O cubo de Rubik 7×7×7

Egídio Gonçalves Pereira[1]

Setembro de 2018

[1] egipereira@gmail.com

Conteúdo

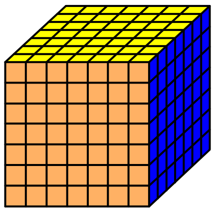
Preface

Although this text is tagged as the Abstract in the Front Matter, it will appear in the typeset document as the Preface. Replace this text with your preface.

Capítulo 1

Introdução

O cubo mágico 7×7×7 é semelhante aos cubos mágicos 3×3×3 e 5×5×5, mas tem mais peças, como podemos ver na figura seguinte:



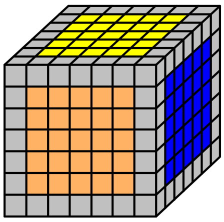
Como em todos os cubos de ordem ímpar, existe uma casa central em cada face. Essa casa central, ou centro, indica-nos a cor da respetiva face.

No caso do cubo 7×7×7, temos 49 quadrados (elementares) em cada face. Assim, teremos 49 "adesivos"de cada cor, num total de 294 "adesivos".

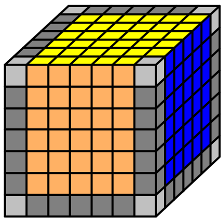
Num cubo 7×7×7, continuamos a ter 8 peças de canto, cada uma com 3 cores, temos 150 peças interiores, cada uma com uma cor, e 60 peças de borda (também chamadas peças de meio), cada uma com 2 cores.

Fazendo os cálculos, temos $8 \times 3 + 150 \times 1 + 60 \times 2 = 294$ adesivos (o que está de acordo com $49 \times 6 = 294$).

Passemos à resolução do cubo 7×7×7. Como no caso do cubo 5×5×5, o primeiro objetivo é construir os 6 centros, conforme podemos ver na imagem seguinte:

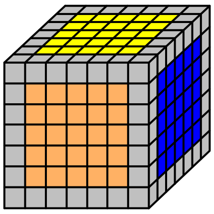


O segundo objetivo é conseguir formar as arestas, como podemos ver com duas arestas da figura seguinte:



Para formar as últimas arestas, podemos precisar de algumas das fórmulas que usávamos no cubo 4×4×4, nas chamadas imparidades.

Os centros do cubo 7×7×7:



Além do centro propriamente dito, convém chamar centro ao quadrado interior 5×5, pois dessa maneira, obtemos um cubo 3×3×3.

Assim, quando todas as arestas estiverem resolvidas, obteremos um cubo 3×3×3, o qual será resolvido como o cubo 3×3×3, mas com algumas diferenças.

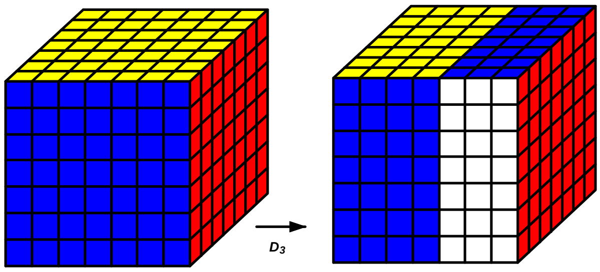
A fórmula $(d^2T^2)\,(C^2eC^2d^{-1}C^2dC^2)\,(F^2dF^2e^{-1})\,(T^2d^2)$ faz praticamente o mesmo que fazia no cubo 4×4×4, ou seja, troca duas peças da camada de cima, conforme a figura seguinte (a fórmula foi aplicada a um cubo resolvido):

Esta fórmula é importante na resolução das arestas do cubo.

A fórmula $(Bb)\,DF^{-1}CD^{-1}F\,(Bb)^{-1}$ permite permutar e inverter as cores de duas peças.

1.1 Notação

Vejamos algumas noções importantes. Se quisermos rodar as três camadas exteriores da direita, escreveremos D_3.



Logo, poderemos escrever D, D_2, D_3, D_4, D_5, D_6 e $D7$. D_7 significa rodar todo o cubo, de maneira semelhante a rodar D.

De maneira semelhante, teremos E, E_2, E_3, E_4, E_5, E_6 e E_7, para os movimentos das camadas da esquerda.

Se quisermos rodar no sentido contrário ao do sentido dos ponteiros do relógio, escreveremos, D^{-1}, D_2^{-1}, D_3^{-1}, D_4^{-1}, D_5^{-1}, D_6^{-1} e D_7^{-1}, E^{-1} E_2^{-1}, E_3^{-1}, E_4^{-1}, E_5^{-1}, E_6^{-1} e E_7^{-1}.

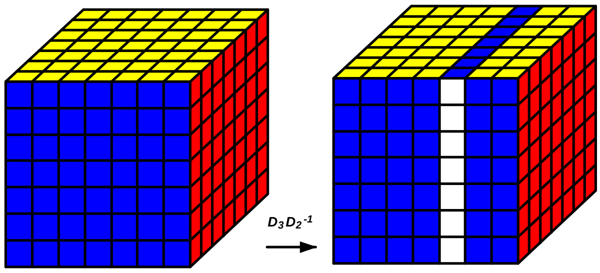
Para as meias voltas, teremos D^2 e D^{-2}, por exemplo. Note-se que o resultado de fazer D^2 e D^{-2} é o mesmo, embora D^2 e D^{-2} tenham significados diferentes. Mas, diremos que $D^2 = D^{-2}$.

De modo semelhante, escreveremos que $D^3 = D^{-1}$, embora D^3 e D^{-1} tenham significados diferentes (na maneira de rodar o cubo).

De maneira semelhante, teremos C, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6 e C_7. E B, B_2, B_3, B_4, B_5, B_6, B_7, F, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6, F_7, T, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6 e T_7.

Também escreveremos C_2^2, F_3^{-1}, T_2^2, etc.

Se quisermos rodar a terceira camada interior a contar da direita, escreveremos $D_3D_2^{-1}$. Esta expressão significa que rodamos as três camadas mais à direita do cubo, após o que trazemos de volta as duas camadas mais à direita.



E procedemos de modo análogo para as outras camadas interiores. Temos, assim, uma notação rigorosa e simples para identificar cada movimento feito no cubo, independentemente do número de camadas existentes no mesmo.

Observação

Quando aprendemos a resolver o cubo 4×4×4, aprendemos a resolver certas singularidades que aparecem nesse cubo. Nessa altura, costumamos aprender algumas fórmulas, nomeadamente a seguinte:

$$d^2T^2C^2eC^2d^{-1}C^2dC^2F^2dF^2e^{-1}T^2d^2$$

Esta fórmula dá algum trabalho a fixar, mas imagine a seguinte:

$$D_2^2D^2T^2C^2E_2E^{-1}C^2D_2{}^{-1}DC^2D_2D^{-1}C^2F^2D_2D^{-1}F^2E_2^{-1}ET^2D_2^2D^2$$

Esta última fórmula (ou algoritmo ou sequência) tem o mesmo significado da penúltima, mas a primeira é muito mais fácil de fixar do que a última. Logo, continuaremos a usar letras minúsculas, por uma questão de ser mais fácil para o leitor (e também para mim...).

O leitor pode fixar a sequência $d^2T^2C^2eC^2d^{-1}C^2dC^2F^2dF^2e^{-1}T^2d^2$, da seguinte maneira:

"Meia volta nas duas da direita, meia volta atrás, meia volta em cima, VEM a esquerda, meia volta em cima, VEM a direita, meia volta em cima, VAI a direita, meia volta em cima, meia volta na frente, VAI a direita, meia volta na frente, VAI a esquerda, meia volta atrás, meia volta nas duas da direita". Só que terá de saber quais as situações em que estamos a considerar movimentos de camadas interiores.

Note-se que $\begin{cases} d = D_2D^{-1},\ d^2 = D_2^2D^2,\ d^{-1} = D_2{}^{-1}D \\ e = E_2E^{-1},\ e^2 = E_2^2E^2,\ e^{-1} = E_2^{-1}E \end{cases}$

E, analogamente para b, c, f, t.

Capítulo 2

Os Centros

A exemplo de todos os cubos superiores ao cubo $3{\times}3{\times}3$, começamos por construir os centros de cada face. Como temos um número ímpar de peças em cada aresta do cubo, existe uma casa central em cada face do cubo. Por isso, vamos construir cada centro à volta dessa casa central (com a cor a combinar).

Então, começamos por juntar 4 peças ao centro, formando uma fila de 5 (bloco $5{\times}1$). Como habitualmente, vamos supor que começamos por formar o centro amarelo.

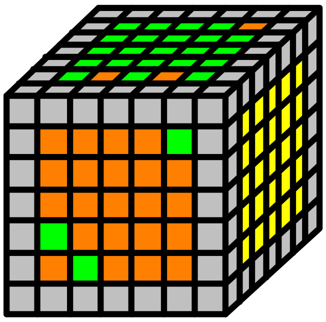
Depois, junta-se (noutra face) um novo bloco $5{\times}1$ (amarelo), sem desfazer o primeiro. A seguir-se, juntam-se os dois blocos. E o processo continua até termos o centro amarelo resolvido.

Depois, resolvemos o centro da face paralela ao primeiro centro resolvido. No caso de termos resolvido o centro amarelo (em primeiro lugar), resolvemos o centro branco, fila a fila, com a preocupação de não desfazermos o centro amarelo.

Resolvidos os dois primeiros centros, colocamos um deles para a esquerda e o outro para a direita e formamos o terceiro centro. O quarto centro a resolver, convém ser o centro de uma das duas faces adjacentes ao terceiro centro resolvido. Assim, se tivermos resolvido o centro azul, não convém resolver o centro verde, embora seja possível resolver os centros dessa maneira.

Até ao quarto centro, tudo se passa como no cubo $5{\times}5{\times}5$. A resolução dos dois últimos centros é semelhante ao caso do cubo$5{\times}5{\times}5$, mas tem algumas particularidades (que já aparecem no caso do cubo $6 \times 6 \times 6$).

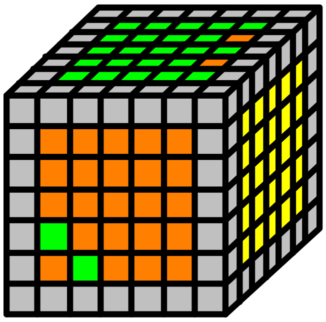
Vejamos um exemplo de resolução dos dois últimos centros:



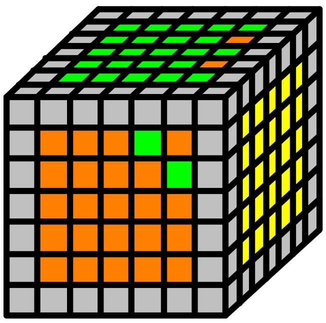
Em cada um dos centros, temos uma peça de canto errada. Então fazemos C, para obtermos a posição padrão e seguimos com

$$D_2 C D_2^{-1} C D_2 C^2 D_2^{-1}$$

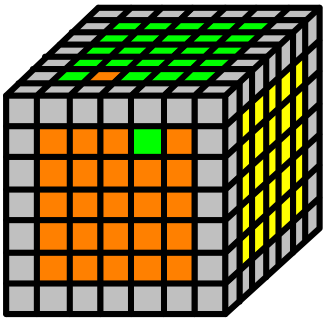
E obtemos a seguinte posição:



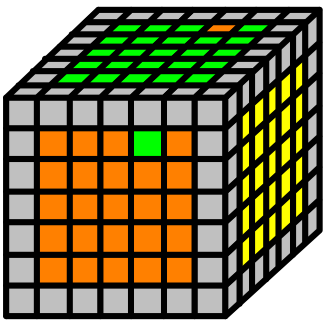
Agora, fazemos F^2, obtendo-se a seguinte posição:



Agora, vamos trocar as duas peças da **segunda** linha de cada centro:
Vai a coluna a corrigir: D_2
Roda em cima: C
Vai a **segunda** coluna da direita do centro: $D_3 D_2^{-1}$
Desfaz em cima: C^{-1}
Vem a coluna corrigida: D_2^{-1}
Roda em cima: C
Vem a **segunda** coluna da direita do centro: $D_3^{-1} D_2$
Posição obtida:



E só falta permutar as duas peças erradas (uma de cada centro).
Começamos por C^2, para obtermos uma posição padrão.



Agora, a coluna a corrigir é a segunda coluna do centro, a contar da direita, sendo que as peças erradas estão na **primeira** linha (a contar de cima e de trás).
Vai a coluna a corrigir: $D_3 D_2^{-1}$

Roda em cima: C

Vai a **primeira** coluna da direita do centro: D_2

Desfaz em cima: C^{-1}

Vem a coluna corrigida: $D_3^{-1}D_2$

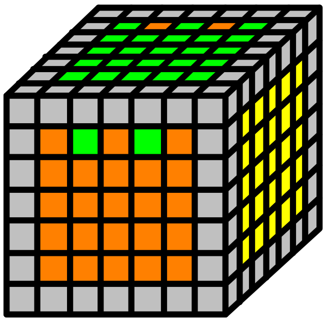
Roda em cima: C

Vem a **primeira** coluna da direita do centro: D_2^{-1}

E os seis centros ficaram resolvidos.

O exemplo apresentado é um caso simples, embora tenha sido um caso real de resolução do cubo. No entanto, mostra quase tudo do que é preciso saber para a resolução dos dois últimos centros.

Vejamos mais um pormenor importante:



No exemplo da figura anterior, podemos permutar as peças erradas duma só vez, de duas maneiras diferente.

Na primeira maneira, utilizamos a posição apresentada, fazendo o seguinte:

Vão as colunas a corrigir: $D_5D_4^{-1}D_3D_2^{-1}$

Roda em cima: C

Vai a **primeira** coluna da direita do centro: D_2

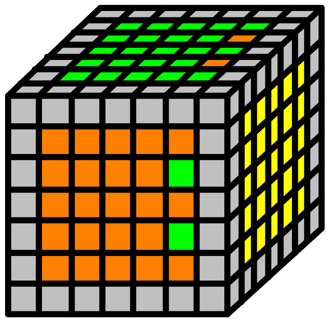
Desfaz em cima: C^{-1}

Vêm as colunas corrigida: $D_5^{-1}D_4D_3^{-1}D_2$

Roda em cima: C

Vem a **primeira** coluna da direita do centro: D_2^{-1}

Na segunda maneira, começamos por fazer CF, obtendo-se uma outra posição padrão:



Agora, só temos uma coluna da frente para corrigir, sendo que as peças erradas estão na **segunda** e **quarta** linhas. Isto significa que vamos ter que "subir"as **segunda** e **quarta** colunas.

Vai a coluna a corrigir: $D_3D_2^{-1}$

Roda em cima: C

Vão a as **segunda** e **quarta** colunas do centro: $D_5D_4^{-1}D_3D_2^{-1}$

Desfaz em cima: C^{-1}

Vem a coluna corrigida: D_2^{-1}

Roda em cima: C

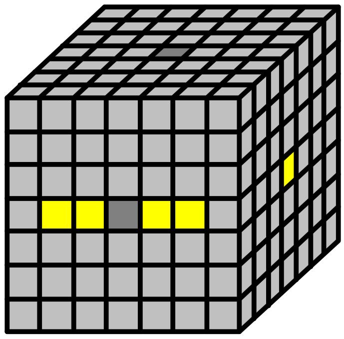
Vêm as **segunda** e **quarta** colunas do centro: $D_5^{-1}D_4D_3^{-1}D_2$

E os centros ficam resolvidos.

Afinal, a resolução dos dois últimos centros não é assim tão complicada. Aliás, é a parte que podemos resolver com maior velocidade, pois todas as peças que nos interessam está à nossa vista. Ao fim de pouco tempo, os dois últimos centros são os mais fáceis (mais rápidos) de resolver.

Quanto aos primeiros quatro centros, a resolução de muitos exemplos vai mostrar alguns pequenos truques. Vamos referir um deles:

No caso do cubo 7×7×7, uma vez construído o primeiro centro, construímos dois blocos centrais de tipo 2×1, com a cor oposta à cor do primeiro centro, numa face adjacente ao primeiro centro construído. Depois, é bastante fácil passar esses dois blocos para a face cujo centro tem essa cor. Vejamos um exemplo:

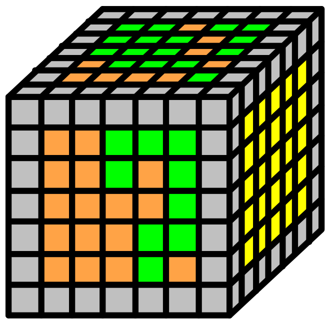


Suponhamos que o centro da face esquerda já está resolvido (centro branco) e que pretendemos começar a resolver o centro amarelo (face oposta ao primeiro centro resolvido). Então, é fácil construir od dois blocos amarelos da figura anterior, movimentando as camadas paralelas à face da direita e as camadas exteriores.

Na figura anterior, basta fazermos $FB_3C_3^{-1}DC_3B_3^{-1}$,formando-se um bloco amarelo 5×1, na face da direita. É claro que podemos colocar o centro amarelo em baixo e formar o bloco amarelo em cima e retornar à posição da figura. Depois, formamos um bloco 5×1 numa das faces intermédias e colocamo-lo na face da direita. À medida que vamos formando novos blocos, pode acontecer que fiquem "amarelos"na face da direita e que não estejam formando blocos 5×1. Nesse caso, devemos "ir buscar"esses amarelos, trazendo-os para outra face. Tudo isso é muito mais fácil de fazer do que estar aqui a explicar e todas as pessoas são capazes de ir descobrindo esses pequenos truques.

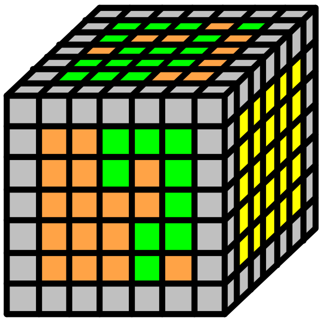
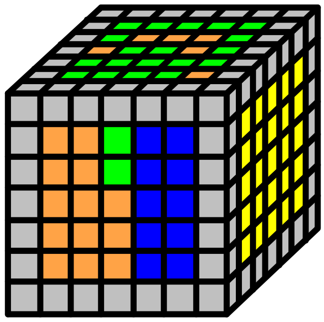
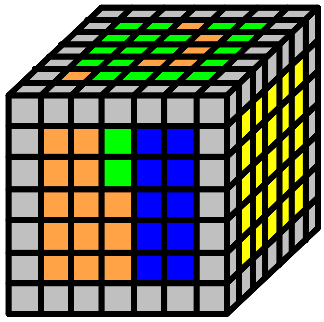
Exemplo

Vejamos um exemplo da resolução dos dois últimos centros do cubo 7×7×7.

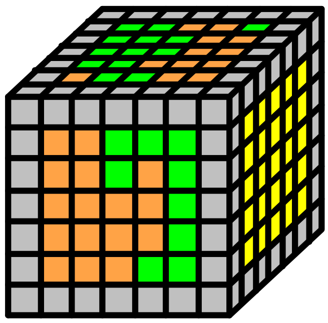


No caso da figura anterior, temos duas peças erradas em cada um dos dois últimos centros de tipo 3×3. A resolução deste centro intermédio consiste em permutar peças entre esses dois centrinhos (chamemos-lhes assim). Então, vamos levar peças peças verdes e trazer menos peças verdes (do que as levamos).

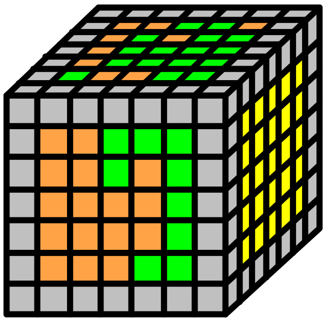
Então, vamos rodar a camada superior no sentido anti-horário e rodamos as três camadas da direita do cubo, de modo a formarmos um bloco 3×1 de cor laranja. Depois, há que rodar em cima para trazermos trazer as três camadas da direita de volta.

E trazemos as trêsw camadas da direita de volta, refazendo os centros azul e vermelho:

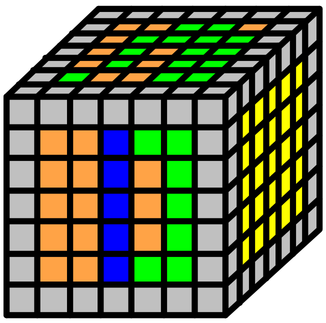


E temos uma única peça errada em cada um dos centrinhos 3×3. Embora se possa resolver esta questão pelo processo seguido no cubo 5×5×5, vamos seguir o método que é utilizado frequentemente nos cubos maiores, embora noutra situação. Neste caso, a peça errada do centrinho 3×3 não é uma peça de canto, havendo duas posições padrão. Obtemos uma das posições padrão, dando meia volta na camada de cima:

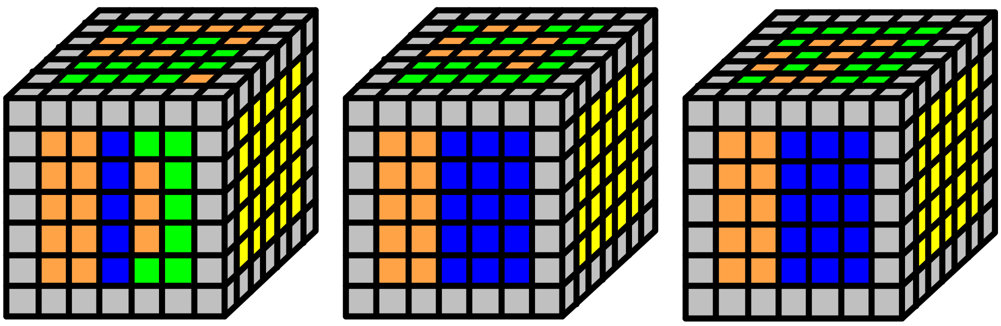


Relativamente ao centro 3×3, as duas peças que queremos permutar estão na primeira linha da fila central de cada face.

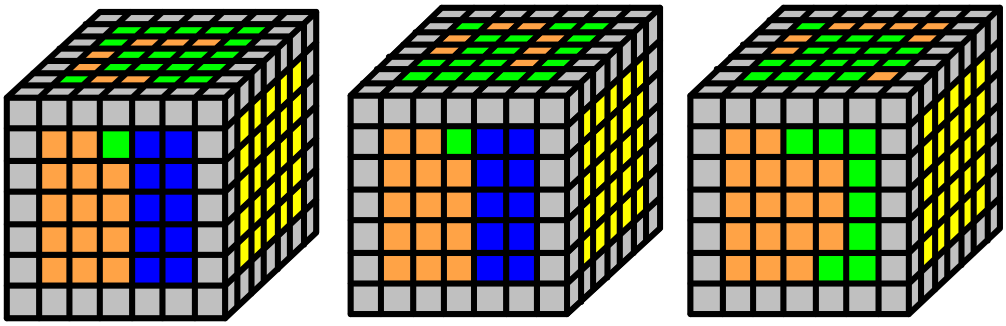
Então, "levamos"a camada central, fazendo $D_4 D_3^{-1}$, obtendo-se a seguinte posição:



Depois, rodamos em cima (C), levamos a fila mais à direita do centro 3×3 (D_3) e desfazemos o movimento de cima (C^{-1}):

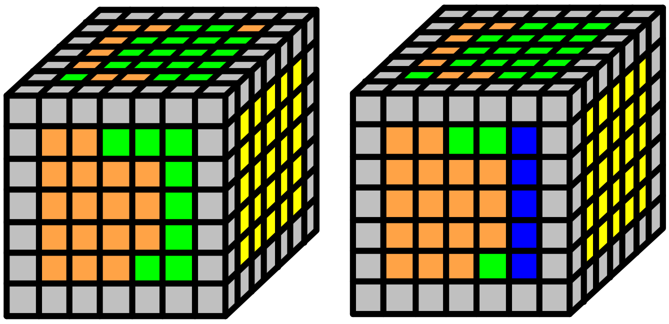


Agora, trazemos de volta a camada central ($D_4^{-1}D_3$), rodamos em cima e trazemos as três filas da direita (CD_3^{-1})

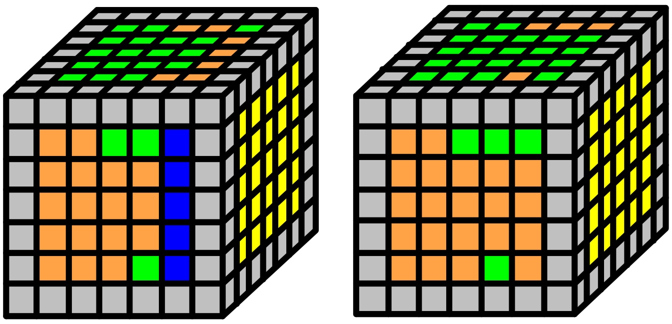


Deste modo, obtivemos os dois centros 3×3. Agora. é óbvio que temos de levar o bloco de cinco peças verdes para a camada de cima, trazendo outras cinco peças para a camada da frente.

Como temos um bloco de quatro peças de cor laranja em cima, vamos fazer $C^{-1}D_2$:



E seguimos com $C^2D_2^{-1}$, obtendo-se a seguinte posição:

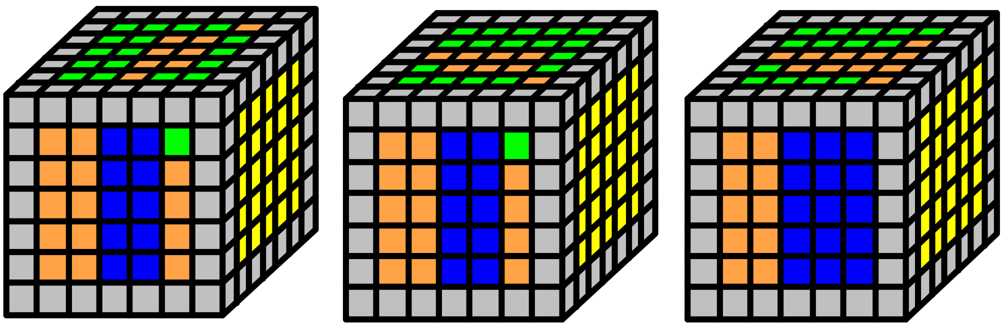


E podemos melhorar a posição anterior, levando três verdes da face da frente para cima e trazendo três peças cor de laranja.

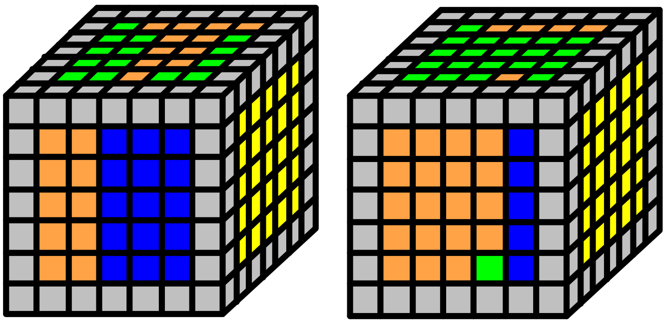
No entanto, vamos aproveitar a posição anterior, para permutarmos duas peças duma só vez:

Na primeira linha da face de cima, temos três peças cor de laranja nas mesmas posições que as três peças verdes da primeira linha da face da frente. Esqueçamos as peças de canto. Então, restam duas peças erradas, em cada face, que podem ser permutadas em conjunto.

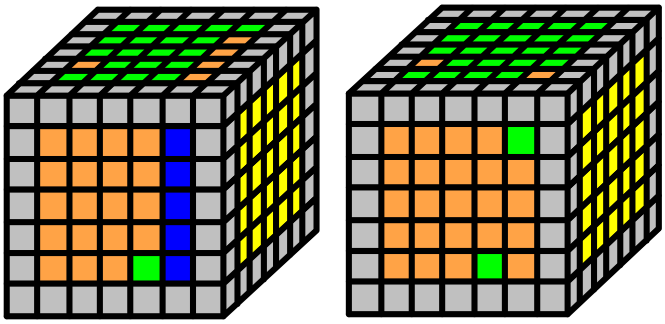
Para resolver a situação da figura anterior, "levamos"as duas colunas erradas, fazendo $D_4D_2^{-1}$, rodamos em cima (C) e "levamos"a coluna do centro que fica mais à direita (D_2):



Agora, desfazemos o movimento de cima (C^{-1}) e trazemos de volta as duas colunas que tinhma ido em primeiro lugar ($D_4^{-1}D_2$):



Agora, fazemos CD_2^{-1}, refazendo os centrosazul e vermelho:

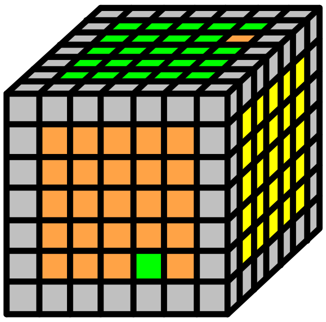


Na posição anterior, temos duas peças erradas em cada um dos dois últimos centros, sendo que há duas peças de "canto"que já estão em posição de serem permutadas.

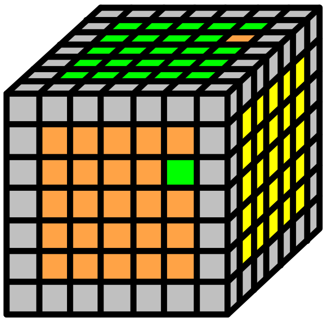
A sequência que resolve essa situação é

$$D_2CD_2^{-1}CD_2C^2D_2^{-1}$$

Após a aplicação da sequência anterior, obtemos:



E basta fazermos F^{-1}, para obtermos a posição padrão:

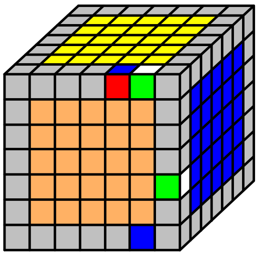


Levamos a coluna com a peça errada (de cada face): D_2
Giramos em cima: C
Vai a segunda coluna do centro (as peças erradas estavam na segunda linha): $D_3D_2^{-1}$
Desfazemos em cima: C^{-1}
Vem a coluna que foi movida de início: D_2^{-1}
Gira em cima: C
Vem a segunda coluna (do centro): $D_3^{-1}D_2$
E os centros ficam prontos.
Muitas observações poderiam se feitas, mas faremos apenasuma:
Quando dizemos "vai a coluna mais à direita do centro", poderíamos fazer D_2D^{-1}, mas não é necessário ter qualquer preocupação com as camadas externas do cubo (nesta fase), pelo que basta fazer D_2.

Capítulo 3

As Arestas

De início, continuaremos a usar o mesmo método utilizado para os cubos 4×4×4, 5×5×5 e 6×6×6.

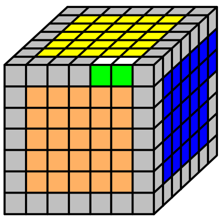


Observemos, com atenção, a figura anterior. Queremos juntar as duas peças com verde e branco. E já sabemos como é que se faz isso. Claro que convém colocar na posição adequada uma peça azul e vermelha (esta última cor está voltada para baixo). Deste modo, quando rodarmos as duas camadas da direita, as duas peças com azul e vermelho ficam unidas e as cores combinam.

A sequência a aplicar é:

$$D_2 F D^{-1} F^{-1} D_2^{-1}$$

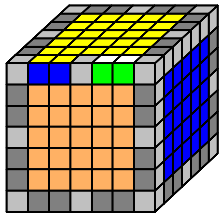
E obtemos a seguinte posição:



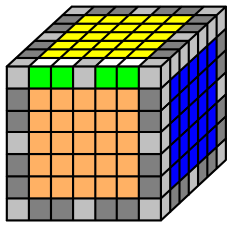
E obtivemos dois pares de peças bem unidas. E, sempre que possível, procederemos desta maneira, embora possamos chegar a casos em que as peças ficam do lado esquerdo. A sequência a aplicar é semelhante:

$$E_2^{-1}F^{-1}EFE_2$$

Terminada a obtenção de pares de duas peças bem unidas, podemos juntar os pares de peças com as mesmas cores, numa mesma aresta, mas não é importante fazer isso..



Na figura anterior, vemos que, em cada aresta do cubo, temos dois pares de duas peças bem alinhadas, mas as cores dos dois pares podem ser diferentes. O próximo passo pode consistir em colocar os dois pares de peças com as mesmas cores, na mesma aresta:

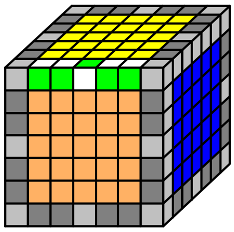


Para juntar as quatro peças da figura anterior, basta interpretarmos o cubo 7×7×7 como sendo um cubo 5×5×5. Então, teremos a camada da esquerda, depois, temos uma segunda camada (interior) que agrupa duas camadas, depois, teremos a camada central M, uma outra camada dupla e, por fim, a camada da direita. Aliás, a partir do momento em que todas as peças de borda não centrais estão agrupadas aos pares, poderemos resolver o cubo como se resolvia o cubo 5×5×5.

Observemos que também podemos continuar, formando blocos de três peças e, quando, em cada aresta, só tivéssemos um bloco de três e outro de duas peças,juntávamos os blocos das mesmas cores.

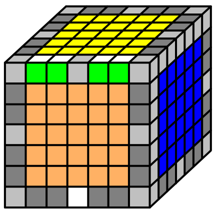
Quando fizermos o mesmo, em todas as arestas do cubo, faltará acertar alguma aresta, caso não estejam resolvidas todas as arestas.

Note-se que, ao resolvermos as arestas, pode acontecer o seguinte caso:



Se isso acontecer, o melhor é deixar a peça onde ela está, colocando outras peças noutras arestas.

Suponhamos que temos o seguinte caso:

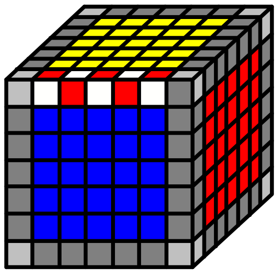


A outra cor da peça com branco (na figura anterior) é o verde. Então, fazemos $D_4D_3^{-1}CEC^{-1}D_4^{-1}D_3$. Deste modo, fica formada a aresta verde e branca e não desfizemos os centros.

Observemos que é necessário termos uma aresta ainda não formada na camada da esquerda ou na camada da direita, mas não em cima! A fórmula anterior pode ter que ser ligeiramente modificada, porque, quando colocamos a aresta verde e branca na camada da esquerda (em cima), temos que trocar essa aresta por outra que não esteja resolvida. Essa outra aresta até poderá estar na camada de baixo. Nesse caso faríamos E^2, em vez de E. Se a aresta não resolvida estiver na camada da direita, começaremos por fazer $D_4D_3^{-1}C^{-1}EC$.

Note-se que, depois de formados todos os pares, basta interpretarmos o cubo 7×7×7 como sendo um cubo 5×5×5, resolvendo as arestas da mesma maneira que fazíamos no caso do cubo 5×5×5.

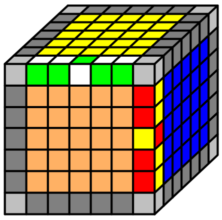
Ao resolvermos as arestas dum cubo 7×7×7, podemos chegar à seguinte situação (com 11 arestas resolvidas e uma por resolver):



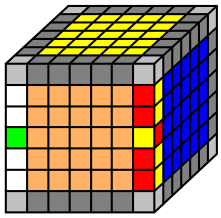
A solução é a seguinte:

$$D_3^2 D_2^2 T^2 C^2 E_3 E_2^{-1} C^2 D_3^{-1} D_2 C^2 D_3 D_2^{-1} C^2 F^2 D_3 D_2^{-1} F^2 E_3^{-1} E_2 T^2 D_3^2 D_2^2$$

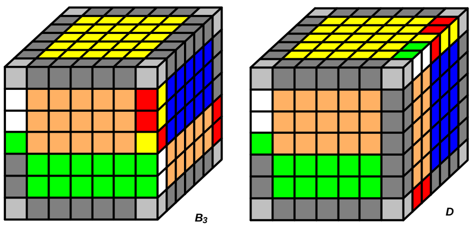
Vejamos outro caso que pode ocorrer:

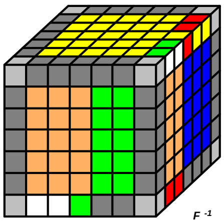


Neste caso, faríamos CE, para obtermos a posição padrão.

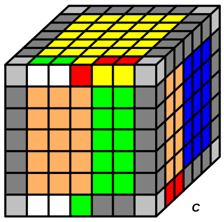


E aplicamos a sequência $B_3 D F^{-1} C D^{-1} F B_3^{-1}$.

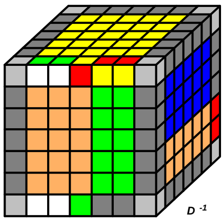




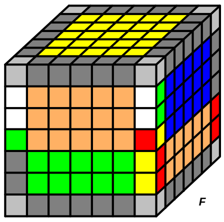
F^{-1}



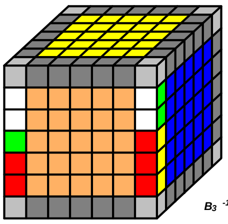
C



D^{-1}



F



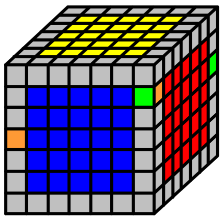
B_3^{-1}

Agora, fazemos F_3^2 e aplicamos a mesma sequência.

Quando todas as arestas estiverem resolvidas, ficamos com um cubo 3×3×3, cubo esse que se resolve normalmente.

Tal como no caso dos cubos 4×4×4, 5×5×5 e 6×6×6, vamos ter que saber resolver certas singularidades.

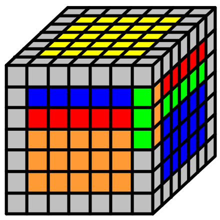
No cubo 7×7×7, a maneira "tradicional"pode ter vantagens, pois, normalmente, podemos colocar 4 peças duma aresta duma só vez. E só faltará colocar a última. Por isso, mais adiante, vamos apresentar um caso de resolução do cubo 7×7×7, dessa maneira. Mas, vejamos um exemplo:



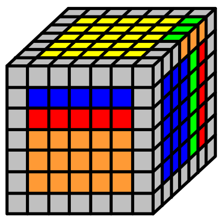
No exemplo da figura anterior, podemos juntar as três peças com verde e laranja, fazendo $B_5^{-1}B_4^2$. Deste modo, ficamos com três peças unidas numa aresta. Essa aresta deve ser colocada na camada de cima (ou de baixo). Então poderemos fazer DCD^{-1}, deixando os centros em posição de serem unidos. Neste processo, poderemos refazer os centros, de cada vez, ou não. Mas temos que ter cuidado em não desfazer os blocos horizontais. Logo, de cada vez, que um bloco fica na vertical, temos que trazê-lo de volta à posição horizontal. Só as camadas horizontais podem mover-se livremente.

É claro que podemos unir as peças numa aresta não vertical, por exemplo, na aresta que fica em cima e na frente. Nesse caso, podemos mover livremente as camadas da direita e da esquerda.

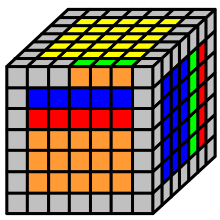
Voltando ao exemplo apresentado na figura anterior, teríamos a seguinte situação:



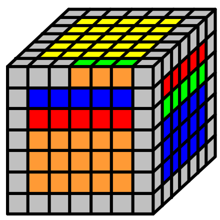
$B_5^{-1}B_4^2$



D



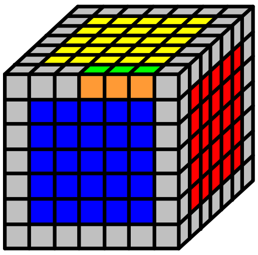
C



D^{-1}

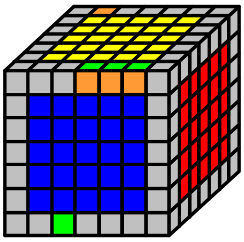
Na última posição, podemos refazer os centros, ficando com maior liberdade, pois podemos mover qualquer camada exterior, ou podemos deixar os centros como estão. Neste último caso, só podemos mover livremente as camadas de cima e de baixo, bem como camadas paralelas a essas duas.

Para mim, torna-se mais fácil refazer os centros, embora o número de movimentos possa aumentar. Por isso, eu deixaria o cubo na seguinte posição:

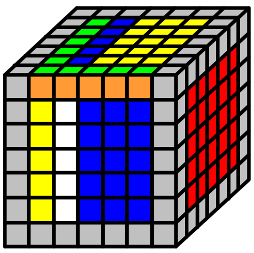


$B_5 B_4{}^2$

Agora, teríamos que encontrar as duas peças de borda com verde e laranja e posicioná-las devidamente. Por exemplo, poderíamos chegar à posição seguinte:



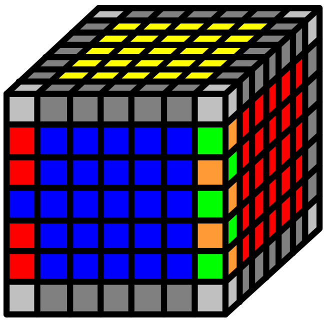
Agora, continuávamos com $E_3^{-1}E_2^2$, juntando as 5 peças:



Agora, teríamos que retirar a aresta pronta, fazendo CE, por exemplo, e seguindo com C^{-1}, após o que refazíamos os centros.

Qual será a melhor maneira de formar as arestas? Isso é relativo, vai depender da pessoa que vai resolver o cubo e daquilo que ela já sabe. Para quem só saiba resolver o cubo 3×3×3, parece-me mais simples começar por unir dois pares de peças, até que todas as arestas fiquem com dois pares de peças das mesmas cores e bem alinhadas. Depois, colocam-se as doze peças centrais, de preferência, com as cores bem alinhadas. Se, no fim, tivermos uma aresta com a peça central com as cores invertidas, corrige-se essa situação. Se houver duas peças centrais com as cores invertidas, corrigimos a situação duma só vez, colocando as peças na devida posição e aplicando um de dois algoritmos possíveis, sendo que um dos algoritmos é bem conhecido da resolução do cubo 4×4×4 e o outro do método de Ortega (para o cubo 3×3×3).

Note-se que pode acontecer que tenhamos de resolver as duas últimas arestas, uma de cada vez, se em cada uma delas tivermos peças com cores invertidas, mas de maneiras diferentes.



No caso da figura anterior, as duas arestas por resolver têm padrões diferentes, pelo que temos de resolver uma aresta de cada vez. Claro que há outros casos com padrões diferentes.

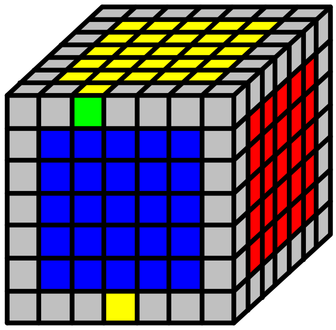
Outra maneira de resolver as arestas, consiste em juntar as três peças centrais de cada aresta, transformando-se o cubo 7×7×7 num cubo 5×5×5.

E há maneiras mistas, em que vamos resolvendo as três peças centrais e, eventualmente, colocando uma ou as duas peças dos extremos das arestas. Tudo depende da situação concreta e da vontade de quem resolve o cubo. No entanto, há situações em que é preferível resolver quase todas as arestas e deixar para o fim a colocação de algumas peças mais problemáticas.

Mas não é preciso saber mais algoritmos do que aqueles que aqui ficam registados.

Note-se que, depois de eu ter resolvido muitos exemplos, passei a usar o método que consiste em colocar as três peças centrais de cada aresta.

Vejamos um exemplo:



Se a peça com amarelo que está na camada inferior tem o verde como a outra cor, fazemos $D_4D_3^{-1}$ e rodamos a camada de cima (fazendo C ou C^{-1}). Fazemos C, se houver, na camada da esquerda, uma peça central mal colocada e fazemos C^{-1}, se houver uma peça central errada na camada da direita. É claro que havendo peças centrais erradas na esquerda e na esquerda, fazemos o que quisermos. Refira-se que a peça central errada não pode estar na camada de cima, mas por vezes, isso escapa-nos. Nesses casos, basta rodar a camada da esquerda (ou da direita), tirando a peça errada de cima, rodando a camada da esquerda (ou da direita), de modo a ficar em cima uma nova peça central errada, desfazemos o movimento feito em cima e trazemos a camada central de volta. Em muitos casos, basta-nos fazer D_4 em vez de $D_4D_3^{-1}$, mas isso vai depender da experiência de quem resolve o cubo.

Depois de juntarmos as duas peças com verde e amarelo, convém juntar a terceira peça, para formarmos um bloco central de tipo 3×1.

No final, podemos ter 12 blocos centrais de tipo 3×1 certos, ou podemos ter 11 ou 10. E tudo se passa como no cubo $5\times5\times5$, resolvendo-se de maneira semelhante.

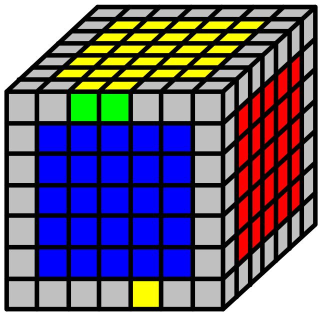
Quando aparece um bloco 3×1 errado (e os outros 11 certos), eu costumo deixar para o fim a sua resolução (porque no fim podem ocorrer várias situações em que a resolução de imediato não adianta).

Terminada a resolução dos blocos 3×1, temos um cubo $5\times5\times5$, pelo que arestas se completam da mesma maneira que no cubo $5\times5\times5$.

Uma situação que ocorre muitas vezes, é termos a peça na sua posição mas com as cores invertidas. Ou seja, no exemplo da figura anterior, a peça com amarelo para a frente e verda para baixo, teria o amarelo para baixo e o verde para a frente.

Nesse caso, basta fazermos $B^2D_4^2D_3^2$, para que as duas peças fiquem bem alinhadas, continuando-se da mesma maneira.

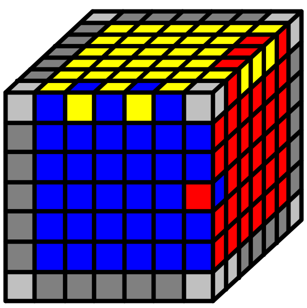
Quando temos duas peças bem unidas, vamos precisar de juntar a terceira peça, como podemos ver na figura seguinte:



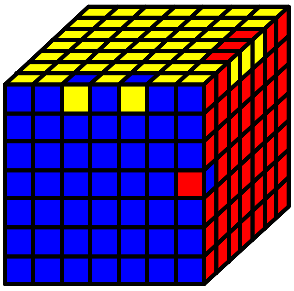
A maneira de resolver é análoga, começando-se por fazer $D_3D_2^{-1}$, sendo que a maior parte das vezes não adianta fazer o segundo movimento. Agora, se a peça tiver as cores invertidas, ela estará noutra posição (dois lugares mais à esquerda). E podemos proceder de maneira semelhante, dando meia volta em baixo, seguindo-se $D_3^2D_2^2$. Há outras maneira de resolver a situação, podendo fazer-se $BD^{-1}T^{-1}B^2$, após o que a peça ficaria na posição da figura anterior.

Observação

No caso da figura seguinte, temos nove arestas resolvidas e três arestas com as peças adequadas, mas algumas delas mal orientadas (com as cores invertidas). Numa situação destas, devemos resolver a questão das arestas, antes de continuarmos a resolução. No entanto, podemos resolver o cubo, deixando a questão das arestas, para o final. Mas, devemos ter atenção na resolução, para não cairmos numa situação algo complicada. Por isso, ao colocarmos as arestas não resolvidas, devemos alinhar a peça central de cada aresta com as cores das faces adjacentes.



Então, no caso da figura anterior, a aresta azul e vermelha, a aresta vermelha e amarela e a aresta azul e amarela estão mal resolvidas, pois as cores das peças cada uma delas não combinam. De qualquer modo, devemos começar por resolver as últimas três arestas, antes de resolvermos o resto do cubo, a menos que a ideia seja mesmo essa: ter o clube resolvido, mas com três arestas ainda não totalmente resolvidas:



Como resolver esta situação? Será ela possível? Note-se que, ao remediarmos a situação, ficaremos com duas arestas com as cores invertidas (as duas arestas erradas, na direita).

Mais vale não adiar os problemas. Então, deveríamos ter começado por resolver as arestas antes de começarmos a resolver o cubo como se ele fosse do tipo $3 \times 3 \times 3$.