



12.º ANO | ENSINO SECUNDÁRIO

MATEMÁTICA A

INTRODUÇÃO

A disciplina de Matemática A destina-se aos Cursos Científico-Humanísticos de Ciências e Tecnologias e de Ciências Socioeconómicas.

As Aprendizagens Essenciais (AE) baseiam-se no programa e metas da disciplina para este ano de escolaridade homologados em 2014. Os detalhes das AE devem ser complementados com esses documentos. Os temas curriculares não identificados nas AE podem ser abordados pelos docentes no exercício da sua autonomia em consonância com o projeto educativo de cada Unidade Orgânica. As AE aprofundam as Orientações de Gestão curricular para o Programa e Metas Curriculares de Matemática A, publicadas na página da Direção-Geral da Educação em agosto de 2016, com as quais são totalmente compatíveis, enquadradas e articuladas com a orientação do *Perfil dos Alunos à Saída da Escolaridade Obrigatória (PA)*, assim como a experiência de três

anos de lecionação do programa e metas.

As AE incluem os temas matemáticos de Funções e Geometria no 10.º ano, Funções, Geometria e Estatística no 11.º ano e Funções, Probabilidades e Números Complexos no 12.º ano. O papel relevante da Estatística na sociedade atual justifica a **integração de alguns dos seus conteúdos essenciais** e a **extensão do programa e metas** motiva a sua abordagem apenas no 11.º ano. Em termos gerais, na definição das AE, foi feita a opção de sugerir o estudo de alguns temas em anos posteriores ao previsto no programa, mas nunca em anos anteriores, com o objetivo de facilitar a utilização do manual por parte de professores e alunos.

As AE assumem a Lógica e a Teoria de Conjuntos como temas transversais e colocam no mesmo patamar de relevância a Resolução de Problemas, a História e a Modelação Matemáticas.

Para cada tema matemático, as AE formam um todo constituído por conteúdos, objetivos e práticas interrelacionados. Os objetivos concretizam essas aprendizagens relativas a cada conteúdo, incidindo sobre conhecimentos, capacidades e atitudes a adquirir e a desenvolver, e as práticas estabelecem condições que apoiam e favorecem a consecução desses objetivos.

A aquisição e o desenvolvimento de conhecimentos, capacidades e atitudes, e a sua mobilização em contextos matemáticos e não matemáticos são objetivos essenciais associados aos conteúdos de aprendizagem de cada tema matemático. Estes objetivos essenciais, definidos em termos de capacidades e de atitudes, devem ser valorizados com igual importância relativamente aos conteúdos e favorecem uma aproximação aos conceitos matemáticos.

Estas AE são enquadradas e articuladas no e com o PA, tendo em vista a sua consecução. No que particularmente se refere às aprendizagens dos alunos associadas às áreas de competências aí definidas, seja nas áreas (a), (b), (c), (d) e (i), intrinsecamente relacionadas com temas, processos e métodos matemáticos, seja nas restantes áreas, (e), (f), (g), (h) e (j), a

que a Matemática dá igualmente contributos essenciais. No entanto, pressupõe o recurso a práticas de trabalho autónomo, colaborativo e de carácter interdisciplinar. O trabalho em sala de aula deve contemplar a ligação a outras disciplinas, o ensino experimental e a realização de projetos com vista a promover um desenvolvimento integral dos estudantes de acordo com o PA.

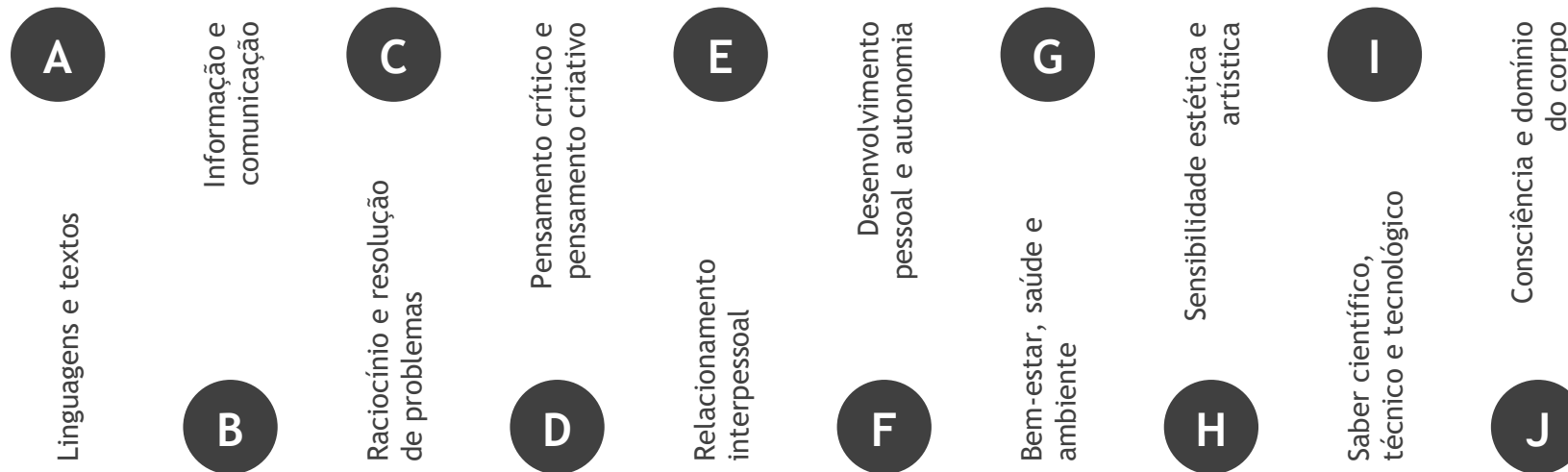
Considera-se essencial que os professores diversifiquem as suas metodologias de ensino. Por um lado, assume-se que “o professor de matemática deve ser, primeiro que tudo, um professor de matematização, isto é, deve habituar o aluno a reduzir situações concretas a modelos matemáticos e, vice-versa, aplicar os esquemas lógicos da matemática a problemas concretos” (Sebastião e Silva). Por outro lado é preciso atender aos diferentes tipos de aluno pois, tal como um método de ensino não é suficiente para ensinar estudantes de variados níveis de desenvolvimento, uma única estratégia de ensino também não funciona em todos os problemas matemáticos. Por último, desenvolver competências matemáticas complexas pode requerer estratégias de ensino diferentes daquelas usadas para desenvolver competências matemáticas básicas.

Deve ter-se em atenção que não é indiferente o modo como se ensina matemática. Os estudantes devem ter oportunidades de descobrir, raciocinar, provar e comunicar matemática. Para isso é fundamental que os estudantes se envolvam em discussões e atividades estimulantes e que não se sobrevalorizem as competências procedimentais sem a compreensão dos princípios matemáticos subjacentes.

Desde o início do ensino secundário, a tecnologia deve ser usada de forma crítica e inteligente contribuindo para o desenvolvimento de novas competências associadas à área da programação que, nalguns países, estão já integradas nos programas de Matemática. A tecnologia é uma ferramenta cada vez mais presente na sociedade e no mercado de trabalho e também um recurso essencial no ensino, ajudando os alunos a perceber as ideias matemáticas, a raciocinar, a resolver problemas e a comunicar. Assim, a tecnologia gráfica deve estar presente, quer em contexto de sala de aula, quer em

contexto de avaliação externa.

ÁREAS DE
COMPETÊNCIAS
DO PERFIL DOS
ALUNOS (ACPA)



OPERACIONALIZAÇÃO DAS APRENDIZAGENS ESSENCIAIS (AE)

ORGANIZADOR DOMÍNIO

AE: CONHECIMENTOS, CAPACIDADES E ATITUDES

Recorrendo a situações e contextos variados, incluindo a utilização de materiais diversificados e tecnologia, os alunos devem resolver tarefas que requeiram a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação matemáticos, por forma a que sejam capazes de:

Práticas essenciais de aprendizagem

Devem ser criadas condições de aprendizagem para que os alunos, em experiências individuais e colaborativas, tenham oportunidade de:

DESCRIPTORIOS DO PERFIL DOS ALUNOS

TEMAS TRANSVERSAIS

Lógica, Resolução de Problemas, História e Modelação Matemáticas

Probabilidades E Cálculo Combinatório

- Conhecer a probabilidade no conjunto das partes de um espaço amostral finito;
- Identificar acontecimentos impossível, certo, elementar, composto, incompatíveis, contrários e equiprováveis;
- Calcular probabilidades utilizando a regra de Laplace;
- Conhecer e usar propriedades das probabilidades:
 - probabilidade do acontecimento contrário;
 - probabilidade da diferença de acontecimentos;
 - probabilidade da união de acontecimentos.
- Conhecer a probabilidade condicionada e identificar acontecimentos independentes;

- Estabelecer conexões entre diversos temas matemáticos e de outras disciplinas.
- Utilizar a Lógica à medida que vai sendo precisa e em ligação com outros temas matemáticos promovendo uma abordagem integrada no tratamento de conteúdos pertencentes a outros domínios.
- Tirar partido da utilização da tecnologia nomeadamente para experimentar, investigar, comunicar, programar, criar e implementar algoritmos.
- Utilizar a tecnologia para fazer verificações e resolver problemas numericamente, mas também para fazer investigações, descobertas, sustentar ou refutar conjecturas.

**Conhecedor/
sabedor/ culto/
informado
(A, B, G, I, J)**

**Criativo
(A, C, D, J)**

**ORGANIZADOR
DOMÍNIO**

AE: CONHECIMENTOS, CAPACIDADES E ATITUDES

Recorrendo a situações e contextos variados, incluindo a utilização de materiais diversificados e tecnologia, os alunos devem resolver tarefas que requeiram a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação matemáticos, por forma a que sejam capazes de:

- Conhecer e aplicar na resolução de problemas:
 - arranjos com e sem repetição;
 - permutações e fatorial de um número inteiro não negativo;
 - combinações.
- Resolver problemas envolvendo o Triângulo de Pascal e as suas propriedades e o desenvolvimento do Binómio de Newton.

Funções

- Estudar a continuidade de uma função num ponto e num subconjunto do domínio;

Continuidade e assíntotas

- Identificar e justificar a continuidade de funções polinomiais, racionais e irracionais;
- Conhecer a continuidade da soma, diferença, produto e quociente de funções contínuas;
- Conhecer e aplicar o teorema dos valores intermédios (Bolzano-Cauchy);

Práticas essenciais de aprendizagem

Devem ser criadas condições de aprendizagem para que os alunos, em experiências individuais e colaborativas, tenham oportunidade de:

- Utilizar a tecnologia gráfica, geometria dinâmica e folhas de cálculo, no estudo de funções, de geometria e números complexos.
- Apreciar o papel da matemática no desenvolvimento das outras ciências e o seu contributo para a compreensão e resolução dos problemas da humanidade através dos tempos.
- Enquadrar do ponto de vista da História da Matemática os conteúdos abordados que para o efeito se revelem particularmente adequados.
- Resolver problemas, atividades de modelação ou desenvolver projetos que mobilizem os conhecimentos adquiridos ou fomentem novas aprendizagens, em contextos matemáticos e de outras disciplinas, nomeadamente Física e Economia.
- Comunicar, utilizando linguagem matemática, oralmente e por escrito, para descrever, explicar e justificar procedimentos, raciocínios e conclusões.

**DESCRITORES
DO PERFIL DOS
ALUNOS**

**Crítico/Analítico
(A, B, C, D, G)**

**Indagador/
Investigador
(C, D, F, H, I)**

**Respeitador da
diferença/ do outro
(A, B, E, F, H)**

**ORGANIZADOR
DOMÍNIO****AE: CONHECIMENTOS, CAPACIDADES E ATITUDES**

Recorrendo a situações e contextos variados, incluindo a utilização de materiais diversificados e tecnologia, os alunos devem resolver tarefas que requeiram a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação matemáticos, por forma a que sejam capazes de:

**Derivadas,
monotonia e
concavidades**

- Identificar graficamente e determinar as assíntotas verticais, horizontais e oblíquas ao gráfico de uma função;
- Conhecer e aplicar a derivada da soma, da diferença, do produto e do quociente de funções diferenciáveis;
- Conhecer e aplicar a derivada de funções do tipo $f(x) = x^\alpha$ (com α racional e $x > 0$);
- Caracterizar a função derivada de uma função e interpretá-la graficamente;

**Funções
exponenciais e
logarítmicas**

- Relacionar o sinal e os zeros da função derivada com a monotonia e extremos da função e interpretar graficamente;

**Funções
trigonométricas**

- Relacionar o sinal e os zeros da função derivada de segunda ordem com o sentido das concavidades e pontos de inflexão;
- Resolver problemas de otimização envolvendo funções diferenciáveis;
- Estudar da sucessão de termo geral $u_n = \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$, com

Práticas essenciais de aprendizagem

Devem ser criadas condições de aprendizagem para que os alunos, em experiências individuais e colaborativas, tenham oportunidade de:

- Avaliar o próprio trabalho para identificar progressos, lacunas e dificuldades na sua aprendizagem.

**DESCRIPTORIOS
DO PERFIL DOS
ALUNOS**

**Sistematizador/
organizador**
(A, B, C, I, J)

Questionador
(A, F, G, I, J)

**ORGANIZADOR
DOMÍNIO****AE: CONHECIMENTOS, CAPACIDADES E ATITUDES**

Recorrendo a situações e contextos variados, incluindo a utilização de materiais diversificados e tecnologia, os alunos devem resolver tarefas que requeiram a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação matemáticos, por forma a que sejam capazes de:

$x \in \mathfrak{R}$ e definição de número de Neper;

- Conhecer as propriedades das funções reais de variável real do tipo $f(x) = a^x$, ($a > 1$): monotonia, sinal, continuidade, limites e propriedades algébricas;
- Caracterizar uma função logarítmica como função inversa de uma função exponencial de base a , com $a > 1$, referindo logaritmos neperiano e decimal;
- Conhecer as propriedades das funções reais de variável real do tipo $f(x) = \log_a x$: monotonia, sinal, continuidade, limites e propriedades algébricas dos logaritmos;
- Conhecer e aplicar os limites notáveis $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^k}$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x}$;
- Conhecer e aplicar a derivada da função exponencial e da função logarítmica;
- Conhecer a composição de funções e o teorema da derivada da função composta e aplicá-lo nas derivadas de

Práticas essenciais de aprendizagem

Devem ser criadas condições de aprendizagem para que os alunos, em experiências individuais e colaborativas, tenham oportunidade de:

**DESCRITORES
DO PERFIL DOS
ALUNOS**

Comunicador
(A, B, D, E, H)

Autoavaliador
(transversal às áreas)

**Participativo/
colaborador**
(B, C, D, E, F)

**ORGANIZADOR
DOMÍNIO****AE: CONHECIMENTOS, CAPACIDADES E ATITUDES**

Recorrendo a situações e contextos variados, incluindo a utilização de materiais diversificados e tecnologia, os alunos devem resolver tarefas que requeiram a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação matemáticos, por forma a que sejam capazes de:

funções exponenciais e de funções logarítmicas;

- Conhecer as fórmulas trigonométricas da soma, da diferença e da duplicação;
- Conhecer e aplicar o limite notável $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen } x}{x}$;
- Conhecer e aplicar as derivadas das funções seno, cosseno e tangente;
- Resolver problemas envolvendo funções trigonométricas num contexto de modelação.

**NÚMEROS
COMPLEXOS**

- Contextualizar historicamente a origem dos números complexos;
- Definir a unidade imaginária e o conjunto \mathbb{C} dos números complexos;
- Representar números complexos na forma algébrica e na forma trigonométrica;
- Representar geometricamente números complexos;

Práticas essenciais de aprendizagem

Devem ser criadas condições de aprendizagem para que os alunos, em experiências individuais e colaborativas, tenham oportunidade de:

- Estabelecer conexões entre diversos temas matemáticos e de outras disciplinas.

**DESCRITORES
DO PERFIL DOS
ALUNOS**

**Responsável/
autónomo
(C, D, E, F, G, I, J)**

**Cuidador de si e do
outro
(B, E, F, G)**

**ORGANIZADOR
DOMÍNIO****AE: CONHECIMENTOS, CAPACIDADES E ATITUDES**

Recorrendo a situações e contextos variados, incluindo a utilização de materiais diversificados e tecnologia, os alunos devem resolver tarefas que requeiram a resolução de problemas, o raciocínio e a comunicação matemáticos, por forma a que sejam capazes de:

Práticas essenciais de aprendizagem

Devem ser criadas condições de aprendizagem para que os alunos, em experiências individuais e colaborativas, tenham oportunidade de:

**DESCRIPTORIOS
DO PERFIL DOS
ALUNOS****Comunicação
matemática**

- Operar com números complexos na forma algébrica (adição, multiplicação e divisão);
- Operar com números complexos na forma trigonométrica (multiplicação, divisão, potenciação e radiciação);
- Explorar geometricamente as operações com números complexos e resolver problemas envolvendo as propriedades algébricas e geométricas dos números complexos;
- Resolver e interpretar as soluções de equações em \mathbb{C} .