o canto verde, laranja e branco.

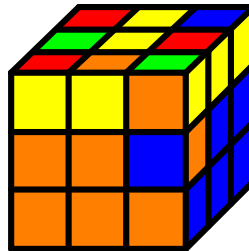
Repare-se na simplicidade e no poder da sequência DCD^{-1} :

Quando rodamos a camada da direita, o canto verde, laranja e branco, vai juntar-se ao meio verde e laranja, ficando as cores bem alinhadas; quando fazemos C , as duas peças ficam na camada da direita e continuam bem alinhadas. E, por fim, quando fazemos D^{-1} , o canto e o meio ficam bem colocados, completando-se as duas primeiras camadas. À sequência DCD^{-1} , damos o nome de "Pesca à Direita", porque o canto (verde, laranja e branco) vai "pescar" o meio (verde e laranja), tendo-se que as duas peças ficam nas posições e lugares pretendidos.

A "Pesca Esquerda" faz algo de semelhante (e simétrico): $E^{-1}C^{-1}E$ faz com que o canto (Cima, Esquerda, Frente) vá pescar o mesmo meio, trazendo as duas peças para a primeira camada.

Embora seja útil, treinar as duas sequências "Ciclone", veremos que não precisamos delas, pois é preferível (e menos trabalhoso), colocar as duas peças de canto e meio, em simultâneo).

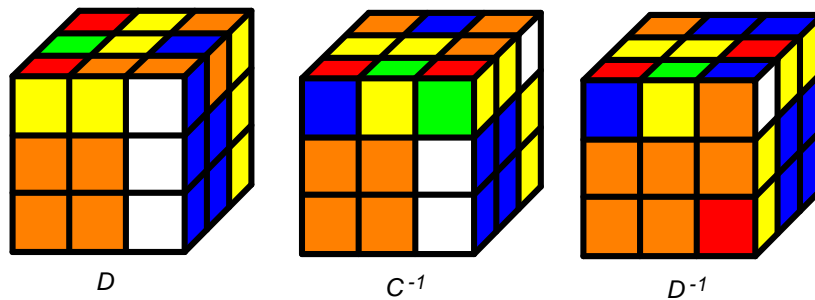
Consideremos o seguinte exemplo (que é bastante frequente, quando resolvemos o cubo):



Para retirar o meio azul e laranja e voltar a colocá-lo, precisamos de 16 movimentos, uma vez que aplicaremos o "Ciclone" duas vezes.

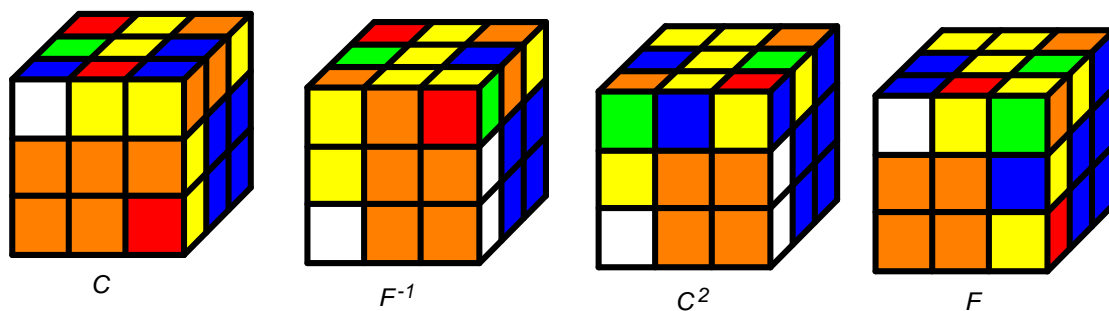
No entanto, é possível resolver o problema, utilizando menos movimentos. Repare-se que temos de separar as duas peças (canto e meio) que estão mal alinhadas.

Façamos $DC^{-1}D^{-1}$:



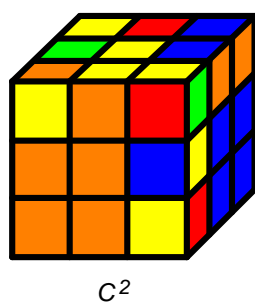
Agora, temos o canto azul, laranja e branco na terceira camada e o meio azul e laranja, também. Só que, neste caso, embora o canto tenha a face laranja alinhada com o centro laranja, não podemos aplicar a "Pesca", porque as duas peças têm o azul voltado para cima. A resolução desta situação é um pouco mais complicada que a "Pesca", mas não é especialmente difícil.

Há um problema: não podemos fazer D^{-1} , porque isso iria desfazer o canto e meio com azul e vermelho. Mas, se fizermos, $CF^{-1}C^2F$, obtemos (sucessivamente) as seguintes posições:



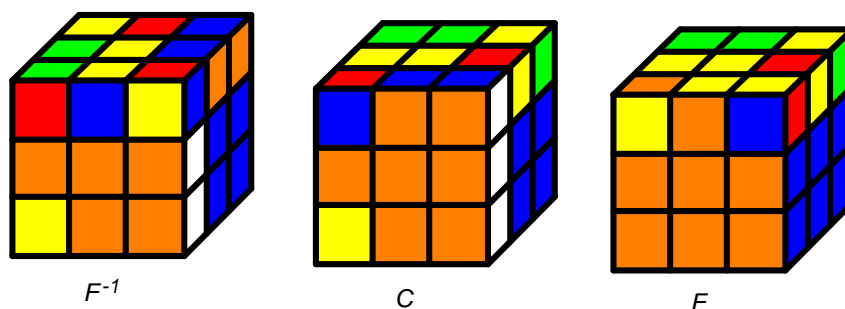
Agora, as duas peças que pretendemos colocar, nas duas primeiras camadas, estão bem alinhadas, pelo que só nos falta saber como se consegue colocá-las.

A resposta começa por C^2 , obtendo-se



Note-se que o meio azul e laranja não fica bem alinhado com o centro da segunda camada (o laranja fica junto do centro azul).

Agora, basta fazermos $F^{-1}CF$:



E temos as duas primeiras camadas resolvidas.
Se quisermos fixar o algoritmo, temos

$$DC^{-1}D^{-1}CF^{-1}C^2FC^2F^{-1}CF$$

Repare-se que são onze movimentos, em vez de dezasseis. No entanto, se acrescentarmos quatro movimentos para colocar o canto, teremos onze movimentos em vez de vinte, ou seja, pouco mais de metade.

Observação

Como vimos neste último exemplo, é conveniente conhecermos alguns casos importantes que nos permitem colocar o canto e o meio adequado de uma só vez. Procedendo dessa maneira, o número de movimentos será muito menor.

Logo, devemos começar por aprender a formar a cruz branca, após o que devemos colocar cantos e meio, em simultâneo.

Mais importante do que querer aprender a resolver o cubo de Rubik, num dia, é aprender a resolver alguns dos passos. Ou seja, devemos baralhar o cubo e, depois, formamos a cruz branca. Devemos fazer isso, tantas vezes quantas as necessárias. Depois, de sabermos formar a cruz branca, devemos aprender a colocar os pares de canto e meio.

Quando soubermos resolver as duas primeiras camadas, sem dúvidas nem hesitações, então passamos ao passo seguinte.

Capítulo 5

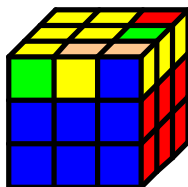
Facada @ Cadafi

Depois de completarmos as duas primeiras camadas, temos que resolver a terceira. E vamos começar por fazer uma cruz amarela (+) na face superior.

Para isso, usamos a sequência $FCDC^{-1}D^{-1}F^{-1}$, sequência formada por três movimentos no sentido horário e três movimentos no sentido anti horário. Facada @ Cadafi é uma maneira simples de decorarmos a sequência. Repare que só nos interessam as consoantes (pela ordem em que estão nas duas palavras).

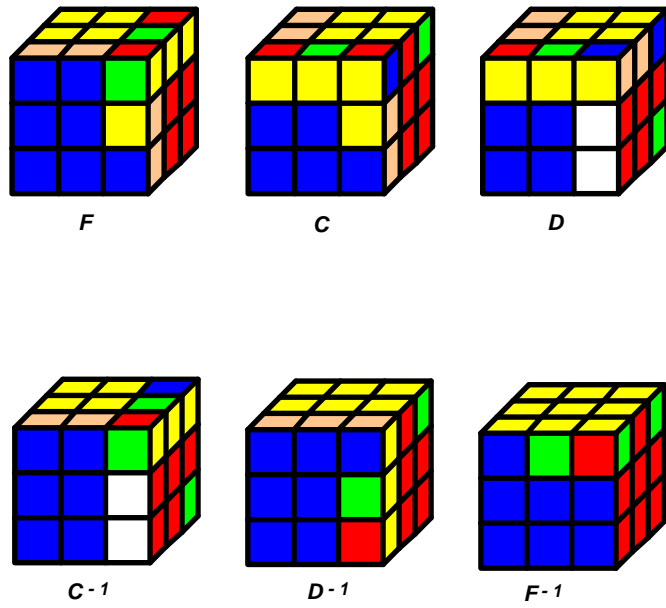
Há três hipóteses possíveis quando acabamos a segunda camada: há zero, duas ou quatro peças de meio devidamente colocadas para formar a cruz amarela. Se houver quatro peças, a cruz já está formada e passamos adiante.

Vejamos o caso mais fácil:

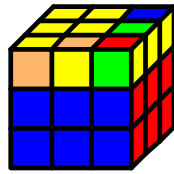


Os meios "Norte" e "Oeste" já têm o amarelo voltado para cima, só faltando acertar os meios "Sul" e "Leste".

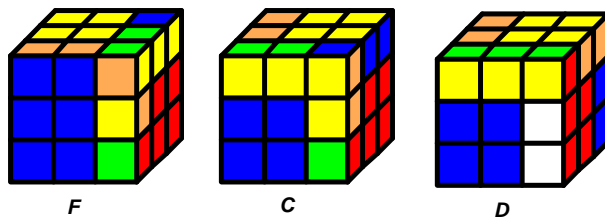
Aplicamos a sequência $FCDC^{-1}D^{-1}F^{-1}$:

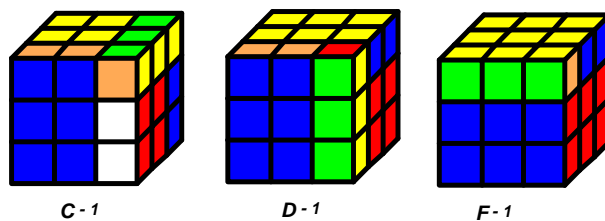


Neste caso, toda a face superior ficou resolvida, mas raramente acontece isso. Vejamos um segundo exemplo:



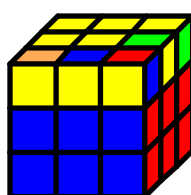
Aplicando a sequência $FCDC^{-1}D^{-1}F^{-1}$, obtemos:



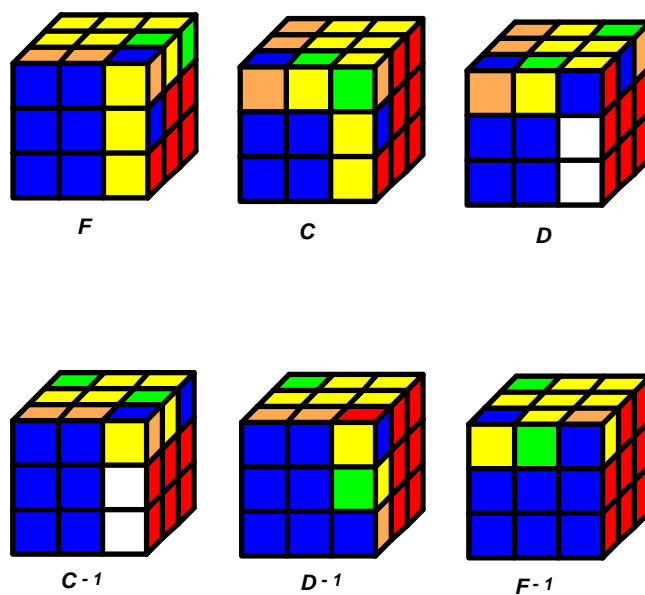


Neste exemplo, ainda obtivemos a face superior toda amarela, embora o cubo não esteja resolvido.

Veamos um terceiro exemplo:



Aplicando a sequência $FCDC^{-1}D^{-1}F^{-1}$, obtemos:



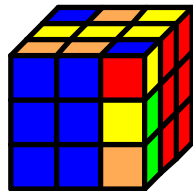
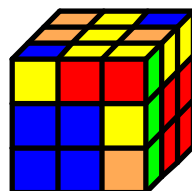
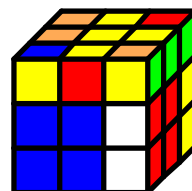
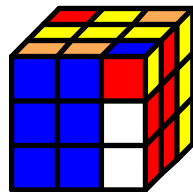
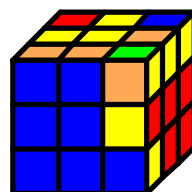
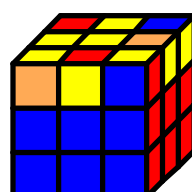
Neste terceiro caso, já não obtivemos a face superior toda amarela.

Vejamus outra situação, com dois meios com o amarelo voltado para cima:



Neste caso, são os meios "Leste" e "Oeste" que têm o amarelo voltado para cima, faltando acertar os meios "Norte" e "Sul".

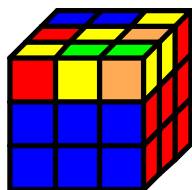
Apliquemos a sequência $FCDC^{-1}D^{-1}F^{-1}$:

*F**C**D**C⁻¹**D⁻¹**F⁻¹*

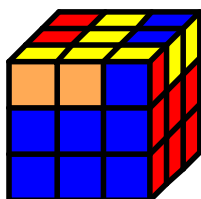
Como podemos ver, caímos na situação anterior, em que estão resolvidos os meios "Norte" e "Oeste".

Então, precisamos de aplicar, outra vez, a sequência $FCDC^{-1}D^{-1}F^{-1}$.

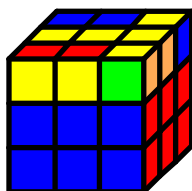
Vejamus a última situação que pode ocorrer:



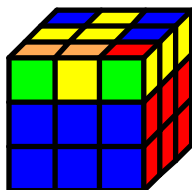
Neste caso, não temos nenhum meio com amarelo voltado para cima e, aplicando a sequência $FCDC^{-1}D^{-1}F^{-1}$, obtemos a seguinte posição:



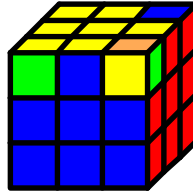
Neste caso, obtivemos um T amarelo invertido. Então, vamos ter que colocar os meios "Norte" e "Sul" nas posições "Leste" e "Oeste". Vamos fazer C^{-1} , embora pudéssemos rodar todo o cubo:



Aplicando a sequência $FCDC^{-1}D^{-1}F^{-1}$, obtemos:



E vamos ter que aplicar, de novo, a mesma sequência $FCDC^{-1}D^{-1}F^{-1}$:



E obtivemos a cruz amarela da face superior.

Resumindo: Quando, depois de resolvidas as duas primeiras camadas, não temos a cruz amarela pronta, há que aplicar a sequência $FCDC^{-1}D^{-1}F^{-1}$ uma, duas ou três vezes, para conseguirmos chegar à cruz amarela.

E agora, falta-nos completar a face superior (amarela) e as faces laterais da última camada.

Isso será aprendido nos próximos capítulos.

Notação da sequência (que podemos associar a FaCaDa): $FCDC^{-1}D^{-1}F^{-1}$

Notação usual da sequência: $FCDC'D'F'$, embora as letras sejam outras.

Observação importante:

Como veremos adiante, podemos saltar directamente do caso em que temos dois meios amarelos, formando uma linha recta com o centro (paralela à face da frente), para a cruz amarela, utilizando a sequência inversa da Facada, ou seja

$$FDCD^{-1}C^{-1}F^{-1}$$

Deste modo, chegamos mais depressa à cruz amarela. E quem sabe uma fórmula, sabe a outra.

Então, depois de resolvermos as duas primeiras camadas, é fácil obter a cruz amarela (se a mesma não estiver formada).

Capítulo 6

Sonho

A próxima sequência denomina-se Sonho e envolve apenas duas camadas: a camada superior e a camada da direita.

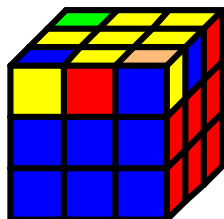
Descrição da sequência: Sobe a direita, roda em cima, desce a direita, roda em cima, sobe a direita, roda em cima duas vezes, desce a direita.

De modo mais sugestivo: Sobe, Gira, Desce, Gira, Sobe, Gira, Gira, Desce.

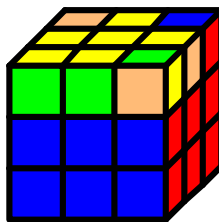
Todos os movimentos da camada de cima são no sentido horário, enquanto que os movimentos da camada da direita são feitos alternadamente no sentido horário e anti horário. Duma forma sintética: $DCD^{-1}CDC^2D^{-1}$.

Esta é a sequência a aplicar, mas há vários pormenores envolvidos que têm a ver com o número de cantos com o amarelo voltado para cima.

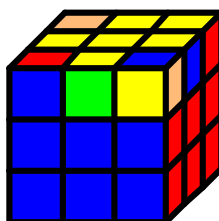
Consideremos o seguinte exemplo:



Neste caso, temos um só canto com o amarelo voltado para cima. Antes de aplicarmos o Sonho, temos de colocar esse canto na posição onde está o azul, rodando duas vezes a face de cima. Outra alternativa é rodar o cubo. Vamos optar por rodar a face superior, para aproveitarmos o desenho (duas primeiras camadas).

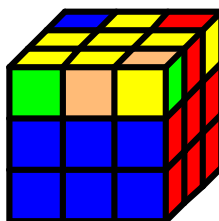


Agora aplicamos a sequência $DCD^{-1}CDC^2D^{-1}$, obtendo-se a seguinte posição:

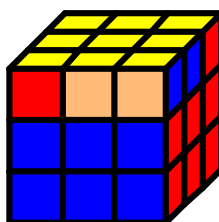


E parece que não houve melhoria nenhuma, uma vez que continuamos com três cantos errados.

Rodemos a face superior duas vezes:



Apliquemos o Sonho, de novo: $DCD^{-1}CDC^2D^{-1}$.



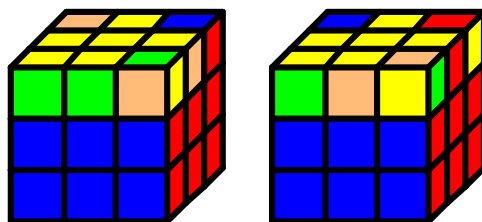
E, finalmente, obtivemos a face superior toda amarela, pelo que conseguimos o objetivo desta fase.

Quando completamos a face amarela, podem ocorrer diversas situações: o cubo resolvido será a melhor dessas situações.

No caso da figura anterior, obtivemos uma posição não muito favorável: temos uma face pronta e só na face de trás, os cantos de cima têm a mesma cor (verde).

Há uma questão que convém sermos capazes de prever: quando temos a cruz amarela e um só canto com amarelo voltado para cima, será preciso aplicar a sequência anterior uma vez duas vezes.

Basta olhar para os dois casos anteriores e tirar a conclusão:



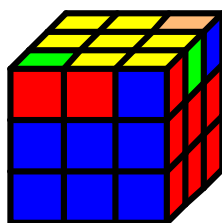
Repare-se a posição do amarelo, no canto 3. No caso da esquerda, o amarelo está voltado para a direita, pelo que será necessário aplicar a sequência duas vezes.

No caso da direita, o amarelo do canto 3 está voltado para a frente, pelo que será necessária uma única aplicação da sequência.

É importante saber o número de vezes que temos de aplicar a sequência Sonho, porque esta sequência pode ser substituída por outra análoga, mas que resolve o caso da direita num único passo.

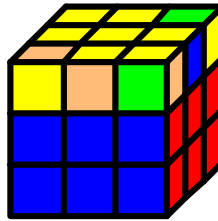
Para já, temos de ver as situações com outro número de cantos amarelos voltados para cima.

Dois cantos com amarelo voltado para cima (e cruz pronta):

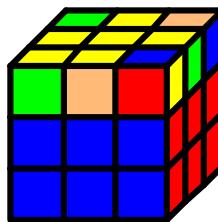


Este é um dos três casos em que temos dois cantos sem amarelo voltado para cima. Temos de rodar o cubo ou a camada de cima, de modo a que o canto 3 fique com o amarelo

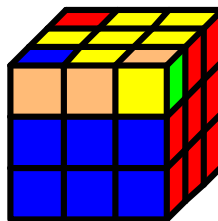
voltado para a frente:



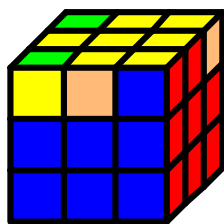
Aplicando o Sonho, $DCD^{-1}CDC^2D^{-1}$, obtemos a seguinte posição:



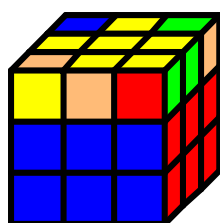
Agora, temos um só canto com amarelo para cima e já está na posição correta. Então, aplicamos o Sonho as vezes que sejam necessárias (pode ser preciso rodar a face superior, antes de aplicar o Sonho), até a face superior ficar toda amarela. Neste caso, vai ser preciso aplicar o Sonho mais duas vezes, por causa da orientação do canto azul, vermelho e amarelo (canto 3), que tem o amarelo voltado para a direita. Após nova aplicação do Sonho, obtemos a nova posição:



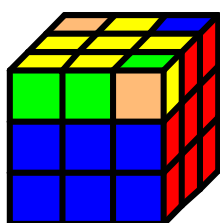
Agora, teríamos dar meia volta na camada superior e aplicar o sonho mais uma vez. Vejamos outro caso com dois cantos sem amarelo voltado para cima.



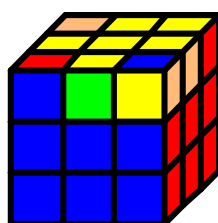
Como o amarelo já está voltado para a frente (no canto 4), podemos aplicar o Sonho, obtendo-se sucessivamente:



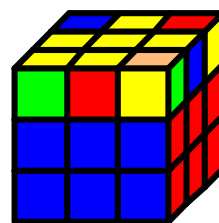
Sonho



C



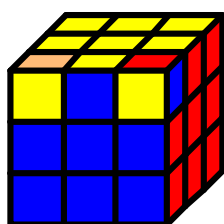
Sonho



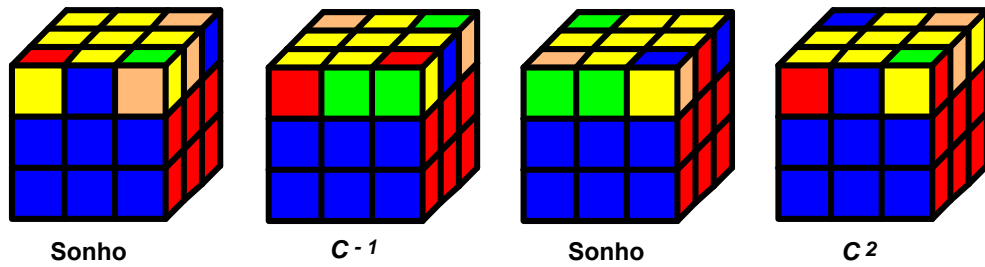
C2

Agora, basta aplicar o Sonho mais uma vez, pois o amarelo do canto 3 está voltado para a frente.

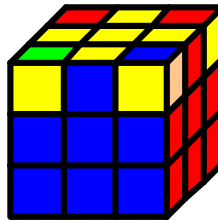
Há um terceiro caso, com dois cantos sem amarelo voltado para cima:



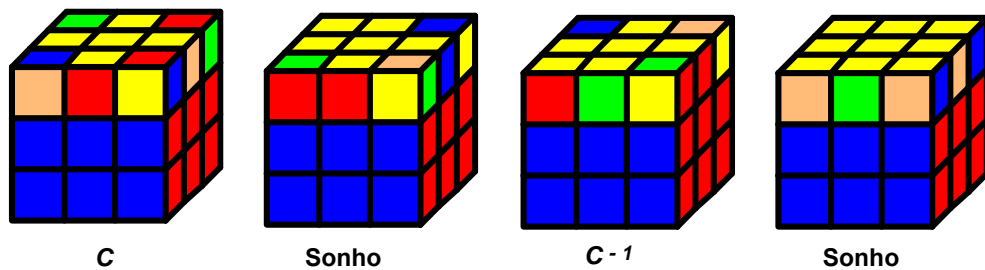
Como o amarelo do canto 4 está voltado para a frente, podemos aplicar o Sonho.



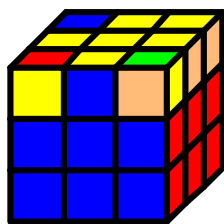
E falta uma única aplicação so Sonho, para que toda a face superior fique amarela.
 Falta-nos ver os casos em que nenhuma peça de canto da face superior tem o amarelo voltado para cima.



No exemplo da figura anterior, temos de fazer C ou C^2 , de modo a que o canto 4 tenha o amarelo voltado para a esquerda. Fazamos C e apliquemos o Sonho:



Vejamos o que acontece com a aplicação do Sonho a um cubo resolvido:



Como podemos ver pela figura, as duas primeiras camadas ficaram inalteradas e o mesmo acontece com a cruz amarela.

No entanto, há uma diferença importante: nas duas primeiras camadas, as peças continuaram nas mesmas posições, enquanto que três peças da cruz amarela mudaram de posição (de facto, apenas a peça amarela e azul e a peça do centro permaneceram na mesma posição).

Note-se que os 4 cantos da terceira camada mudaram de posição, sendo que apenas um continuou com o amarelo voltado para cima.

Nos dois capítulos seguintes, vamos aprender duas sequências que nos permitirão acertar os cantos e acertar as peças de meio.

O Sonho é o movimento em que é mais complicado entender a sua utilidade devido às várias possibilidades do número de cantos amarelos.

No entanto, o importante é que o método funciona.

Notação usada neste texto: $DCD^{-1}CDC^2D^{-1}$

Notação usual: $DCD'CDC^2D'$

Observação importante

Se tivermos a cruz amarela pronta e só dois meios com amarelo para cima, precisamos de aplicar a sequência anterior três vezes. Isso pode ser melhorado, se soubermos resolver o caso em que temos a cruz amarela pronta e um único canto com o amarelo para cima, aplicando uma única sequência. Para isso, precisamos de uma outra sequência muito semelhante ao Sonho, mas com todos os movimentos ao contrário.

Essa sequência recebe o nome de Anti-Sonho e é a seguinte:

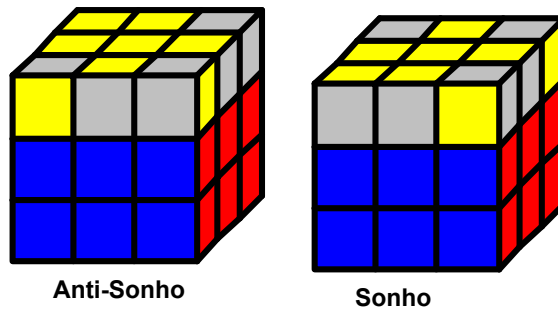
$$D^{-1}C^{-1}DC^{-1}D^{-1}C^2D$$

É claro que não há necessidade de alterar o sinal do expoente de C^2 .

Só que temos de saber quando se aplica uma sequência e quando se aplica outra.

A sequência Anti-Sonho só se aplica numa situação, aplicando-se o Sonho em todas as restantes situações (em que a cruz de cima está pronta, mas a face ainda não está).

Se houver um canto com o amarelo para cima (e a cruz pronta), temos de escolher a sequência certa, da maneira que a seguir se indica.



Na posição da esquerda, aplicamos a sequência $D^{-1}C^{-1}DC^{-1}D^{-1}C^2D$, enquanto que, no caso da direita, aplicamos a sequência $DCD^{-1}CDC^2D^{-1}$.

Capítulo 7

Tango (Força L)

Resolvida a face amarela (camada superior), só por sorte é que o cubo estará resolvido. Neste capítulo, aprenderemos a acertar os quatro cantos da terceira camada.

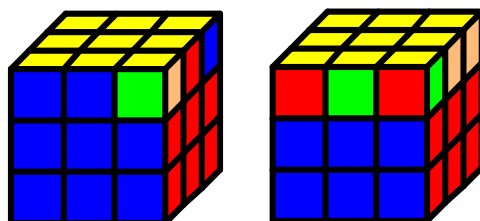
Descrição da sequência: desce a direita, desce a frente, desce a direita, roda duas vezes atrás, sobe a direita, sobe a frente, DESCE a direita, roda duas vezes atrás e roda duas vezes a direita.

Duma forma mais simples e mais rigorosa: $D^{-1}FD^{-1}T^2DF^{-1}D^{-1}T^2D^2$.

Esta sequência mantém nos mesmos lugares as peças das duas primeiras camadas, as peças de meio da face superior, o centro amarelo (como é evidente) e o canto onde se encontram as faces superior, anterior e esquerda. Os outros três cantos mudam de posição.

Aplicando esta sequência uma ou duas vezes, conseguimos colocar os quatro cantos na posição correta.

Vejam os que acontece a um cubo resolvido ao qual se aplica a sequência inversa do Tango e, ainda, meia volta em cima:

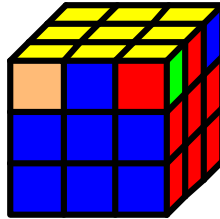


Repare-se que os dois vermelhos estão alinhados, mas nas outras três faces laterais, as cores dos dois cantos não combinam. Logo, o Tango serve para acertar as cores dos cantos. Vai haver duas possibilidades diferentes.

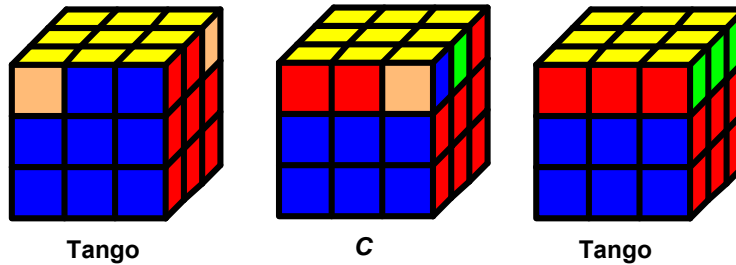
Se houver uma face com dois cantos com as cores duma mesma face a combinar, basta aplicar o Tango uma vez, começando com os dois cantos "certos" voltados para trás. Assim,

no caso da figura anterior, só vamos aplicar o Tango, com o cubo na posição da esquerda.

Se não houver nenhuma face com as cores dos cantos iguais, temos que aplicar o Tango duas vezes:



Aplicando o Tango duas vezes, obtemos:



Refira-se que o Tango não altera a orientação dos meios nem os muda de lugar, razão pela qual, o cubo está praticamente resolvido (só falta rodar a camada de cima, fazendo C^{-1}).

O movimento C , entre as duas aplicações do Tango, serve para colocar os dois cantos com verde na face de trás, pois foram esses dois cantos que ficaram certos, após a primeira aplicação do Tango.

Notação usada: $D^{-1}FD^{-1}T^2DF^{-1}D^{-1}T^2D^2$

Notação usual (modificada): $D'FD'T^2DF'D'T^2D^2$

Capítulo 8

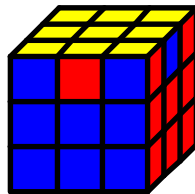
Valsa

Esta sequência serve para acertar os meios da terceira camada (se não estiverem todos certos).

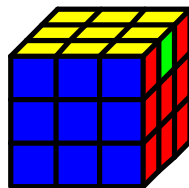
Descrição da sequência: gira duas vezes na frente, gira em cima (no sentido horário ou anti horário, conforme nos seja favorável), desce na direita, desce na esquerda, gira duas vezes na frente, sobe a direita, sobe a esquerda, gira em cima (no mesmo sentido que girou anteriormente) e gira duas vezes na frente.

Então, a Valsa é traduzida por $F^2CD^{-1}EF^2DE^{-1}CF^2$.

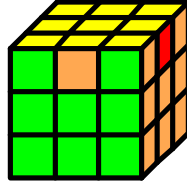
Vejamos um exemplo de aplicação da Valsa:



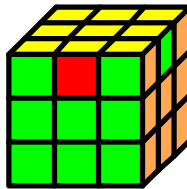
Neste exemplo, os cantos estão certos e todos os meios estão errados. Apliquemos a Valsa:



Como podemos ver, já temos uma aresta formada em cima, mas continuamos com três arestas erradas. Agora, vamos dar meia volta no cubo, deixando a face azul voltada para trás (e a amarela para cima).

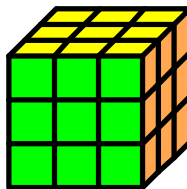


Agora, vamos aplicar a mesma sequência ($F^2CD^{-1}EF^2DE^{-1}CF^2$):



E o cubo ainda não ficou resolvido. Mas convém perceber o que aconteceu: o meio azul e amarelo continuou no mesmo lugar, mantendo-se formada a aresta azul e amarela. Os outros três meios "rodaram", ou seja, o meio laranja e amarelo (que estava na frente) foi para a esquerda, o meio verde e amarelo passou da esquerda para a direita e o meio vermelho e amarelo passou da direita para a frente.

Então, aplicando a mesma sequência, o cubo fica resolvido:



Repare-se que a sequência preservou as duas primeiras camadas, os quatro cantos da terceira camada e apenas "rodou" três peças de meio (da terceira camada). O meio que ficou fixo é o de trás.

Isto quer dizer que se aplicarmos três vezes a sequência Valsa a uma posição qualquer do cubo, ele volta à situação inicial.

Note-se que, se quisermos rodar em cima, no sentido anti horário, teremos para a sequência Valsa o seguinte:

$$F^2C^{-1}D^{-1}EF^2DE^{-1}C^{-1}F^2$$

Depois da aplicação do tango, se o cubo não estiver resolvido, a sequência Valsa será aplicada uma ou duas vezes, completando-se a resolução do cubo.

Com os cantos da mesma cor em todas as faces, alinhamos os cantos com os centros da mesma cor.

E ficaremos com três hipóteses: o cubo está resolvido, temos uma face lateral pronta ou não temos nenhuma face lateral pronta.

Se o cubo estiver pronto, nada mais há a fazer.

Se não houver nenhuma face lateral pronta, aplica-se a Valsa uma vez, sendo indiferente rodar em cima num sentido ou noutro. Após esta sequência, obteremos uma face lateral pronta (podendo, para isso, ser necessário girar em cima).

Com uma face lateral pronta, essa face fica voltada para trás e verificamos se a peça de meio que está na frente deve girar para a esquerda ou para a direita. Se for para a esquerda, a face de cima roda no sentido horário; se for para a direita, roda no sentido anti horário.

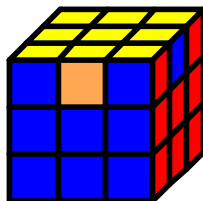
E aplica-se a Valsa, após o que o cubo fica resolvido.

Na realidade, temos duas "Valsas":

Valsa "esquerda": $F^2CD^{-1}EF^2DE^{-1}CF^2$

Valsa "direita": $F^2C^{-1}D^{-1}EF^2DE^{-1}C^{-1}F^2$

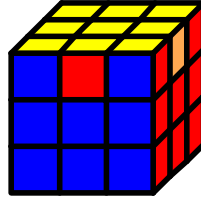
Vejam os seguintes exemplos, onde a face verde já está resolvida, faltando apenas 3 peças de meio para terminar a resolução do cubo.



A peça de meio amarela e laranja deve ir para a esquerda, pelo que devemos aplicar a Valsa com rotação em cima no sentido horário. Então, a sequência a aplicar é

$$F^2CD^{-1}EF^2DE^{-1}CF^2$$

Outro exemplo (com a face verde resolvida):



A solução é $F^2C^{-1}D^{-1}EF^2DE^{-1}C^{-1}F^2$

Note-se que os nomes das sequências foram escolhidos de modo a que sejam aplicados por ordem alfabética (o que numa primeira fase, simplifica a memorização): Ciclone, Facada, Sonho, Tango e Valsa.

Vejam as várias sequências apresentadas:

1. Facada

(a)

$$FCDC^{-1}D^{-1}F^{-1} \text{ ou } FURU^{-1}R^{-1}F^{-1}$$

2. Inversa da Facada:

$$FDCD^{-1}C^{-1}F^{-1} \text{ ou } FRUR^{-1}U^{-1}F^{-1}$$

3. Sonho:

(a)

$$DCD^{-1}CDC^2D^{-1} \text{ ou } RUR^{-1}URU^2R^{-1}$$

4. Anti-Sonho

(a)

$$D^{-1}C^{-1}DC^{-1}D^{-1}C^2D \text{ ou } R^{-1}U^{-1}RU^{-1}R^{-1}U^2R$$

5. Tango

(a)

$$D^{-1}FD^{-1}T^2DF^{-1}D^{-1}T^2D^2 \text{ ou } R^{-1}FR^{-1}B^2RF^{-1}R^{-1}B^2R^2$$

6. Valsa Esquerda

$$F^2CD^{-1}EF^2DE^{-1}CF^2 \text{ ou } F^2UR^{-1}LF^2RL^{-1}UF^2$$

7. Valsa Direita

$$F^2C^{-1}D^{-1}EF^2DE^{-1}C^{-1}F^2 \text{ ou } F^2U^{-1}R^{-1}LF^2RL^{-1}U^{-1}F^2$$

Capítulo 9

P2C ou F2L

Note-se que P2C significa "primeiras duas camadas", tendo-se que F2L significa "first two layers".

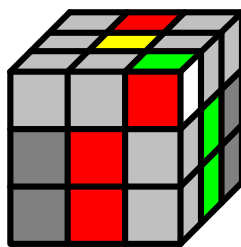
Vejamos as fórmulas que utilizamos na resolução das duas primeiras camadas (P2C, F2L em inglês).

Quando completamos a cruz branca, pode acontecer que algum dos cantos já esteja devidamente colocado. Até poderá acontecer que algum par de canto e meio já esteja devidamente colocado.

9.1 P2C pela ordem usual

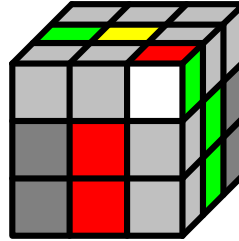
Vamos começar por quatro casos muito simples e que são utilizados em muitos outros casos (mais complexos).

1. **Pesca direita:** O canto vermelho, verde e branco está na camada de cima com o vermelho alinhado com o centro dessa cor e o meio verde e vermelho tem esta última cor voltada para cima e está na posição "Norte" da camada superior.



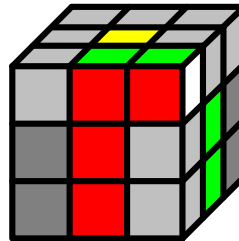
Solução: DCD^{-1}

2. **Pesca frente-esquerda:** O canto vermelho, verde e branco está na camada de cima com o verde alinhado com o centro dessa cor e o meio verde e vermelho tem o verde voltado para cima e está na posição "Oeste" da camada superior.



Solução: $F^{-1}C^{-1}F$

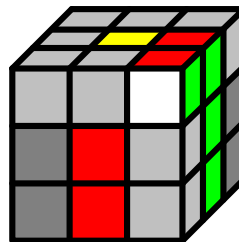
3. **I1** – Par perfeito



Soluções:

- (a) $C^{-1}F^{-1}CF$
- (b) $B_2^{-1}E^{-1}CE$
- (c) $C_3C^{-1}E^{-1}CE$

4. **I2** – Par perfeito



Solução:

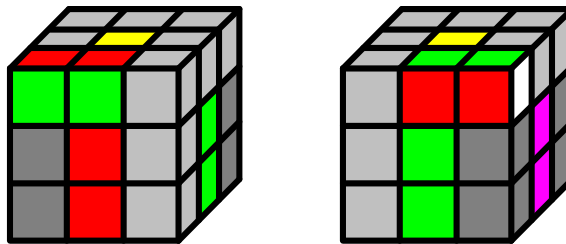
(a) $CDC^{-1}D^{-1}$

(b) $D^{-1}FDF^{-1}$

(c) B_2TCT^{-1}

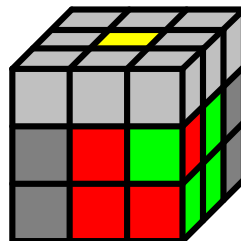
Observação

Normalmente, nos dois casos anteriores, o par é colocado numa das duas posições seguintes, sendo que a solução tem apenas três movimentos.



Soluções: $DC^{-1}D^{-1}$ e $E^{-1}CE$.

5. **D3** – Uma situação que pode ocorrer, é aquela em que o canto já está certo e o meio está colocado no lugar certo, mas com as cores invertidas.



Neste caso, aplicamos a sequência

$$DC^2D^{-1}CDC^2D^{-1}B_2D^{-1}C^{-1}D$$

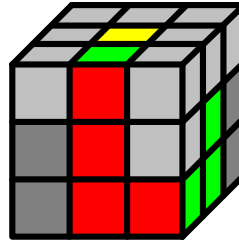
A sequência anterior troca as cores do meio vermelho e verde e mantém todas as restantes peças das duas primeiras camadas, embora o centro vermelho fique voltado para a direita. Ou seja, nenhum par "canto-meio" resolvido ficará desfeito. Eis algumas sequências que resolvem a situação:

- (a) $(DC^2D^{-1})C(DC^2D^{-1})B_2(D^{-1}C^{-1}D)$
- (b) $DC^{-1}D^{-1}B_2D^{-1}C^2DC^2D^{-1}CD$
- (c) $F^{-1}CF^{-1}C^2D^{-1}F^2DC^2F^2$
- (d) $*DFCFDF^2D^{-1}$

Esta última sequência só deve ser aplicada se o outro par da direita e o outro par da frente não estiverem prontos, pois só preserva um dos pares das duas primeiras camadas.

Por fim, note-se que as sequências inversas das apresentadas também resolvem o problema, pois todas elas trocam as cores do meio que estava na posição certa, mas com as cores invertidas.

6. **F3** – Outra situação possível, é termos o canto devidamente colocado e o meio correspondente estar na camada superior, com o verde para cima. O que há a fazer é alinhar o meio com o centro vermelho.



A resolução é bem simples: colocamos o meio verde e vermelho na posição "oeste", rodamos a direita, para o canto vermelho, verde e branco ficar na camada de cima, rodamos a camada de cima e voltamos com a camada da direita. Depois, basta recolocar o canto e pescar o meio.

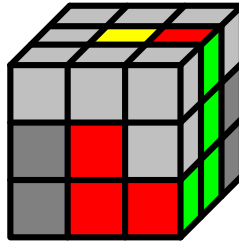
A sequência a aplicar é

$$CDCD^{-1}C^{-1}F^{-1}C^{-1}F$$

Algumas sequências que resolvem a situação:

- (a) $(CDC)(D^{-1}C^{-1}F^{-1}C^{-1})F$
- (b) $CDC^{-1}D^{-1}B_2^{-1}E^{-1}CE$
- (c) $D^{-1}C^2T^{-1}DTC^2D$
- (d) $*F^2CFC^{-1}F^2$ (apenas preserva os pares das P2C da camada de trás)
- (e) $*F^{-1}D^2FD^2F$ (apenas preserva o par da frente das P2C)

7. **E3** – A outra situação que pode ocorrer (com o canto certo) é esta:



Agora, colocamos o meio verde e vermelho na camada de trás e rodamos a frente (no sentido anti horário) para que possamos pescar o meio. Então, faremos

$$C^{-1}F^{-1}C^{-1}FCDCD^{-1}$$

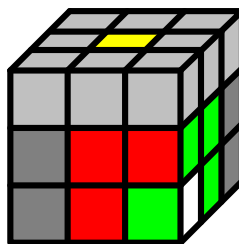
Algumas sequências que resolvem a situação:

- (a) $C^{-1}F^{-1}C^{-1}FCDCD^{-1}$
- (b) $C^{-1}D^{-1}FDF^{-1}DCD^{-1}$
- (c) $DC^{-1}D^{-1}C^{-1}DC^{-1}D^{-1}CBCD^{-1}$
- (d) $*D^2C^{-1}D^{-1}CD^2$ (apenas não preserva o par da direita das P2C)
- (e) $*DF^2D^{-1}F^2D^{-1}$ (apenas preserva um par das P2C, esquerda atrás)

Há, ainda, a possibilidade do canto estar certo e o meio verde e vermelho estar na segunda camada. Nesse caso, ou começamos por outro canto ou colocamos o meio na camada de cima e caímos num dos casos anteriores.

Seguidamente, vamos considerar os dois casos em que o meio está certo e o canto está no local certo, mas com as cores mal orientadas.

8. **B1** – Meio verde e vermelho certo e canto branco, verde e vermelho no local certo, mas com o branco para a direita:



Algumas sequências que resolvem a situação:

(a) $DC^2DCD^{-1}CDC^2D^2$

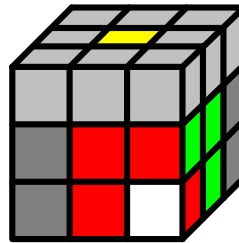
(b) $F(FC^2F)(CF^{-1}C)(FC^2F)$

(c) $DC^{-1}D^{-1}CDC^2D^{-1}CDC^{-1}D^{-1}$

(d) $C_3E^{-1}C^{-1}EC^2E^{-1}C^2EC^{-1}E^{-1}CEC^2E^{-1}C^{-1}E$

(e) $DC^{-1}D^{-1}CF^{-1}C^{-1}FC^{-1}DC^{-1}D^{-1}C^2DCD^{-1}$

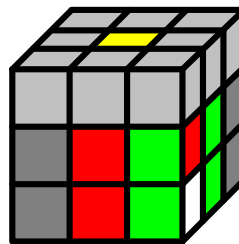
9. **B2** – Meio verde e vermelho certo e canto branco, verde e vermelho no local certo, mas com o branco para a frente:



(a) $DC(D^{-1}C^{-1}D)C^2(D^{-1}C^{-1}D)CD^{-1}$

(b) $D^2C^2(D^{-1}C^{-1}DC^{-1}D^{-1})C^2D^{-1}$

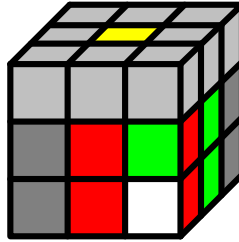
10. **D1** – Meio verde e vermelho no lugar certo, mas com as cores invertidas, e canto branco, verde e vermelho no local certo, mas com o branco para a direita:



Algumas sequências que resolvem a situação:

- (a) $DC^{-1}D^{-1}C^2C_3^{-1}D^{-1}C^{-1}DC^{-1}D^{-1}CD$
- (b) $DCD^{-1}C^{-1}DC^{-1}D^{-1}CB_2D^{-1}C^{-1}D$
- (c) $(F^{-1}CF^{-1})(C^{-1}E^{-1})(CE)F^2$
- (d) $(F^{-1}CFC^{-1})(DCD^{-1})C(DCD^{-1})$

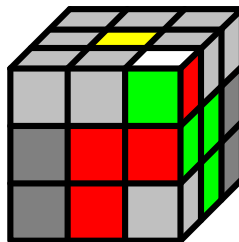
11. **D2** – Meio verde e vermelho no lugar certo, mas com as cores invertidas, e canto branco, verde e vermelho no local certo, mas com o branco para a frente:



- (a) $DC^{-1}D^{-1}B_2D^{-1}C^{-1}DC^{-1}D^{-1}C^{-1}D$
- (b) $D(C^{-1}D^{-1}C^{-1})(DC^{-1}D^{-1})B_2(D^{-1}C^{-1}D)$
- (c) $F^2(E^{-1}C^{-1}E)(CFC^{-1}F)$
- (d) $F^{-1}CFDC^{-1}D^{-1}C^2DCD^{-1}$

Nos próximos três casos, o meio verde e vermelho está certo e o canto verde, vermelho e branco fica por cima desse meio.

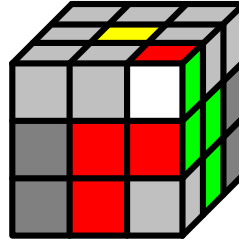
12. **A3** – Meio verde e vermelho certo e o canto verde, vermelho e branco está por cima do meio, com o branco voltado para cima:



- (a) $(DCD^{-1}C^{-1})(DCD^{-1}C^{-1})(DCD^{-1}) = (DCD^{-1}C^{-1})^2(DCD^{-1})$

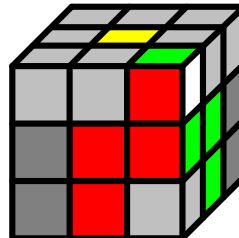
- (b) $(D^2C)(D^2C)(D^2C^2D^2)$
 (c) $(DCD^{-1})(C^2DC^2D^{-1}C^2)(DCD^{-1})$

13. **A2** – Meio verde e vermelho certo e o canto verde, vermelho e branco está por cima do meio, com o branco voltado para a frente:



- (a) $C^{-1}(DC^{-1}D^{-1})C^2(DC^{-1}D^{-1})$
 (b) $(T^{-1}BT)C^{-1}(T^{-1}B^{-1}T)$
 (c) $DCD^{-1}C^{-1}F^{-1}C^2FC^{-1}DC^{-1}D^{-1}$

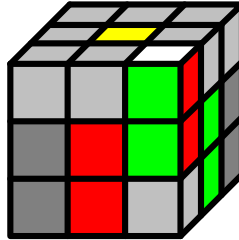
14. **A1** – Meio verde e vermelho certo e o canto verde, vermelho e branco está por cima do meio, com o branco voltado para a direita:



- (a) $C^{-1}DC^2D^{-1}CDCD^{-1}$
 (b) $CDCD^{-1}C^2DCD^{-1}$
 (c) $EB^{-1}E^{-1}CEBE^{-1}$

Nos próximos três casos, o meio verde e vermelho está no lugar certo, mas com as cores invertidas.

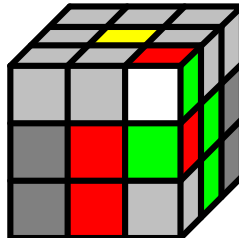
15. **C3** – Meio verde e vermelho no lugar certo, mas com as cores invertidas, e o canto verde, vermelho e branco por cima desse meio, com o branco voltado para cima:



Este é um caso fácil, pois as duas peças já estão unidas com as cores alinhadas. Basta levá-las para a camada superior e trazê-las de forma conveniente. Soluções:

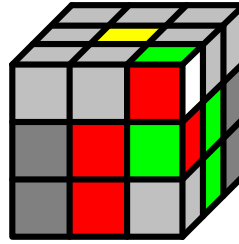
- (a) $DC^{-1}D^{-1}CF^{-1}CF$
 (b) $DC^{-1}D^{-1}F^{-1}C^2F$
 (c) $DC^{-1}E_2C^{-1}D^{-1}CE_2^{-1}$

16. **C2** – Meio verde e vermelho no lugar certo, mas com as cores invertidas, e o canto verde, vermelho e branco por cima desse meio, com o branco voltado para a frente:



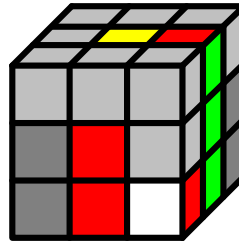
- (a) $C^{-1}DCD^{-1}CF^{-1}C^{-1}F$
 (b) $C^{-1}DCD^{-1}B_2D^{-1}C^{-1}D$
 (c) $(DCD^{-1}C)(F^{-1}C^2FC^2)(F^{-1}C^{-1}F)$

17. **C1** – Meio verde e vermelho no lugar certo, mas com as cores invertidas, e o canto verde, vermelho e branco por cima desse meio, com o branco voltado para a direita:



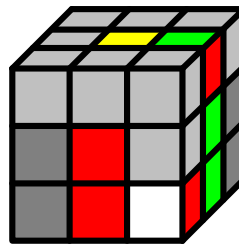
- (a) $CF^{-1}C^{-1}FC^{-1}DCD^{-1}$
 (b) $(DCD^{-1})(CDC)(D^{-1}C^{-1}F^{-1}C^{-1})F$
 (c) $C_3DE^{-1}C^{-1}EB_2ECE^{-1}$.

18. **E2** – Canto branco, verde e vermelho no lugar certo, mas com o branco para a frente, e meio verde e vermelho na camada de cima, bem alinhado com o centro verde



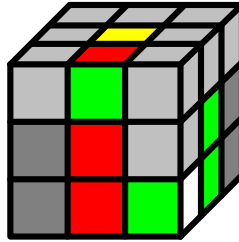
- (a) $D(C^{-1}D^{-1})(CD)(C^{-1}D^{-1})$
 (b) $DC^{-1}D^2C^{-1}FDF^{-1}$
 (c) $F^{-1}C^{-1}FC^2DC^{-1}D^{-1}$

19. **F1** – Canto branco, verde e vermelho no lugar certo, mas com o branco para a frente, e meio verde e vermelho na camada de cima, mal alinhado com o centro verde



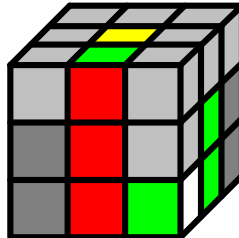
- (a) $C^{-1}DC^{-1}D^{-1}F^{-1}C^{-1}F$
 (b) $CC_3^{-1}(D^{-1}C^{-1}D)C(D^{-1}C^{-1}D)$
 (c) $C_3C(E^{-1}C^{-1}E)C(E^{-1}C^{-1}E)$

20. **E1** – Canto branco, verde e vermelho no lugar certo, mas com o branco para a direita, e meio verde e vermelho na camada de cima, mal alinhado com o centro vermelho



- (a) $(C^{-1}DCD^{-1})(C^{-1}DCD^{-1})$
 (b) $(C^{-1}DCD^{-1})^2$
 (c) $CF^{-1}CFDCD^{-1}$

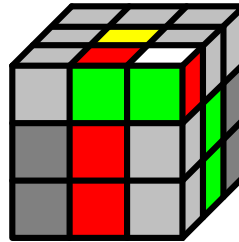
21. **F2** – Canto branco, verde e vermelho no lugar certo, mas com o branco para a direita, e meio verde e vermelho na camada de cima, bem alinhado com o centro vermelho



- (a) $C_3E^{-1}CEC^{-1}E^{-1}CE$
 (b) $F^{-1}CF^2D^{-1}F^{-1}D$

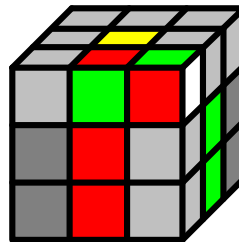
Canto e meio na camada de cima

22. **N2** – Canto verde, vermelho e branco com o branco para cima e o meio verde e vermelho com o verde para a frente:



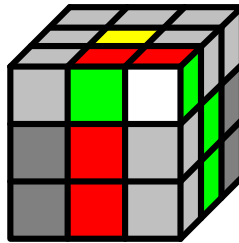
- (a) $(C^2D^2C^2)(D^{-1}C^{-1}DC^{-1})D^2$
 (b) $C(DC^{-1}D^{-1})C^{-1}(DC^{-1}D^{-1})C(DC^{-1}D^{-1})$
 (c) $(CDC^{-1}D^{-1})(C^{-1}DC^{-1}D^{-1})(CDC^{-1}D^{-1})$
 (d) $DCDT^{-1}D^{-1}TC^2D^{-1}$
 (e) $DCD^{-1}CDC^2D^{-1}C^2DCD^{-1}$

23. **J1** – Canto verde, vermelho e branco na camada de cima, com o branco para a direita, e o meio verde e vermelho em cima e unido ao canto, mas com as cores invertidas:



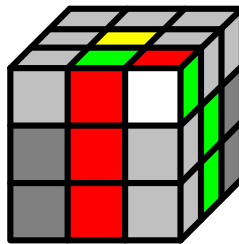
- (a) $D^{-1}C^2D^2CD^2CD$
 (b) $C_3CE^{-1}C^2EB_2^{-1}ECE^{-1}$
 (c) $CF^{-1}C^2FC^{-1}DCD^{-1}$
 (d) $(DCD^{-1})(CF^{-1}C^{-1}FC)(DCD^{-1})$

24. **L2** – Canto verde, vermelho e branco com o branco para a frente e o meio verde e vermelho unido, mas com as cores invertidas:



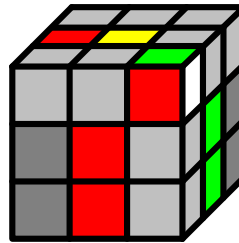
- (a) $F^{-1}CFC^2DCD^{-1}$
 (b) $(DCD^{-1})C^2(DC^{-1}D^{-1})C(DC^{-1}D^{-1})$
 (c) $C_3E^{-1}CEC^2C_3^{-1}DCD^{-1}$
 (d) $DCD^{-1}C^2F^{-1}C^{-1}FC^2DC^{-1}D^{-1}$

25. **K2** – Canto verde vermelho e branco, com o branco para a frente (e verde para a direita) e meio verde e vermelho com esta última cor alinhada com o centro vermelho



- (a) $(CF^{-1}CF)(C^{-1}F^{-1}C^{-1})F$
 (b) $B_2D^{-1}(CD)(C^{-1}D^{-1}C^{-1})D$
 (c) $C_3(CE^{-1}CE)(C^{-1}E^{-1}C^{-1})E$

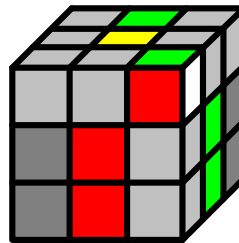
26. **R1** – Canto verde vermelho e branco em cima, com o vermelho para a frente e branco para a direita, e meio verde e vermelho na posição "Oeste", com o vermelho para cima



(a) $C^{-1} (DCD^{-1}) C (DCD^{-1})$

(b) $CF^{-1}CFC^{-1}DCD^{-1}$

27. **S1** – Canto verde vermelho e branco em cima, com o vermelho para a frente e branco para a direita, e meio verde e vermelho na posição "Norte", com o verde para cima



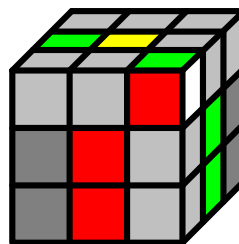
(a) $C_3CE^{-1}C^2EC^2D_2^{-1}FD_2$

(b) $C_3CE^{-1}C^2EC^2E^{-1}CE$

(c) $F^{-1}C^{-1}E^{-1}C^2EC^{-1}F$

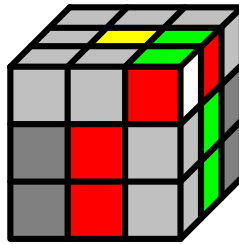
(d) $CF^{-1}C^2FC^2F^{-1}CF$

28. **Q1** – Canto verde vermelho e branco em cima, com o vermelho para a frente e branco para a direita, e meio verde e vermelho na posição "Oeste", com o verde para cima



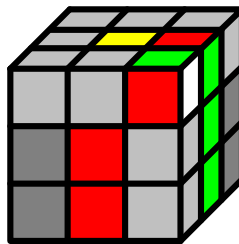
- (a) $B_2D^{-1}C^{-1}DC^2D^{-1}CD$
- (b) $C_3CE^{-1}C^{-1}EC^2E^{-1}CE$
- (c) $CF^{-1}C^{-1}FC^2F^{-1}CF$
- (d) $C_3^{-1}CD^{-1}C^{-1}DC^2D^{-1}CD$

29. **L1** – Canto verde vermelho e branco em cima, com o vermelho para a frente e branco para a direita, e meio verde e vermelho na posição "Leste", com o verde para cima



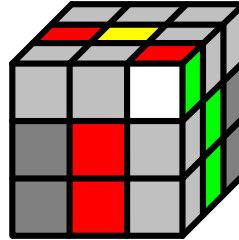
- (a) $DC^{-1}D^{-1}C^2F^{-1}C^{-1}F$
- (b) $DC^{-1}D^{-1}CB_2D^{-1}C^{-1}D$
- (c) $DC^{-1}D^{-1}C^2C_3E^{-1}C^{-1}E$

30. **K1** – Canto verde vermelho e branco em cima, com o vermelho para a frente e branco para a direita, e meio verde e vermelho na posição "Leste", com o vermelho para cima



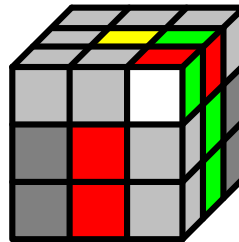
- (a) $C^{-1}DC^{-1}D^{-1}CD^2D^{-1}$
- (b) $F^{-1}C^{-1}F^2D^{-1}F^{-1}D^2CD^{-1}$

31. **S2** – Canto verde vermelho e branco em cima, com o vermelho para a frente e branco para a direita, e meio verde e vermelho na posição "Leste", com o vermelho para cima



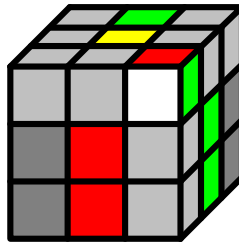
- (a) $C^{-1}DC^2D^{-1}C^2DC^{-1}D^{-1}$
 (b) $DCD^{-1}CF^{-1}C^2FC^{-1}DC^{-1}D^{-1}$

32. **J2** – Canto verde vermelho e branco em cima, com o vermelho para a frente e branco para a direita, e meio verde e vermelho na posição "Leste", com o vermelho para cima



- (a) $C^{-1}DC^2D^{-1}B_2D^{-1}C^{-1}D$
 (b) $C_3EC^2E^2C^{-1}E^2C^{-1}E^{-1}$
 (c) $C^{-1}DC^2D^{-1}CF^{-1}C^{-1}F$

33. **R2** – Canto verde vermelho e branco em cima, com o branco para a frente e branco para a direita, e meio verde e vermelho na posição "Leste", com o verde para cima

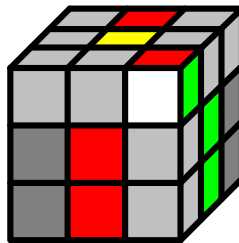


(a) $B_2 (D^{-1}C^{-1}D) C^{-1} (D^{-1}C^{-1}D)$

(b) $C^{-1}DC^{-1}D^{-1}B_2D^{-1}C^{-1}D$

(c) $F^{-1}CE^{-1}C^{-1}EC^2F$

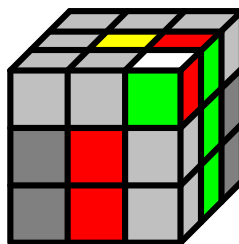
34. **Q2** – Canto verde vermelho e branco em cima, com o branco para a frente e verde para a direita, e meio verde e vermelho na posição "Norte", com o vermelho para cima



(a) $C^{-1}DCD^{-1}C^2DC^{-1}D^{-1}$

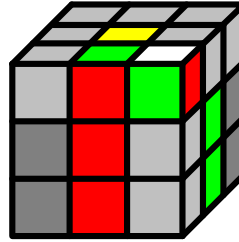
(b) $F^2E^{-1}C^{-1}ECF^2$

35. **M1** – Canto verde vermelho e branco em cima, com o branco para cima e vermelho para a direita, e meio verde e vermelho na posição "Leste", com o verde alinhado com o centro da mesma cor



(a) $DC^2D^{-1}C^{-1}DCD^{-1}$

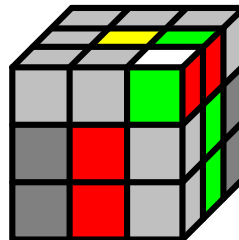
36. **M2** – Canto verde vermelho e branco em cima, com o branco para cima e vermelho para a direita, e meio verde e vermelho na posição "Sul", com o vermelho alinhado com o centro da mesma cor



(a) $F^{-1}C^2FCF^{-1}C^{-1}F$

(b) $C_3E^{-1}C^2ECE^{-1}C^{-1}E$

37. **N1** – Canto verde vermelho e branco em cima, com o branco para cima e vermelho para a direita, e meio verde e vermelho na posição "Leste", com o verde para cima



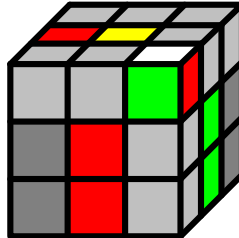
(a) $(F^{-1}C^{-1}F^{-1})(EFE^{-1})C^2F$

(b) $C_3(C^2E^2C^2)(ECE^{-1}C)E^2$

(c) $C_3(C^{-1}E^{-1}C)(ECE^{-1})(CEC^{-1})(E^{-1}CE)$

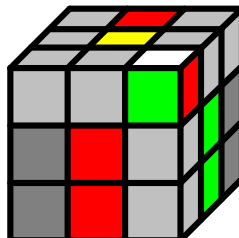
(d) $(DC^{-1}D^{-1}C^{-1})(F^{-1}C^{-1}F)(C^2F^{-1}CF)$

38. **Split 1,1** – Canto verde vermelho e branco em cima, com o branco para cima e vermelho para a direita, e meio verde e vermelho na posição "Oeste", com o vermelho para cima



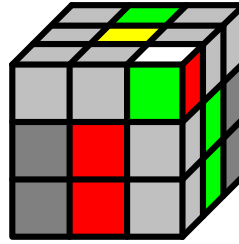
- (a) $DTC^2T^{-1}D^{-1}$
 (b) $DC^{-1}D^{-1}C^2DCD^{-1}$
 (c) $C^2DCD^{-1}CDC^{-1}D^{-1}$

39. **Split 1,2** – Canto verde vermelho e branco em cima, com o branco para cima e vermelho para a direita, e meio verde e vermelho na posição "Norte", com o vermelho para cima



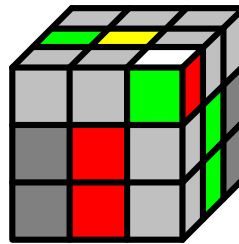
- (a) $CDC^2D^{-1}CDC^{-1}D^{-1}$
 (b) $CDCT^{-1}DTD^2$

40. **Split 2,1** – Canto verde vermelho e branco em cima, com o branco para cima e vermelho para a direita, e meio verde e vermelho na posição "Norte", com o verde para cima



- (a) $F^{-1}E^{-1}C^2EF$
 (b) $C_3E^{-1}CEC^2E^{-1}C^{-1}E$
 (c) $C_3C^2E^{-1}C^{-1}EC^{-1}E^{-1}CE$

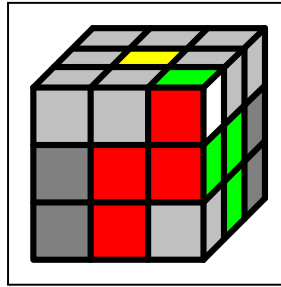
41. **Split 2,2** – Canto verde vermelho e branco em cima, com o branco para cima e vermelho para a direita, e meio verde e vermelho na posição "Oeste", com o verde para cima



- (a) $(C^{-1}F^{-1}C^{-1})(EF^{-1}E^{-1})F^2$
 (b) $(C^{-1}F^{-1}C^{-1})E^2(E^{-1}F^{-1}E^{-1})F^2$
 (c) $B_2^{-1}E^{-1}C^2EC^{-1}E^{-1}CE$
 (d) $C_3C^{-1}E^{-1}C^2EC^{-1}E^{-1}CE$

9.2 P2C Por Ordem Alfabética

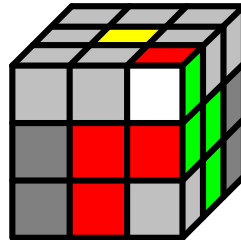
1. A1



Soluções:

- (a) $C^{-1}DC^2D^{-1}CDCD^{-1}$
- (b) $CDCD^{-1}C^2DCD^{-1}$
- (c) $EB^{-1}E^{-1}CEBE^{-1}$

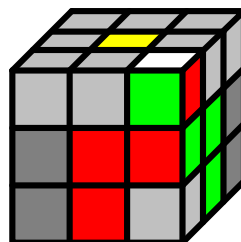
2. A2



Soluções:

- (a) $C^{-1}(DC^{-1}D^{-1})C^2(DC^{-1}D^{-1})$
- (b) $(T^{-1}BT)C^{-1}(T^{-1}B^{-1}T)$
- (c) $DCD^{-1}C^{-1}F^{-1}C^2FC^{-1}DC^{-1}D^{-1}$

3. A3



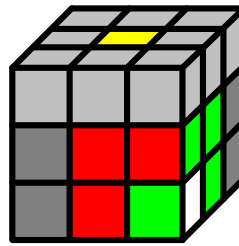
Soluções:

$$(a) (DCD^{-1}C^{-1})(DCD^{-1}C^{-1})(DCD^{-1}) = (DCD^{-1}C^{-1})^2(DCD^{-1})$$

$$(b) (D^2C)(D^2C)(D^2C^2D^2)$$

$$(c) (DCD^{-1})(C^2DC^2D^{-1}C^2)(DCD^{-1})$$

4. B1



Soluções:

$$(a) DC^2DCD^{-1}CDC^2D^2$$

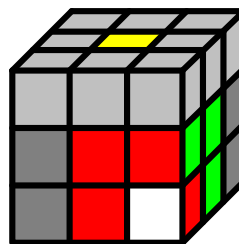
$$(b) F(FC^2F)(CF^{-1}C)(FC^2F)$$

$$(c) DC^{-1}D^{-1}CDC^2D^{-1}CDC^{-1}D^{-1}$$

$$(d) C_3E^{-1}C^{-1}EC^2E^{-1}C^2EC^{-1}E^{-1}CEC^2E^{-1}C^{-1}E$$

$$(e) DC^{-1}D^{-1}CF^{-1}C^{-1}FC^{-1}DC^{-1}D^{-1}C^2DCD^{-1}$$

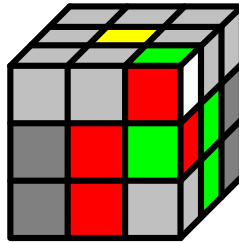
5. B2



Soluções:

- (a) $DC (D^{-1}C^{-1}D) C^2 (D^{-1}C^{-1}D) CD^{-1}$
- (b) $D^2C^2 (D^{-1}C^{-1}DC^{-1}D^{-1}) C^2D^{-1}$

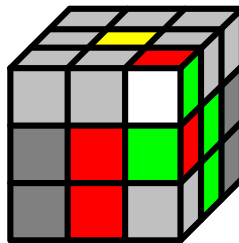
6. C1



Soluções:

- (a) $CF^{-1}C^{-1}FC^{-1}DCD^{-1}$
- (b) $(DCD^{-1})(CDC)(D^{-1}C^{-1}F^{-1}C^{-1})F$
- (c) $C_3DE^{-1}C^{-1}EB_2ECE^{-1}$

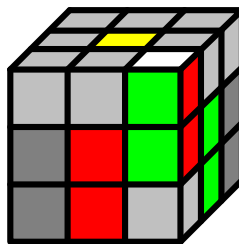
7. C2



Soluções:

- (a) $C^{-1}DCD^{-1}CF^{-1}C^{-1}F$
- (b) $C^{-1}DCD^{-1}B_2D^{-1}C^{-1}D$
- (c) $(DCD^{-1}C)(F^{-1}C^2FC^2)(F^{-1}C^{-1}F)$

8. C3



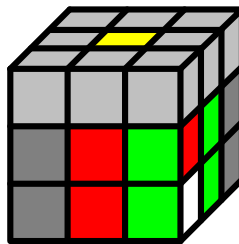
Soluções:

(a) $DC^{-1}D^{-1}CF^{-1}CF$

(b) $DC^{-1}D^{-1}F^{-1}C^2F$

(c) $DC^{-1}E_2C^{-1}D^{-1}CE_2^{-1}$

9. D1



Soluções:

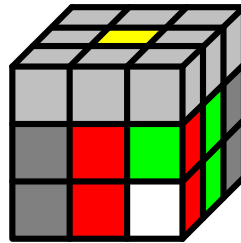
(a) $DC^{-1}D^{-1}C^2C_3^{-1}D^{-1}C^{-1}DC^{-1}D^{-1}CD$

(b) $DCD^{-1}C^{-1}DC^{-1}D^{-1}CB_2D^{-1}C^{-1}D$

(c) $(F^{-1}CF^{-1})(C^{-1}E^{-1})(CE)F^2$

(d) $(F^{-1}CFC^{-1})(DCD^{-1})C(DCD^{-1})$

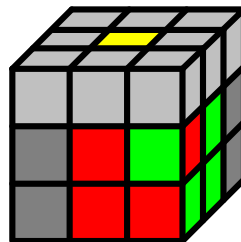
10. D2



Soluções:

- (a) $DC^{-1}D^{-1}B_2D^{-1}C^{-1}DC^{-1}D^{-1}C^{-1}D$
- (b) $D(C^{-1}D^{-1}C^{-1})(DC^{-1}D^{-1})B_2(D^{-1}C^{-1}D)$
- (c) $F^2(E^{-1}C^{-1}E)(CFC^{-1}F)$
- (d) $F^{-1}CFDC^{-1}D^{-1}C^2DCD^{-1}$

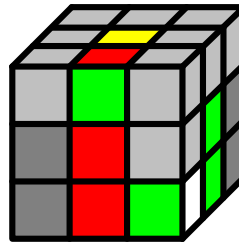
11. D3



Soluções:

- (a) $(DC^2D^{-1})C(DC^2D^{-1})B_2(D^{-1}C^{-1}D)$
- (b) $DC^{-1}D^{-1}B_2D^{-1}C^2DC^2D^{-1}CD$
- (c) $F^{-1}CF^{-1}C^2D^{-1}F^2DC^2F^2$

12. E1



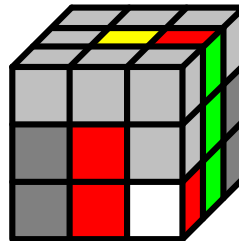
Soluções:

(a) $(C^{-1}DCD^{-1})(C^{-1}DCD^{-1})$

(b) $(C^{-1}DCD^{-1})^2$

(c) $CF^{-1}CFDCD^{-1}$

13. E2



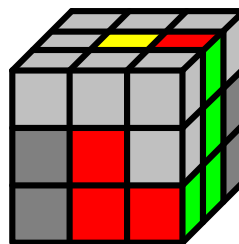
Soluções:

(a) $D(C^{-1}D^{-1})(CD)(C^{-1}D^{-1})$

(b) $DC^{-1}D^2C^{-1}FDF^{-1}$

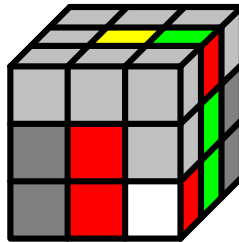
(c) $F^{-1}C^{-1}FC^2DC^{-1}D^{-1}$

14. E3



- (a) $C^{-1}F^{-1}C^{-1}FCDCD^{-1}$
 (b) $C^{-1}D^{-1}FDF^{-1}DCD^{-1}$
 (c) $DC^{-1}D^{-1}C^{-1}DC^{-1}D^{-1}CBCD^{-1}$

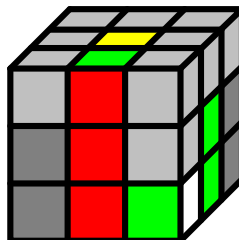
15. F1



Soluções:

- (a) $C^{-1}DC^{-1}D^{-1}F^{-1}C^{-1}F$
 (b) $CC_3^{-1}(D^{-1}C^{-1}D)C(D^{-1}C^{-1}D)$
 (c) $C_3C(E^{-1}C^{-1}E)C(E^{-1}C^{-1}E)$

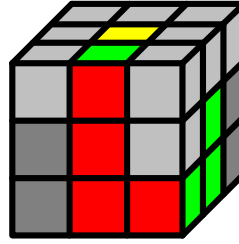
16. F2



Soluções:

- (a) $C_3E^{-1}CEC^{-1}E^{-1}CE$
 (b) $F^{-1}CF^2D^{-1}F^{-1}D$

17. F3

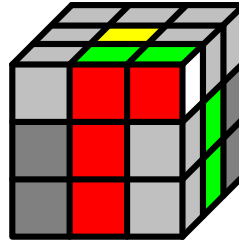


(a) $(CDC)(D^{-1}C^{-1}F^{-1}C^{-1})F$

(b) $CDC^{-1}D^{-1}B_2^{-1}E^{-1}CE$

(c) $D^{-1}C^2T^{-1}DTC^2D$

18. I1 – Par perfeito



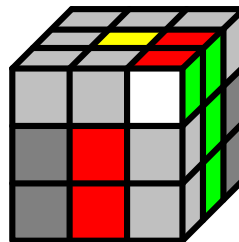
Soluções:

(a) $C^{-1}F^{-1}CF$

(b) $B_2^{-1}E^{-1}CE$

(c) $C_3C^{-1}E^{-1}CE$

19. I2 – Par perfeito



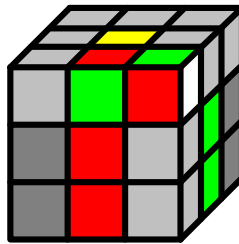
Soluções:

(a) $CDC^{-1}D^{-1}$

(b) $D^{-1}FDF^{-1}$

(c) B_2TCT^{-1}

20. J1



Soluções:

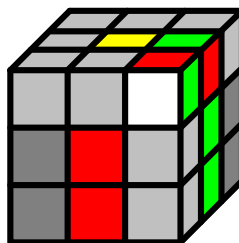
(a) $D^{-1}C^2D^2CD^2CD$

(b) $C_3CE^{-1}C^2EB_2^{-1}ECE^{-1}$

(c) $CF^{-1}C^2FC^{-1}DCD^{-1}$

(d) $(DCD^{-1})(CF^{-1}C^{-1}FC)(DCD^{-1})$

21. J2



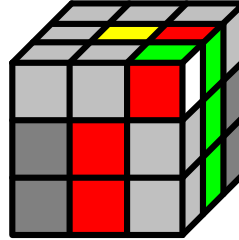
Soluções:

(a) $C^{-1}DC^2D^{-1}B_2D^{-1}C^{-1}D$

(b) $C_3EC^2E^2C^{-1}E^2C^{-1}E^{-1}$

$$(c) C^{-1}DC^2D^{-1}CF^{-1}C^{-1}F$$

22. K1

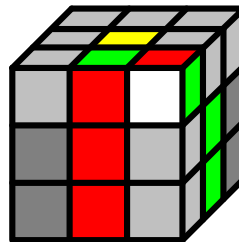


Soluções:

$$(a) C^{-1}DC^{-1}D^{-1}CD^2D^{-1}$$

$$(b) F^{-1}C^{-1}F^2D^{-1}F^{-1}D^2CD^{-1}$$

23. K2



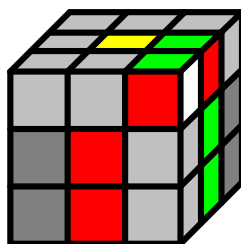
Soluções:

$$(a) (CF^{-1}CF)(C^{-1}F^{-1}C^{-1})F$$

$$(b) B_2D^{-1}(CD)(C^{-1}D^{-1}C^{-1})D$$

$$(c) C_3(CE^{-1}CE)(C^{-1}E^{-1}C^{-1})E$$

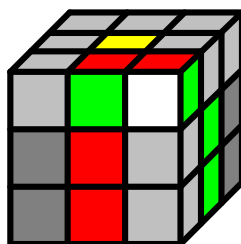
24. L1



Soluções:

- (a) $DC^{-1}D^{-1}C^2F^{-1}C^{-1}F$
- (b) $DC^{-1}D^{-1}CB_2D^{-1}C^{-1}D$
- (c) $DC^{-1}D^{-1}C^2C_3E^{-1}C^{-1}E$

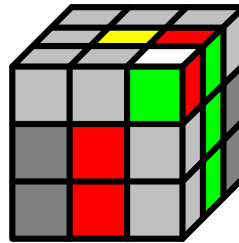
25. L2



Soluções:

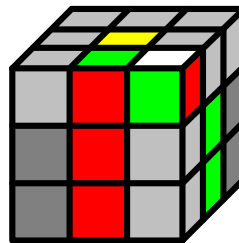
- (a) $F^{-1}CFC^2DCD^{-1}$
- (b) $(DCD^{-1})C^2(DC^{-1}D^{-1})C(DC^{-1}D^{-1})$
- (c) $C_3E^{-1}CEC^2C_3^{-1}DCD^{-1}$
- (d) $DCD^{-1}C^2F^{-1}C^{-1}FC^2DC^{-1}D^{-1}$

26. M1



Solução: $DC^2D^{-1}C^{-1}DCD^{-1}$

27. M2

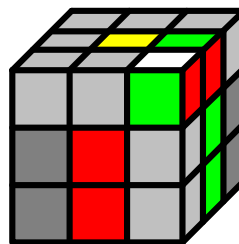


Soluções:

(a) $F^{-1}C^2FCF^{-1}C^{-1}F$

(b) $C_3E^{-1}C^2ECE^{-1}C^{-1}E$

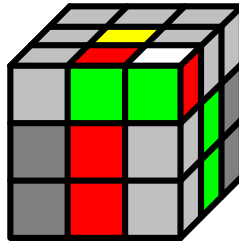
28. N1



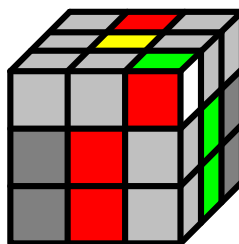
Soluções:

- (a) $(F^{-1}C^{-1}F^{-1})(EFE^{-1})C^2F$
 (b) $C_3(C^2E^2C^2)(ECE^{-1}C)E^2$
 (c) $C_3(C^{-1}E^{-1}C)(ECE^{-1})(CEC^{-1})(E^{-1}CE)$
 (d) $(DC^{-1}D^{-1}C^{-1})(F^{-1}C^{-1}F)(C^2F^{-1}CF)$

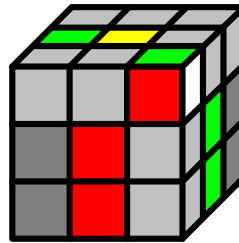
29. N2



- (a) $(C^2D^2C^2)(D^{-1}C^{-1}DC^{-1})D^2$
 (b) $C(DC^{-1}D^{-1})C^{-1}(DC^{-1}D^{-1})C(DC^{-1}D^{-1})$
 (c) $(CDC^{-1}D^{-1})(C^{-1}DC^{-1}D^{-1})(CDC^{-1}D^{-1})$
 (d) $DCDT^{-1}D^{-1}TC^2D^{-1}$
 (e) $DCD^{-1}CDC^2D^{-1}C^2DCD^{-1}$

30. Pesca direita DCD^{-1} 31. Pesca frente-esquerda $F^{-1}C^{-1}F$

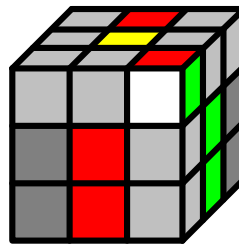
32. Q1



Soluções:

- (a) $B_2D^{-1}C^{-1}DC^2D^{-1}CD$
- (b) $C_3CE^{-1}C^{-1}EC^2E^{-1}CE$
- (c) $CF^{-1}C^{-1}FC^2F^{-1}CF$
- (d) $C_3^{-1}CD^{-1}C^{-1}DC^2D^{-1}CD$

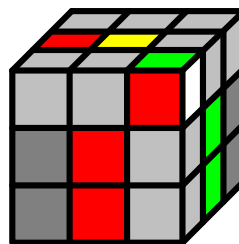
33. Q2



Soluções:

- (a) $C^{-1}DCD^{-1}C^2DC^{-1}D^{-1}$
- (b) $F^2E^{-1}C^{-1}ECF^2$

34. R1

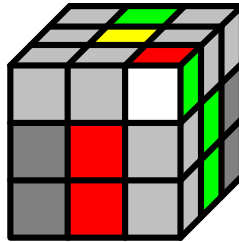


Soluções:

(a) $C^{-1} (DCD^{-1}) C (DCD^{-1})$

(b) $CF^{-1}CFC^{-1}DCD^{-1}$

35. R2

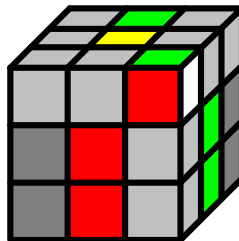


(a) $B_2 (D^{-1}C^{-1}D) C^{-1} (D^{-1}C^{-1}D)$

(b) $C^{-1}DC^{-1}D^{-1}B_2D^{-1}C^{-1}D$

(c) $F^{-1}CE^{-1}C^{-1}EC^2F$

36. S1



Soluções:

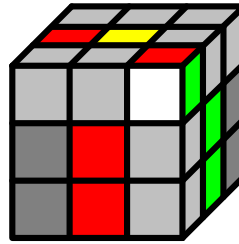
(a) $C_3CE^{-1}C^2EC^2D_2^{-1}FD_2$

(b) $C_3CE^{-1}C^2EC^2E^{-1}CE$

(c) $F^{-1}C^{-1}E^{-1}C^2EC^{-1}F$

(d) $CF^{-1}C^2FC^2F^{-1}CF$

37. S2

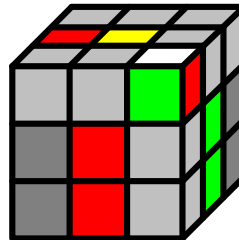


Soluções:

(a) $C^{-1}DC^2D^{-1}C^2DC^{-1}D^{-1}$

(b) $DCD^{-1}CF^{-1}C^2FC^{-1}DC^{-1}D^{-1}$

38. Split 1,1



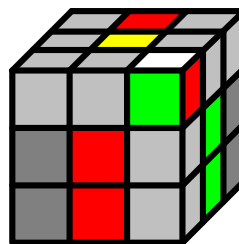
Soluções:

(a) $DTC^2T^{-1}D^{-1}$

(b) $DC^{-1}D^{-1}C^2DCD^{-1}$

(c) $C^2DCD^{-1}CDC^{-1}D^{-1}$

39. Split 1,2

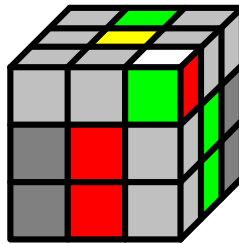


Soluções:

(a) $CDC^2D^{-1}CDC^{-1}D^{-1}$

(b) $CDCT^{-1}DTD^2$

40. Split 2,1



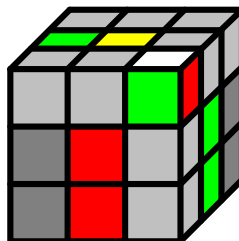
Soluções:

(a) $F^{-1}E^{-1}C^2EF$

(b) $C_3E^{-1}CEC^2E^{-1}C^{-1}E$

(c) $C_3C^2E^{-1}C^{-1}EC^{-1}E^{-1}CE$

41. Split 2,2



Soluções:

(a) $(C^{-1}F^{-1}C^{-1})(EF^{-1}E^{-1})F^2$

(b) $(C^{-1}F^{-1}C^{-1})E^2(E^{-1}F^{-1}E^{-1})F^2$

(c) $B_2^{-1}E^{-1}C^2EC^{-1}E^{-1}CE$

(d) $C_3C^{-1}E^{-1}C^2EC^{-1}E^{-1}CE$