

Atividade de diagnóstico

Pág. 130

1.1. $A(2, 3)$ e $B(5, 5)$

$$m = \frac{5-3}{5-2} = \frac{2}{3}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 3 = \frac{2}{3}(x - 2) \Leftrightarrow y - 3 = \frac{2}{3}x - \frac{4}{3}$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{2}{3}x - \frac{4}{3} + 3 \Leftrightarrow y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$$

A equação reduzida da reta AB é $y = \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}$.

1.2. a) $P(3, 7)$

$$x = 3$$

$$y = \frac{2}{3} \times 3 + \frac{5}{3} \Leftrightarrow y = \frac{6}{3} + \frac{5}{3} = \frac{11}{3}$$

As coordenadas do ponto Q são $(3, 11)$.

b) $7 - \frac{11}{3} = \frac{10}{3}$

2.1. $\sum_{i=1}^4 (i+2) = 1+2+2+2+3+2+4+2 = 18$

2.2. $\sum_{i=1}^4 i+2 = 1+2+3+4+2 = 12$

2.3. $\sum_{i=1}^4 5 = 4 \times 5 = 20$

3.1. $\sum_{i=1}^3 i^2 = \sum_{i=1}^2 i^2 + k$

$$i^2 + 2^2 + 3^2 = 1^2 + 2^2 + k \Leftrightarrow k = 9$$

3.2. $\sum_{i=0}^2 3i = 2k \sum_{i=0}^2 i$

$$0+3+6 = 2k(0+1+2) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 9 = 2k(3) \Leftrightarrow 3 = 2k \Leftrightarrow k = \frac{3}{2}$$

Pág. 131

4. $\sum_{i=1}^{10} x_i =$

$$= 10,1 + 10,2 + 9,5 + 11,0 + 13,8 + 13,5 + 10,0 + 12,7 + 9,8 + 12,2 =$$

$$= 113,8$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i}{10} = \frac{113,8}{10} = 11,38$$

A média da amostra é 11,38.

5.1. $\bar{x} = \frac{6,1+6,0+5,2+6,3+6,4}{5} = \frac{30}{5} = 6$

$$\bar{x} = 6$$

5.2. $\bar{y} = \frac{8,1+8,2+8,0+8,4+8,3}{5} = \frac{41}{5} = 8,2$

$$\bar{y} = 8,2$$

5.3. $SS_x = \sum_{i=1}^5 (x_i - \bar{x})^2 =$
 $= (6,1-6)^2 + (6-6)^2 + (5,2-6)^2 + (6,3-6)^2 + (6,4-6)^2 =$
 $= 0,1^2 + 0^2 + (-0,8)^2 + 0,3^2 + 0,4^2 =$
 $= 0,01 + 0,64 + 0,09 + 0,16 = 0,9$
 $SS_x = 0,9$

5.4. $SS_y = \sum_{i=1}^5 (y_i - \bar{y})^2 =$
 $= (8,1-8,2)^2 + (8,2-8,2)^2 + (8-8,2)^2 + (8,4-8,2)^2 + (8,3-8,2)^2 =$
 $= (-0,1)^2 + 0 + (0,2)^2 + (0,2)^2 + (0,1)^2 =$
 $= 0,01 + 0^2 + 0,04 + 0,04 + 0,01 = 0,1$
 $SS_y = 0,1$

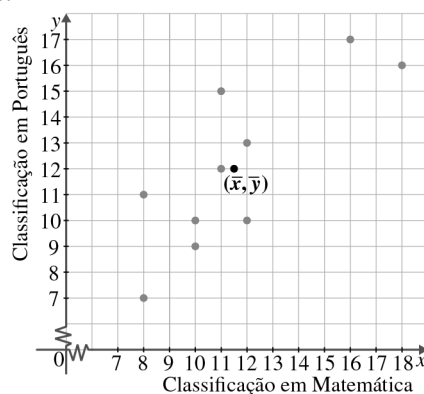
5.5. $\sqrt{\frac{SS_x}{SS_y}} = \sqrt{\frac{0,9}{0,1}} = \sqrt{9} = 3$

5.6. $\sum_{i=1}^5 x_i y_i - n \bar{x} \bar{y} =$
 $= 6,1 \times 8,1 + 6,0 \times 8,2 + 5,2 \times 8,0 + 6,3 \times 8,4 +$
 $+ 6,4 \times 8,3 - 5 \times 6 \times 8,2 =$
 $= 49,41 + 49,2 + 41,6 + 52,92 + 53,12 - 246 =$
 $= 0,25$
 $\sum_{i=1}^5 x_i y_i - n \bar{x} \bar{y} = 0,25$

Atividade inicial

Pág. 132

1. e 3.



2. a) $\bar{x} = \frac{12+11+8+16+10+11+10+18+12+8}{10} = 11,6$

$$\bar{x} = 11,6$$

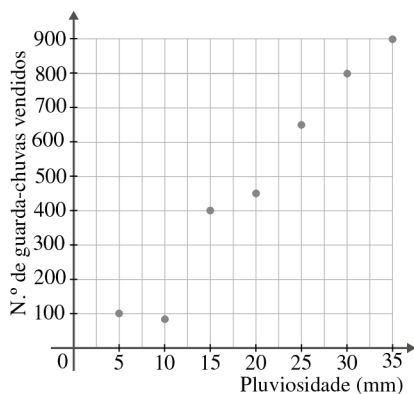
b) $\bar{y} = \frac{13+15+11+17+9+12+10+16+10+7}{10} = 12$

$$\bar{y} = 12$$

Pág. 134

1.1. Variável explicativa: *Nível de pluviosidade*Variável resposta: *Número de guarda-chuvas vendidos*

1.2.



Pág. 136

$$2.1. \quad \bar{x} = \frac{1+2+4+5}{4} = 3 \text{ e } \bar{y} = \frac{1+2+2+3}{4} = 2$$

$$2.2. \quad f(a) = \sum_{i=1}^4 (y_i - ax_i - b)^2$$

$$b = \bar{y} - a\bar{x} \Leftrightarrow b = 2 - a \times 3 \Leftrightarrow b = 2 - 3a$$

$$\sum_{i=1}^4 (y_i - ax_i - b)^2 = (1 - a - 2 + 3a)^2 + (2 - 2a - 2 + 3a)^2 +$$

$$+ (2 - 4a - 2 + 3a)^2 + (3 - 5a - 2 + 3a)^2 =$$

$$= (-1 + 2a)^2 + a^2 + (-a)^2 + (1 - 2a)^2 =$$

$$= 1 - 4a + 4a^2 + a^2 + a^2 + 1 - 4a + 4a^2 =$$

$$= 10a^2 - 8a + 2$$

$$2.3. \quad f(a) = 10a^2 - 8a + 2$$

$$f'(a) = 20a - 8$$

Pág. 137

$$2.4. \quad f'(a) = 0 \Leftrightarrow 20a - 8 = 0 \Leftrightarrow a = \frac{2}{5}$$

x		$\frac{2}{5}$	
f'	-	0	+
f	$\searrow$		$\nearrow$

Mín.

Para $a < \frac{2}{5}$, $f'(a) < 0$ e para $a > \frac{2}{5}$, $f'(a) > 0$.

Logo, f tem mínimo absoluto para $a = \frac{2}{5}$.

$$2.5. \quad m = \frac{2}{5}$$

$$m = \frac{\sum_{i=1}^4 x_i y_i - 4\bar{x}\bar{y}}{SS_x}$$

$$SS_x = 4 + 1 + 1 + 4 = 10$$

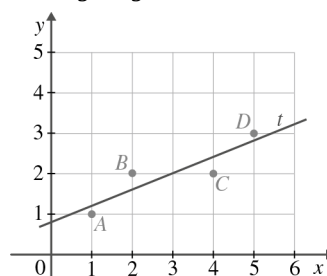
$$\sum_{i=1}^4 x_i y_i = 1 + 4 + 8 + 15 = 28$$

$$4\bar{x}\bar{y} = 4 \times 3 \times 2 = 24$$

$$\frac{\sum_{i=1}^4 x_i y_i - 4\bar{x}\bar{y}}{SS_x} = \frac{28 - 24}{10} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} = m$$

$$2.6. \quad m = \frac{2}{5}, \quad b = 2 - 3a = 2 - 3 \times \frac{2}{5} = \frac{4}{5}$$

$$t: y = \frac{2}{5}x + \frac{4}{5}$$



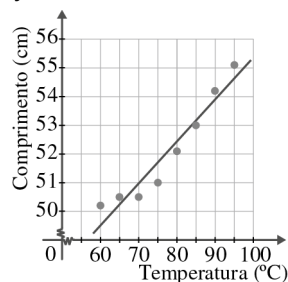
Pág. 138

3. Em todas exceto na situação B.
Em B não se visualiza uma reta à qual os pontos se ajustem.

Pág. 139

- 4.1. O comprimento da peça varia com a temperatura. Logo, a temperatura deve ser a variável explicativa e o comprimento a variável resposta.

$$4.2. \quad y = 0,15x + 40,75$$

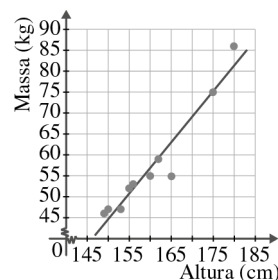


Pág. 141

- 5.1. Variável explicativa: altura

Variável resposta: massa

- 5.2. a)



Existe uma relação linear entre as duas variáveis, dado que, observando a nuvem de pontos, é possível visualizar que estes se ajustam a uma reta de declive positivo

b) $\bar{x} = 160,5$

$\bar{y} = 57,5$

c) $m = 1,22$

d) $y = 1,22x - 138,18$

e) $1,22 \times 171 - 138,18 \approx 70$

É de esperar que tenha uma massa de aproximadamente 70 kg.

$$\begin{aligned} \text{f)} \quad 1,22x - 138,18 &= 50 \Leftrightarrow 1,22x = 138,18 + 50 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow 1,22x = 188,18 \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow x = \frac{188,18}{1,22} \Rightarrow x \approx 154 \end{aligned}$$

É de esperar que tenha uma altura de 154 cm, aproximadamente.

Pág. 143

- 6.1. $r = 0,4$ que traduz uma correlação positiva fraca.
Assim, $r = 0,4$ corresponde ao gráfico (C).
6.3. $r = -0,9$ que traduz uma correlação negativa forte.
Assim, $r = -0,9$ corresponde ao gráfico (B).
6.4. $r = 0,8$ que traduz uma correlação positiva forte.
Assim, $r = 0,8$ corresponde ao gráfico (A).

$$7. \quad \bar{x} = \frac{1+2+3+6}{4} = 3$$

$$\bar{y} = \frac{4+6+7+7}{4} = 6$$

$$\begin{aligned} SS_x &= \sum_{i=1}^4 (x_i - \bar{x})^2 = \\ &= (1-3)^2 + (2-3)^2 + (3-3)^2 + (6-3)^2 = \\ &= 4+1+0+9=14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} SS_y &= \sum_{i=1}^4 (y_i - \bar{y})^2 = \\ &= (4-6)^2 + (6-6)^2 + (7-6)^2 + (7-6)^2 = \\ &= 4+0+1+1=6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^4 x_i y_i &= \\ &= 1 \times 4 + 2 \times 6 + 3 \times 7 + 6 \times 7 = \\ &= 4 + 12 + 21 + 42 = 79 \end{aligned}$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^4 x_i y_i - 4\bar{x}\bar{y}}{SS_x} = \frac{79 - 4 \times 3 \times 6}{14} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$$

$$r = a \sqrt{\frac{SS_x}{SS_y}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{14}{6}} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{7}{3}} \approx 0,764$$

Atividades complementares

Pág. 145

- 8.1. $A(1; 2,3); B(2; 2,4); C(3; 4,2)$ e $D(4; 4,9)$
 $y = 1,2x + 0,5$
 $y_A = 1,2 \times 1 + 0,5 = 1,7$
 $e_A = 2,3 - 1,7 = 0,6$
 $y_B = 1,2 \times 2 + 0,5 = 2,9$
 $e_B = 2,4 - 2,9 = -0,5$
 $y_C = 1,2 \times 3 + 0,5 = 4,1$
 $e_C = 4,2 - 4,1 = 0,1$
 $y_D = 1,2 \times 4 + 0,5 = 5,3$
 $e_D = 4,9 - 5,3 = -0,4$
 8.2. $0,6 - 0,5 + 0,1 - 0,4 = -0,2$
 9. A correlação é positiva em (A) e em (C), sendo mais forte em (A) do que em (C).

Logo, a (A) corresponde r_1 e a C corresponde r_3 ,

A correlação é positiva em (B) e em (D), sendo mais forte em (B) do que em (D).

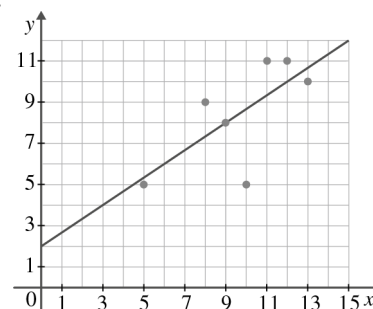
Logo, a (B) corresponde r_2 e a (D) corresponde r_4 ,

Assim:

$$r_1 : (A); r_2 : (B); r_3 : (C); r_4 : (D)$$

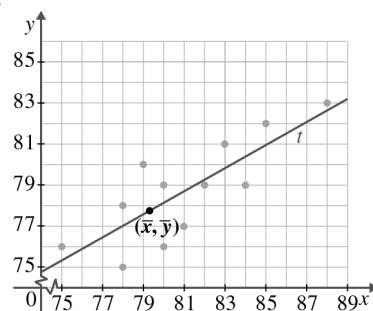
$$10.1. \quad y = 0,66x + 1,97$$

10.2.



$$11.1. \quad \bar{x} = 81,08 \text{ e } \bar{y} = 78,75$$

11.2.



$$y = 0,56x + 33,08$$

$$11.3. \quad \bar{y} = 0,56\bar{x} + 33,08$$

$$11.4. \quad y = 0,56 \times 82 + 33,08 \approx 79$$

79 pulsações por minuto

$$11.5. \quad \sum_{i=1}^{12} x_i y_i = 76\,702$$

$$n\bar{x}\bar{y} = 12 \times 81,0833 \times 78,75 \approx 76\,623,7185$$

$$SS_x \approx 138,9167$$

$$\begin{aligned} \frac{\sum_{i=1}^{12} x_i y_i - 12 \times \bar{x} \bar{y}}{SS_x} &\approx \\ &\approx \frac{76\,702 - 76\,623,7185}{138,9167} \approx 0,56 \end{aligned}$$

Avaliação

Pág. 146

$$1.1. \quad \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^6 x_i}{6} = \frac{11,1}{6} = 1,85$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^6 y_i}{6} = \frac{147,3}{6} = 24,55$$

Resposta: (C)

- 1.2. Quando x aumenta (entre 1,1 e 2,5), y aumenta (entre 15,2 e 35,2) o que apenas se verifica em (C)

Resposta: (C)

- 1.3. Calculando o coeficiente de correlação verifica-se que $r \approx 0,9248$
Resposta: (A)
2. Em (A) e (B) a correlação é positiva, sendo mais forte em (B) do que em (A).
Em (C) a correlação é negativa fraca.
Resposta: (D)
3. O conhecimento da equação da reta de mínimos quadrados de uma sequência de pontos permite fazer previsões.
Resposta: (A)

Pág. 147

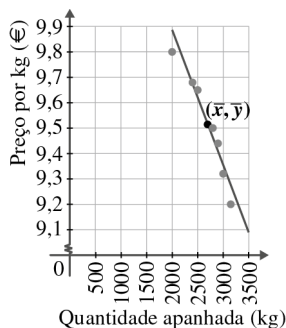
- 4.1. Variável explicativa:
- quantidade apanhada*

Variável resposta: *preço*

- 4.2.
- $\bar{x} = 2678,57$

 $\bar{y} = 9,51$

- 4.3.



$$y = -0,0051x + 10,89$$

- 4.5. e 4.6.

$$e_1 = 9,8 - (-0,000\,51 \times 2000 + 10,89) \approx -0,070$$

$$e_2 = 9,68 - (-0,000\,51 \times 2400 + 10,89) \approx 0,014$$

$$e_3 = 9,65 - (-0,000\,51 \times 2500 + 10,89) \approx 0,035$$

$$e_4 = 9,32 - (-0,000\,51 \times 3000 + 10,89) \approx -0,040$$

$$e_5 = 9,44 - (-0,000\,51 \times 2900 + 10,89) \approx 0,029$$

$$e_6 = 9,50 - (-0,000\,51 \times 2800 + 10,89) \approx 0,038$$

$$e_7 = 9,20 - (-0,000\,51 \times 3150 + 10,89) \approx -0,084$$

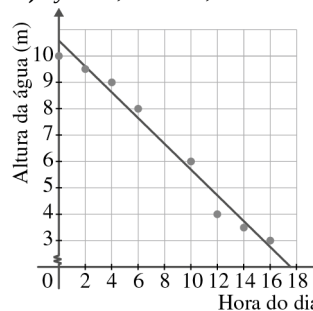
$$\text{Assim, } \sum_{i=1}^7 e_i = -0,78.$$

$$4.7. \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{SS_x} = -0,000\,51$$

- 5.1. Variável explicativa:
- hora do dia*

Variável resposta: *altura da água*

- 5.2. a) e d)
- $y = -0,48x + 10,49$



Existe uma forte relação linear entre as variáveis.

- b) $\bar{x} = 8$
 $\bar{y} = 6,625$
- c) $m = -0,4833$
- e) 8,1 m
- f) 16 h 39 min, aproximadamente.