

Exame Final Nacional de Matemática A

Prova 635 | 1.ª Fase | Ensino Secundário | 2019

12.º Ano de Escolaridade

Decreto-Lei n.º 139/2012, de 5 de julho

Caderno 2

Duração da Prova (Caderno 1 + Caderno 2): 150 minutos. | Tolerância: 30 minutos.

5 Páginas

Caderno 2: 75 minutos. Tolerância: 15 minutos.

Não é permitido o uso de calculadora.

9.

Os **dois** itens que se apresentam a seguir são itens em alternativa.

O **item 9.1.** integra-se nos Programas de Matemática A, de 10.º, 11.º e 12.º anos, homologados em 2001 e 2002 (**P2001/2002**).

O **item 9.2.** integra-se no Programa e Metas Curriculares de Matemática A, implementado em 2015-2016 (**PMC2015**).

Responda apenas a um dos dois itens.

Na sua folha de respostas, identifique claramente o item selecionado.

P2001/2002

9.1. Considere, num referencial o.n. $Oxyz$, os planos α , β e γ , definidos pelas equações $x + y + z = 1$, $2x + 2y + 2z = 1$ e $x + y = 0$, respetivamente.

A intersecção dos planos α , β e γ é

- (A) o conjunto vazio. (B) um ponto. (C) uma reta. (D) um plano.

PMC2015

9.2. Na Figura 4, estão representados, num referencial o.n. xOy , uma elipse e um círculo, ambos centrados na origem do referencial. Os focos da elipse, F_1 e F_2 , pertencem ao eixo Ox

Sabe-se que:

- a distância focal e o eixo menor da elipse são iguais ao diâmetro do círculo;
- a área do círculo é igual a 9π

Qual das equações seguintes é a equação reduzida da elipse?

- (A) $\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{9} = 1$ (B) $\frac{x^2}{20} + \frac{y^2}{9} = 1$
 (C) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{20} = 1$ (D) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{18} = 1$

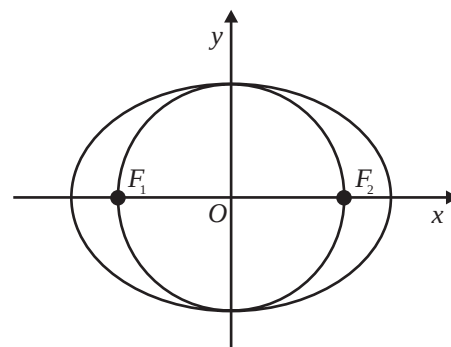


Figura 4

10. Considere em $\mathbb{C}$, conjunto dos números complexos, $z_1 = 3 + 4i$ e $z_2 = 4 + 6i$

Seja $w = \frac{z_1 + i^6 + 2\overline{z_1}}{z_1 - z_2}$

No plano complexo, a condição $|z| = |w| \wedge \text{Im}(z) \geq 0 \wedge \text{Re}(z) \geq 0$ define uma linha.

Determine o comprimento dessa linha.

11. Qual é a solução da equação $2\cos x + 1 = 0$ no intervalo $[-\pi, 0]$?

- (A) $-\frac{5\pi}{6}$ (B) $-\frac{2\pi}{3}$ (C) $-\frac{\pi}{3}$ (D) $-\frac{\pi}{6}$

12.

Os **dois** itens que se apresentam a seguir são itens em alternativa.

O **item 12.1.** integra-se nos Programas de Matemática A, de 10.º, 11.º e 12.º anos, homologados em 2001 e 2002 (**P2001/2002**).

O **item 12.2.** integra-se no Programa e Metas Curriculares de Matemática A, implementado em 2015-2016 (**PMC2015**).

Responda apenas a um dos dois itens.

Na sua folha de respostas, identifique claramente o item selecionado.

P2001/2002

12.1. Um dado cúbico equilibrado tem uma face numerada com o número -1 e cinco faces numeradas com o número 1

Lança-se este dado duas vezes.

Seja X a variável aleatória «soma dos números saídos nos dois lançamentos».

Qual é o valor de k para o qual $P(X = k) = \frac{5}{18}$?

- (A) 0 (B) 2 (C) -2 (D) -1

PMC2015

12.2. Um ponto P desloca-se numa reta numérica, no intervalo de tempo $I = [0, 10]$ (medido em segundos), de tal forma que a respetiva abcissa é dada por $x(t) = 3 \cos\left(\pi t + \frac{2\pi}{3}\right)$, com $t \in I$

Qual é o período, em segundos, deste oscilador harmónico?

- (A) 2 (B) 3 (C) 2π (D) 3π

13. Seja f a função, de domínio $\mathbb{R}$, definida por

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos x}{x} & \text{se } x < 0 \\ 0 & \text{se } x = 0 \\ \frac{x}{x - \ln x} & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

13.1. Determine a equação reduzida da reta tangente ao gráfico da função f no ponto de abscissa 1

13.2. Averigue se a função f é contínua no ponto 0

Justifique a sua resposta.

14. Seja g a função, de domínio $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, definida por $g(x) = \frac{e^{-x}}{x}$

14.1. Estude a função g quanto à monotonia e determine, caso existam, os extremos relativos.

14.2. Seja h a função, de domínio $\mathbb{R}^+$, definida por $h(x) = g(x) + 2x - \frac{1}{\sqrt{x}}$

Sabe-se que o gráfico da função h tem uma assíntota oblíqua.

Qual é o declive dessa assíntota?

(A) 1

(B) 2

(C) e

(D) e^2

15. Na Figura 5, estão representados, num referencial o.n. xOy , os pontos A e B , de abscissas positivas, e as retas OB e r

Sabe-se que:

- o ponto A pertence ao eixo Ox
- a reta OB é definida pela equação $y = \frac{4}{3}x$
- a reta r contém a bissetriz do ângulo AOB

Determine a equação reduzida da reta r

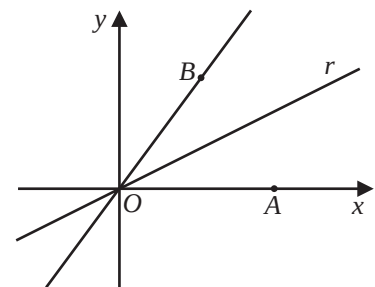


Figura 5

FIM

COTAÇÕES (Caderno 2)

Item										
Cotação (em pontos)										
9.1.	9.2.	10.	11.	12.1.	12.2.	13.1.	13.2.	14.1.	14.2.	15.
8		13	8	8		13	14	13	8	10
										95

TOTAL (Caderno 1 + Caderno 2)	200
-------------------------------	-----

Prova 635

1.^a Fase

CADERNO 2