

Tema 4 - Funções

1. Generalidades acerca de funções

RECORDAR Pág.47

1.

1.1.

$A (0, 0)$

$D (-1, -3)$

$G (0, 2)$

$B (1, 3)$

$E (2, -1)$

$H (0, -2)$

$C (-6, 0)$

$F (-5, 3)$

$I (4, 0)$

1.2.

a) Como o ponto P pertence ao eixo das ordenadas, então, a abcissa tem de ser nula.

Assim, $7 - 5k = 0 \Leftrightarrow -5k = -7 \Leftrightarrow k = \frac{7}{5}$

R.: O valor de k é $\frac{7}{5}$.

b) $7 - 5k < 0 \Leftrightarrow -5k < -7 \Leftrightarrow k > \frac{7}{5}$

$3k + 1 > 0 \Leftrightarrow 3k > -1 \Leftrightarrow k > -\frac{1}{3}$

R: $k \in \left] \frac{7}{5}; +\infty \right[$

2.

2.1.

$4 - 3x = 2x + 2 \Leftrightarrow -3x - 2x = 2 - 4 \Leftrightarrow -5x = -2 \Leftrightarrow x = \frac{2}{5}$

$S = \left\{ \frac{2}{5} \right\}$

Equação possível e determinada

2.2.

$2x + (x + 1) = 1 - (2 - 3x) \Leftrightarrow 2x + x + 1 = 1 - 2 + 3x \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2x + x - 3x = 1 - 2 - 1 \Leftrightarrow 0x = -2$

$S = \emptyset$

Equação impossível

2.3.

$1 - \frac{x-1}{2} = \frac{x}{4} - 3 \Leftrightarrow \frac{4}{4} - \frac{2x-2}{4} = \frac{x}{4} - \frac{12}{4} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4 - 2x + 2 = x - 12 \Leftrightarrow -2x - x = -12 - 4 - 2 \Leftrightarrow -3x = -18 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{-18}{-3} \Leftrightarrow x = 6$

$S = \{6\}$

Equação possível e determinada

2.4.

$$2\left(x + \frac{5}{3}\right) = \frac{10 + 6x}{3} \Leftrightarrow 2x + \frac{10}{3} = \frac{10 + 6x}{3} \Leftrightarrow \frac{6x}{3} + \frac{10}{3} = \frac{10 + 6x}{3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 6x + 10 = 10 + 6x \Leftrightarrow 6x - 6x = 10 - 10 \Leftrightarrow 0x = 0$$

$$S = \mathbb{R}$$

Equação possível e indeterminada

2.5.

$$\frac{1}{2} + \frac{x}{3} = 1 - \frac{5 - x}{3} \Leftrightarrow \frac{3}{6} + \frac{2x}{6} = \frac{6}{6} - \frac{10 - 2x}{6} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3 + 2x = 6 - 10 + 2x \Leftrightarrow 2x - 2x = 6 - 10 - 3 \Leftrightarrow 0x = -7$$

$$S = \emptyset$$

Equação impossível

2.6.

$$2x - 0,3 = -5\left(x - \frac{1}{2}\right) + 0,2 \Leftrightarrow 2x - \frac{3}{10} = -5x + \frac{5}{2} + \frac{2}{10} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{20x}{10} - \frac{3}{10} = -\frac{50x}{10} + \frac{25}{10} + \frac{2}{10} \Leftrightarrow 20x - 3 = -50x + 25 + 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 20x + 50x = 25 + 2 + 3 \Leftrightarrow 70x = 30 \Leftrightarrow x = \frac{30}{70} \Leftrightarrow x = \frac{3}{7}$$

$$S = \left\{\frac{3}{7}\right\}$$

Equação possível e determinada

3.

3.1.

$$P = 2(2x + 1) + 2(x + 3) = 4x + 2 + 2x + 6 = 6x + 8$$

3.2.

$$P = 20 \Leftrightarrow 6x + 8 = 20 \Leftrightarrow 6x = 20 - 8 \Leftrightarrow 6x = 12 \Leftrightarrow x = \frac{12}{6} \Leftrightarrow x = 2$$

$$S = \{2\}$$

R.: O valor de x é 2 u.c..

4.

4.1.

$$4x < 5 + x \Leftrightarrow 4x - x < 5 \Leftrightarrow 3x < 5 \Leftrightarrow x < \frac{5}{3}$$

$$S = \left] -\infty, \frac{5}{3} \right[$$

4.2.

$$1 - x \geq 7 \Leftrightarrow -x \geq 7 - 1 \Leftrightarrow -x \geq 6 \Leftrightarrow x \leq -6$$

$$S =]-\infty, -6]$$

4.3.

$$2 - \frac{x-2}{3} \leq 3 + x \Leftrightarrow \frac{6}{3} - \frac{x-2}{3} \leq \frac{9}{3} + \frac{3x}{3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 6 - x + 2 \leq 9 + 3x \Leftrightarrow -x - 3x \leq 9 - 6 - 2 \Leftrightarrow -4x \leq 1 \Leftrightarrow x \geq -\frac{1}{4}$$

$$S = \left[-\frac{1}{4}, +\infty\right[$$

4.4.

$$1 - 2(x - 7) > -3 \Leftrightarrow 1 - 2x + 14 > -3 \Leftrightarrow -2x > -3 - 1 - 14 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -2x > -18 \Leftrightarrow x < \frac{-18}{-2} \Leftrightarrow x < 9$$

$$S =]-\infty, 9[$$

TAREFA 1 Pág.48

1.

$$\text{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{\frac{l}{2}}{r} \Leftrightarrow \text{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{l}{2r}$$

2.

Pela alínea anterior, e considerando $r = 1$, temos: $\text{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{l}{2} \Leftrightarrow l = 2 \text{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right)$

Polígono	Amplitude do arco (α)	Comprimento da corda correspondente (l)
[ABC]	120°	$\sqrt{3}$
[DEFG]	90°	$\sqrt{2}$
[HIJKL]	72°	1,1756
[MNOPQR]	60°	1

Cálculos:

- $360^\circ : 3 = 120^\circ$

$$l = 2 \text{sen}\left(\frac{120^\circ}{2}\right) = 2 \text{sen}(60^\circ) = 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$$

- $360^\circ : 4 = 90^\circ$

$$l = 2 \text{sen}\left(\frac{90^\circ}{2}\right) = 2 \text{sen}(45^\circ) = 2 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$$

- $360^\circ : 5 = 72^\circ$

$$l = 2 \text{sen}\left(\frac{72^\circ}{2}\right) = 2 \text{sen}(36^\circ) \approx 2 \times 0,5878 = 1,1756$$

• $360^\circ : 6 = 60^\circ$

$$l = 2 \operatorname{sen}\left(\frac{60^\circ}{2}\right) = 2 \operatorname{sen}(30^\circ) = 2 \times \frac{1}{2} = 1$$

3.

Ângulo ao centro (α)	$\operatorname{sen} \alpha$	Comprimento do lado (ℓ)	Comprimento do raio da circunferência (r)	Quociente $\frac{\ell}{r}$
120°	0,8660	9,09	5,25	1,7314
120°	0,8660	5,54	3,2	1,7313
120°	0,8660	11,1	6,41	1,7317
120°	0,8660	16,38	9,46	1,7315

R: $\frac{\ell}{r} = 2 \operatorname{sen} 120^\circ$

4.

Ângulo ao centro (α)	$\operatorname{sen} \alpha$	Comprimento do lado (ℓ)	Comprimento do raio da circunferência (r)	Quociente $\frac{\ell}{r}$
90°	1	4,01	2,83	1,4170
90°	1	6,22	4,4	1,4136
90°	1	8,12	5,74	1,4111
90°	1	4,45	3,15	1,4127

$\frac{\ell}{r} = \sqrt{2} \operatorname{sen} 90^\circ$

5.

Pela questão 1.,

$$\frac{l}{2R} = 2 \operatorname{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right).$$

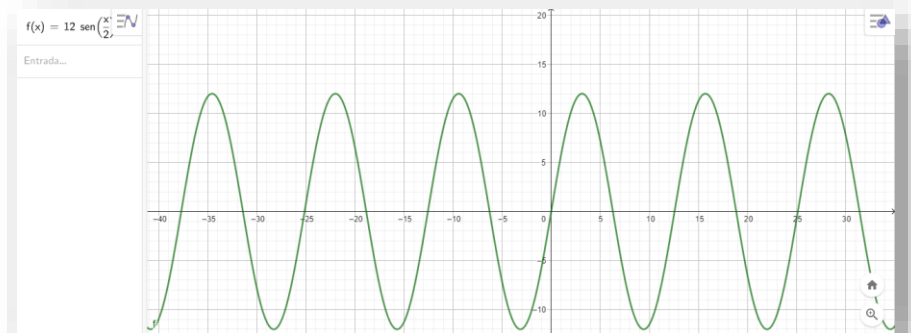
Como $R = 3$,

então:

$$\frac{l}{2 \times 3} = 2 \operatorname{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{l}{6} = 2 \operatorname{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow l = 12 \operatorname{sen}\left(\frac{\alpha}{2}\right)$$



APLICAR Pág.52

1.

QUADRO RESUMO DA EVOLUÇÃO HISTÓRICA DO CONCEITO DE FUNÇÃO

Período	Autores	Conceito
Antiguidade	Babilónios	Tabela: qualquer tabela que relacione os valores de duas variáveis define uma função
Século II	Cláudio Ptolomeu	
Século XIV	Nicole Oresme (1323-1382)	Gráfico: representar duas variáveis que dependessem uma da outra - variável independente e variável dependente.
Século XVI	Galileu Galilei (1564-1642) Kepler (1571-1630)	Modelo para um fenómeno real, representando uma relação especial entre variáveis que descrevem acontecimentos.
Século XVII	Leibniz (1646-1716) Primeiro a usar o termo função . Introduziu também os termos constante , variável e parâmetro .	Função como correspondência entre quantidades. Variáveis são quantidades que assumem diferentes valores.
Século XVIII	Bernoulli (1667-1748) Euler (1707-1783) Representa uma função pela notação $f(x)$	
Século XIX	Dirichlet (1805-1859)	Função como correspondência entre duas variáveis, separando-se o conceito de função da sua expressão analítica. A cada um dos valores da variável independente associa-se um único valor da variável dependente.
Século XX		Dados dois conjuntos A e B, f é uma função se a cada elemento x do conjunto A se associa um único elemento $f(x)$ do conjunto B, segundo uma relação definida de A em B.

TAREFA 2 Pág.53

As correspondências II, III e V representam uma função.

I - Não é função, pois há um mês ao qual correspondem dois números de dias diferentes.

IV - Não é função, pois ao hexágono não corresponde nenhum número de lados.

TAREFA 3 Pág.53

1. A distância percorrida pela Mariana, desde que saiu de sua casa até que chegou à casa do seu primo Carlos, foi 4 km.

2. A Mariana demorou 8 minutos a percorrer os primeiros 2 km.

3. Ao fim de 6 minutos a Mariana tinha percorrido 1,5 km.

4. Não.

5. A Mariana parou 2 vezes. Na primeira vez parou durante 4 minutos e da segunda parou durante 2 minutos.

6. A variável dependente é a distância, em quilómetros, e a variável independente é o tempo, em minutos.

TAREFA 4 Pág.54

Situação 1: g 1

Situação 2: g 4

Situação 3: g 3

Situação 4: g 2

TAREFA 5 Pág.55

1.

f - representa o débito após a instalação do redutor.

g - representa o débito antes da instalação do redutor.

2. $f(x) = 8x$; $g(x) = 13x$

3.

$$f(9) = 8 \times 9 = 72 ; g(9) = 13 \times 9 = 117$$

$$117 - 72 = 45$$

A Joana poupará 45 litros de água com a colocação do redutor de caudal.

APLICAR Pág.56

2.

A correspondência I não representa uma função, pois existe um elemento do conjunto A ao qual não corresponde nenhum elemento do conjunto B.

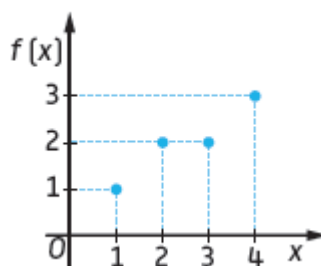
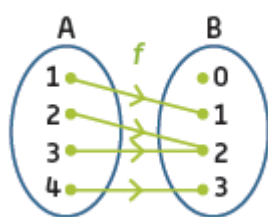
A correspondência II não representa uma função, pois existe um elemento conjunto A ao qual correspondem dois elementos do conjunto B.

A correspondência III é a que representa uma função.

APLICAR Pág.57

3. g não representa uma função porque existe um valor de x (3) ao qual correspondem dois valores diferentes.

4.



5.

5.1.

Consumo (ℓ)	0,25	0,5	2	3	5	20
Distância (km)	2	4	16	24	40	160

$$0,25 \times 8 = 2; 0,5 \times 8 = 4; 2 \times 8 = 16; 3 \times 8 = 24; 5 \times 8 = 40; 20 \times 8 = 160$$

5.2. $d(l) = 8l$

APLICAR PÁG.58

6. Gráficos I e II.

7.

$$7.1. f(0) = 3 \times 0 - 2 = -2$$

7.2.

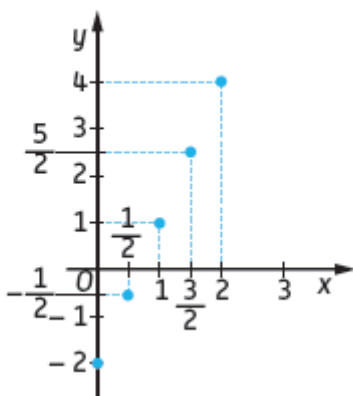
$$f(x) = \frac{5}{2} \Leftrightarrow 3x - 2 = \frac{5}{2} \Leftrightarrow \frac{6}{2}x - \frac{4}{2} = \frac{5}{2} \Leftrightarrow 6x - 4 = 5 \Leftrightarrow 6x = 5 + 4 \Leftrightarrow 6x = 9 \Leftrightarrow x = \frac{9}{6} \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$$

7.3.

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = 3 \times \frac{1}{2} - 2 = \frac{3}{2} - 2 = \frac{3}{2} - \frac{4}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$f(1) = 3 \times 1 - 2 = 3 - 2 = 1$$

$$f(2) = 3 \times 2 - 2 = 6 - 2 = 4$$



8.

8.1.

$$0,1 \times 224 = 0,5 \times 44,8 = 2 \times 11,2 = 10 \times 2,24 = 22,4$$

R.: O volume é inversamente proporcional à pressão exercida, pois, o produto entre os seus valores correspondentes é constante.

$$8.2. v = \frac{22,4}{p}$$

$$8.3. v = 5 \Leftrightarrow \frac{22,4}{p} = 5 \Leftrightarrow p = \frac{22,4}{5} \Leftrightarrow p = 4,48$$

R.: 4,48 atm é a pressão correspondente a um volume de 5 decímetros cúbicos.

TAREFA 7 PÁG.59

1.

Comprimento do lado (cm)	1	2	4	10	13,5
Perímetro (cm)	3	6	12	30	40,5

Cálculos:

$$1 \times 3 = 3$$

$$12 : 3 = 4$$

$$40,5 : 3 = 10,5$$

$$2 \times 3 = 6$$

$$10 \times 3 = 30$$

2. A correspondência f é uma função, porque a cada valor do comprimento do lado do triângulo equilátero corresponde um e um só valor do seu perímetro.

3.

$$D_f = \{1; 2; 4; 10; 13,5\}$$

$$D'_f = \{3; 6; 12; 30; 40,5\}$$

4. A variável dependente é o perímetro e a independente é o comprimento do lado.

5.

$$l = 3,5$$

$$P = 3 \times 3,5 = 10,5$$

R.: O perímetro do triângulo é 10,5 cm.

6.

$$P = 21$$

$$l = 21 : 3 = 7$$

O lado do triângulo é 7 cm.

APLICAR PÁG.60

9.

9.1. A correspondência f é uma função, porque a cada elemento do conjunto A corresponde um e um só elemento do conjunto B.

9.2.

$$D_f = A = \{-1; -2; -3; -4\}$$

$$D'_f = \text{Conjunto de chegada de } f = B = \{-2; -1; 0\}$$

9.3.

a) $f(-4) = -2$

b) $f(-2) = f(-3) = -1$

9.4.

$$f(-2) = -1$$

-1 é a imagem de -2 por f .

9.5.

$$f(-4) = -2$$

-4 é o objeto cuja imagem é -2.

10.

10.1.

$$D_g = A = \{2, 4, 6\}$$

$$D'_g = \{1, 2, 3\}$$

$$\text{Conjunto de chegada de } g = B = \{0, 1, 2, 3\}$$

10.2.

x	2	4	6
$g(x)$	1	2	3

10.3. $g(x) = \frac{x}{2}$

11.

11.1. $f(x) = -2x + b$

$$f(-7) = 5 \Leftrightarrow -2 \times (-7) + b = 5 \Leftrightarrow 14 + b = 5 \Leftrightarrow b = 5 - 14 \Leftrightarrow b = -9$$

11.2. $D_f = \mathbb{Q}$

APLICAR PÁG.61

12.

12.1. A relação é uma função, porque a cada valor da amplitude α do arco de circunferência corresponde um e um só comprimento da corda correspondente.

12.2.

$$D = \{18,5; 70; 114\}$$

$$D' = \{19,27; 68,86; 100,67\}$$

12.3. A variável independente é a amplitude α do arco da circunferência e a dependente é o comprimento da corda correspondente a esse arco.

13.

13.1. $D_f = \mathbb{R}$

13.2. $D_g = \{x \in \mathbb{R}: x \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{0\}$

13.3.

$$D_h = \{x \in \mathbb{R}: x - 4 \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{4\}$$

$$x - 4 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 4$$

13.4.

$$D_i = \{x \in \mathbb{R}: x + 5 \geq 0\}$$

$$x + 5 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -5$$

$$D_i = [-5; +\infty[$$

13.5.

$$D_j = \{x \in \mathbb{R}: x - 1 \geq 0 \wedge x^2 + 4 \neq 0\}$$

$$x - 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1$$

$$x^2 + 4 \neq 0 \Leftrightarrow x^2 \neq -4 \text{ Condição universal}$$

$$D_j = [1; +\infty[$$

14.

$$D_f = [0, +\infty[; D'_f = [-1, +\infty[$$

$$D_g = [-3, 5]; D'_g = [-1, 3]$$

TAREFA 8 PÁG.62

1. A temperatura às 0 horas foi de 6 °C.

2. A temperatura atingiu os 0 °C duas vezes nesse dia. Isso aconteceu às duas horas e às oito horas.

3. A temperatura foi positiva para $t \in [0; 2[\cup]8; 24]$ e negativa para $t \in]2; 8[$

4.

t(horas)	0		2		8		24
T(°C)	6	+	0	-	0	+	3

5. A temperatura foi crescente para $t \in [5, 12]$ e decrescente para $t \in [0, 5]$ e para $t \in [12, 24]$.

6.

t(horas)	0		5		12		24
T(°C)	6	↘	-5	↗	13	↘	3

7. O valor máximo da temperatura foi 13 °C. O valor mínimo da temperatura foi -5°C. Estas temperaturas foram atingidas às 12 horas e às 5 horas, respetivamente.

8. Das 0 horas às 8 horas, a temperatura máxima registada foi de 6 °C e a mínima foi de -5°C. Estas temperaturas foram atingidas às 0 horas e às 5 horas, respetivamente.

APLICAR PÁG.63

15.1. $D_f = [-7, 7[\setminus\{1\}$ e $D'_f =]-3, 4]$

15.2. A imagem do objeto -5 é 1.

15.3. A imagem pela função é 4 para todos os valores de $x \in [4; 7[\cup \{-7\}$

15.4. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x \in [-7, -5[\cup]1, 7[$

15.5. Retta que contém os pontos de coordenadas (-1, 1) e (0, -1): $y = ax - 1$.

$$1 = a \times (-1) - 1 \Leftrightarrow 1 = -a - 1 \Leftrightarrow a = -1 - 1 \Leftrightarrow a = -2$$

$$y = -2x - 1$$

Determinemos a abcissa do ponto de ordenada igual a zero, ou seja, o zero da função.

$$0 = -2x - 1 \Leftrightarrow 2x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$$

Zero da função: $-\frac{1}{2}$.

15.6.

x	-7		-0,5		1		7
$f(x)$	4	+	0	-	n.d.	+	4

APLICAR Pág.65

16.

16.1.

a) f é constante em $[0, 5]$.

b) f é estritamente crescente em $] -8; -5]$ e em $[5, 8]$.

c) f é decrescente, em sentido lato, em $[-5, 5]$.

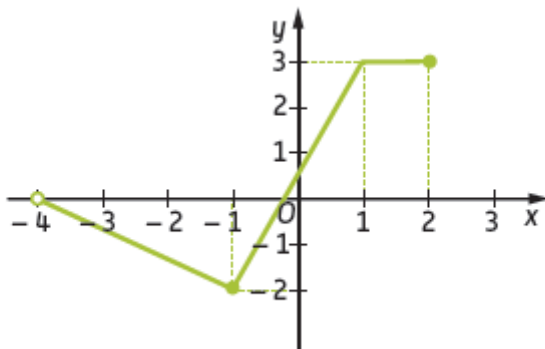
d) f é monótona em $] -8; -5]$, em $[-5, 0]$ e em $[5, 8]$.

16.2.

x	-8		-5		0		5		8
$f(x)$	n.d.	↗	4	↘	-4	→	-4	↗	-1

17.

17.1. Por exemplo:



17.2. A afirmação é verdadeira.

Como a função é crescente em $[-1, 1]$, 0 e $\frac{1}{2}$ pertencem a este intervalo e $0 < \frac{1}{2}$, então, $g(0) < g\left(\frac{1}{2}\right)$, logo, $g(0) - g\left(\frac{1}{2}\right) < 0$.

APLICAR Pág.66

18.

18.1. A temperatura máxima de 24°C foi registada às 15 horas.

18.2. A temperatura mínima de 14°C foi registada às 4 e às 24 horas.

18.3. Entre as 0h e as 8 h, a temperatura mínima de 14°C foi registada às 4 horas e a temperatura máxima de 17°C foi registada às 0 horas.

APLICAR Pág.67

19.

19.1.

a) $D_f = [-4, 7] \setminus \{0\}$ e $D'_f = [-2, 5]$

b) Zeros: -4 e -1

c) Máximos relativos de f : 3 e 4

Mínimos relativos de f : -2 e 1

d) Máximo absoluto de f : 4

Mínimo absoluto de f : -2

19.2.

Tabela de variação de sinal

x	-5		-4		-1		7
$f(x)$	n.d.	$+$	0	$-$	0	$+$	3

Tabela de variação de monotonia

x	-5		-3		3		5		7
f(x)	n.d.	↘	-2	↗	4	↘	1	↗	3

20.

20.1.

a) $D'_f = [-6, 4[$

b) Existe apenas um zero (3).

c) Máximo relativo de f: -1

Mínimo relativo de f: -6 e 1

d) Máximo absoluto de f: não existe

Mínimo absoluto de f: -6

20.2.

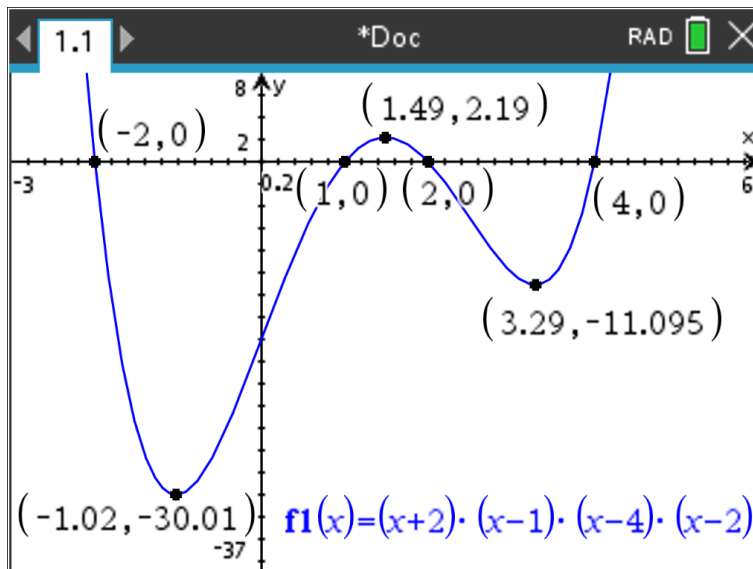
Quadro de variação de monotonia

x	-6		-4		0		4		6
f(x)	n.d.	↗	-1	↘	-6	↗	1	↘	1

APLICAR

Pág.74

21.



21.1. Máximo absoluto: não existe.

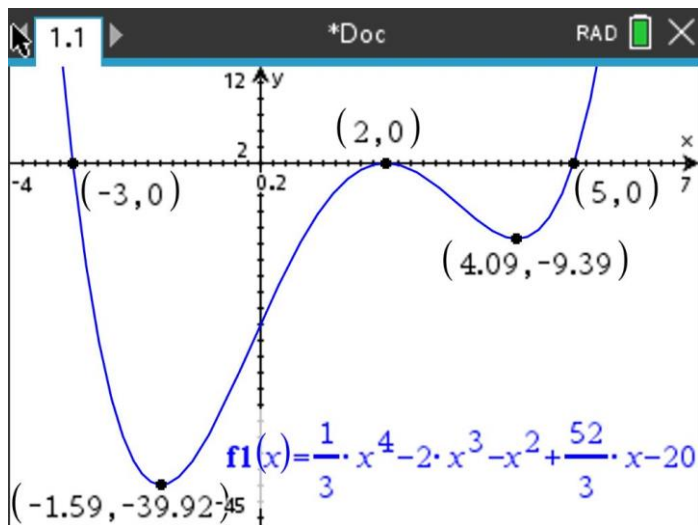
21.2. Mínimo absoluto: -30,01

21.3. Máximo relativo: 2,19

21.4. Mínimos relativos: -30,01 e -11,10.

21.5. Zeros: -2, 1, 2 e 4

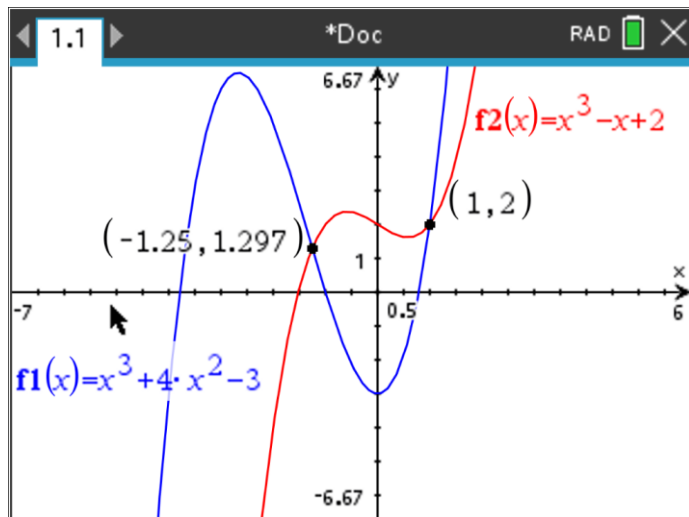
22.



Zeros: $-3, 2$ e 5 .

APLICAR Pág. 75

23.



As coordenadas dos pontos de interseção dos gráficos de f e de g são: $(-1,25; 1,297)$ e $(1, 2)$.

APLICAR + Págs.78 a 80

Itens de seleção

1. (C)

A imagem de verde pela função é $\frac{1}{3}$.

O contradomínio da função g é $\left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}\right\}$ e o seu conjunto de chegada é $\left\{\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}; 1\right\}$.

Branco é o objeto cuja imagem por g é $\frac{1}{2}$.

2. (C)

$$f(x) = \frac{2 + \sqrt[3]{x-3}}{\sqrt{x-2}}$$

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} : x - 2 > 0\}$$

$$x - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 2$$

$$D_f =]2, +\infty[$$

3. (A)

A ordenada na origem é -1 , logo, o ponto de coordenadas $(0, -1)$ pertence à representação gráfica de f .

Temos ainda que, por exemplo, $f(1) = 2 \times 1 - 1 = 1$, logo, o ponto de coordenadas $(1, 1)$ também pertence à representação gráfica de f .

4. (B)

O domínio de f é $]-\infty, 7[$, logo, excluimos a opção (A) pois, nesta opção, 3 não pertence ao domínio.

Como f é positiva em $]-\infty, -4[$, então excluimos a opção (C).

5 é um zero da função e, na opção (D), isso não acontece.

5. (C)

Por exemplo, 3 e 4 pertencem ao intervalo $[-2, 8]$, $3 < 4$ e $f(3) > f(4)$, logo, a afirmação I é falsa.

A afirmação II é falsa pois, no intervalo $[-5, -2]$ existem valores cuja imagem é maior do que a imagem de -5 ($f(-5)$).

A função tem apenas dois extremos relativos: -4 e 4 . A afirmação III é falsa.

O contradomínio da função f é \mathbb{R} , logo, a função não tem qualquer extremo absoluto. A afirmação IV é verdadeira.

6.

6.1. (D)

-2 não pertence ao domínio de f , logo, excluimos a opção (A).

Também excluimos a opção (B), pois, nesta está representada uma função de domínio $] - \infty, 6]$ e o domínio de f é $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

1 não é um zero da função, logo, excluimos a opção (C).

6.2. (A)

Apenas 5 é um máximo relativo de f , logo, a afirmação I é falsa.

A função é negativa no intervalo $] - \infty, -4[$, logo, a afirmação II é falsa.

A função f é decrescente em $[3, +\infty[$, logo, a afirmação III é verdadeira.

5 é o máximo absoluto de f , logo, a afirmação IV é falsa.

7. (D)

Como a função é crescente, de domínio $[1,5]$, logo, $f(1)$ é o mínimo absoluto (e relativo) e $f(5)$ é o máximo absoluto (e relativo). Assim como, 1 é o único minimizante e 5 é o único maximizante. Concluimos que as opções (A) e (B) são falsas e verificamos que a opção (D) é verdadeira.

A opção (C) é falsa, pois, como f é crescente e $2 < 3$ então $f(2) < f(3)$.

APLICAR + Págs.81 a 85

Itens de construção

8.

8.1. A correspondência é uma função, pois a cada comprimento de lado de um quadrado corresponde um e um só perímetro.

8.2. A correspondência não é necessariamente uma função, pois, existem pessoas sem irmãos ou com mais do que um irmão, ou seja, a cada pessoa poderá corresponder o nome de mais do que um irmão.

8.3. A correspondência é uma função, pois, a cada número natural corresponde um e um só número de divisores.

8.4. A correspondência não é necessariamente uma função, pois existem retângulos não congruentes com a mesma área, ou seja, a cada área poderá corresponder mais do que um retângulo.

9.

9.1.

$$f(3) = 3^2 - 2 = 9 - 2 = 7$$

A imagem de 3 por f é 7.

9.2. $f(x) = -2 \Leftrightarrow x^2 - 2 = -2 \Leftrightarrow x^2 = -2 + 2 \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Zero é o objeto cuja imagem por f é -2.

9.3.

$$D_f' = \{-2, -1, 3, 7, 14\}$$

$$f(-1) = (-1)^2 - 2 = 1 - 2 = -1$$

$$f(0) = -2$$

$$f(1) = 1^2 - 2 = 1 - 2 = -1$$

$$f(2) = 2^2 - 1 = 4 - 1 = 3$$

$$f(3) = 7$$

$$f(4) = 4^2 - 2 = 16 - 2 = 14$$

10.

10.1. $Dg = A = \{-2, -1, 0, 2, 3\}$

Conjunto de chegada de $g = \mathbb{R}$

10.2. $g(-1) = \frac{2}{-1-1} = \frac{2}{-2} = -1$

10.3.

$$g(x) = -2 \Leftrightarrow \frac{2}{x-1} = -2 \Leftrightarrow 2 = -2(x-1) \Leftrightarrow 2 = -2x + 2 \Leftrightarrow 2x = 2 - 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

$x = 0$.

10.4.

$$g(x) = 1 \Leftrightarrow \frac{2}{x-1} = 1 \Leftrightarrow 2 = x - 1 \Leftrightarrow x = 2 + 1 \Leftrightarrow x = 3$$

3 é o objeto cuja imagem por g é 1.

10.5.

$$g(-2) = \frac{2}{-2-1} = -\frac{2}{3}$$

$$g(-1) = -1$$

$$g(0) = -2$$

$$g(2) = \frac{2}{2-1} = \frac{2}{1} = 2$$

$$g(3) = 1$$

x	-2	-1	0	2	3
$g(x)$	$-\frac{2}{3}$	-1	-2	2	1

10.6. $D_g' = \{-2; -1; -\frac{2}{3}; 1; 2\}$

11.

11.1. $10 \times 198 = 1980$

R.: O valor do aluguer da casa é de 1980 €.

11.2.

N.º de amigos (x)	9	10	11	12
Valor a pagar (y), em euros	220	198	180	165

$$1980: 9 = 220$$

$$1980: 11 = 180$$

$$1980: 12 = 165$$

11.3.

A correspondência f é uma função porque a cada valor do número de amigos corresponde um e um só valor a pagar, em euros.

$$D = \{9; 10; 11; 12\}$$

$$D' = \{165; 180; 198; 220\}$$

11.4. A variável independente é o número de amigos e a variável dependente é o valor a pagar, em euros.

11.5. $f(x) = \frac{1980}{x}$

11.6. $f(20) = \frac{1980}{20} = 99$

R.: Se o grupo tivesse 20 amigos cada um pagaria 99 €.

12.

12.1.

$$D_f = \{x \in \mathbb{R}: x - 3 \neq 0\}$$

$$x - 3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 3$$

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \{3\}$$

12.2. $D_g = \mathbb{R}$

12.3.

$$D_h = \{x \in \mathbb{R}: 2 - 3x \geq 0\}$$

$$2 - 3x \geq 0 \Leftrightarrow -3x \geq -2 \Leftrightarrow x \leq \frac{-2}{-3} \Leftrightarrow x$$

$$\leq \frac{2}{3}$$

$$D_h = \left] -\infty, \frac{2}{3} \right]$$

12.4.

$$D_i = \{x \in \mathbb{R}: -x - 2 > 0\}$$

$$-x - 2 > 0 \Leftrightarrow -x > 2 \Leftrightarrow x < -2$$

$$D_i =]-\infty, -2[$$

12.5.

$$D_j = \{x \in \mathbb{R}: x^2 - 2x \neq 0\}$$

$$x^2 - 2x \neq 0 \Leftrightarrow x(x - 2) \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0 \wedge x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0 \wedge x \neq 2$$

$$D_j = \mathbb{R} \setminus \{0, 2\}$$

12.6.

$$D_k = \{x \in \mathbb{R}: x^2 - 9 \neq 0\}$$

$$x^2 - 9 \neq 0 \Leftrightarrow x^2 \neq 9 \Leftrightarrow x \neq \pm\sqrt{9} \Leftrightarrow x \neq -3 \wedge x \neq 3$$

$$D_k = \mathbb{R} \setminus \{-3, 3\}$$

13.

13.1. $D_f =]-6, +\infty[$

$$D'_f =]-\infty, 6[$$

13.2. A função f tem 3 zeros.

13.3.

f é decrescente em $]-6, -3]$ e em $[2, +\infty[$;

f é crescente em $[-3, 2]$

13.4.

Mínimo relativo: - 2.

Máximo relativo: 4,5.

Mínimo e máximo absolutos: não existem.

14.

14.1. $D_f = D_g = [-6, 6]$

14.2. $D'_f = [-1, 3]$ e $D'_g = [-2, 0]$

14.3.

a) $S = \{-2\}$

d) $S = [1, 6]$

g) $S = [-6, -3] \cup [3, 6]$

b) $S = \emptyset$

e) $S = [-6, 0]$

h) $S = \{0; 3\}$

c) $S = \{-3; 3\}$

f) $S = \{0\}$

i) $S = [-6, 0[\cup]3, 6]$

15.

15.1.

$$D_g = [-4, +\infty[$$

$$D'_g = [-2, +\infty[$$

15.2.

x	-4		-1	$+\infty$
$g(x)$	-2	-	0	+

15.3. A afirmação é falsa, pois, por exemplo $1 < 2$ e $f(1) > f(2)$.

16.

16.1.

• $D = \mathbb{R}$

• Zeros: -3 e 1

• $D' =]-\infty, 3[$

• A função é crescente em $]-\infty, -2]$ e é decrescente em $]-2, +\infty[$

- Mínimos relativos e mínimo absoluto: não existem
- Máximos relativos e máximo absoluto: não existem

16.2.

- $D = [-3, 5]$
- $D' = [-3, 1] \cup \{2\}$
- Zero: $\frac{4}{3}$
- Cálculos: $1 + \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$

- A função é constante em $[-3, 1[$ e é decrescente em $[1, 2[$ e em $]2, 5]$
- Mínimos relativos: -3 e 2
- Mínimo absoluto: -3
- Máximo relativo: 2
- Máximo absoluto: 2

16.3.

- $D = [-5, 4[$
- $D' =]-2, 2] \cup \{3\}$
- Zero: -3

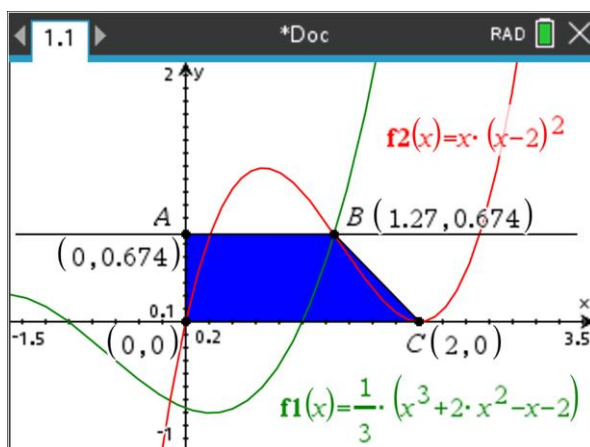
- A função é constante em $] -1, 4[$ e é decrescente em $[-5, -1[$
- Mínimo relativo: 1
- Mínimo absoluto: não existe
- Máximos relativos: $1, 2$ e 3
- Máximo absoluto: 3

16.4.

- $D = [-4, 4[$
- $D' =]-1, 4[$
- Zeros: -4 e 3

- A função é constante em $] -2, 1]$, crescente em $[-4, -2[$ e é decrescente em $[1, 4[$
- Mínimos relativos: $0, 2$ e 4
- Mínimo absoluto: não existe
- Máximo relativo: 4
- Máximo absoluto: 4

17.



$$A = \frac{\overline{OC} + \overline{AB}}{2} \times \overline{OA} = \frac{x_C + x_B}{2} \times y_A \approx \frac{2 + 1,27}{2} \times 0,67 \approx 1,1 \text{ u. a.}$$

O valor aproximado, às décimas, da área do trapézio é 1,1 u. a..

18.

18.1. O valor das ações aumentou entre as 8 e as 10 horas, entre as 10 horas e 30 minutos e as 12 horas, entre as 13 horas e trinta minutos e as 14 horas e entre as 15 horas e as 16 horas.

18.2. O valor das ações manteve-se constante entre as 14 horas e as 14 horas e trinta minutos.

18.3. Às 10h 30min o valor das ações era de 10 euros.

18.4. O valor das ações atingiu 3 vezes os 10,50 euros.

18.5. O valor máximo das ações foi de 12 euros, atingidos às 12h. O valor mínimo das ações foi de 9,20 euros, atingido às 13h30min.

AVALIAR Pág.85

1. (D)

A opção (A) não representa uma função porque existe um elemento do primeiro conjunto (b) que não corresponde a nenhum elemento do segundo conjunto.

A opção (B) não representa uma função porque existe um elemento do primeiro conjunto (2) que corresponde a dois elementos do segundo conjunto (2 e 3).

A opção (C) não representa uma função pois, ao realizar o teste da reta vertical verificamos que existe pelo menos uma que intersesta o gráfico mais do que uma vez.

2. (B)

$$D_f = \{x \in \mathbb{R}: 2 - x \neq 0\} = \mathbb{R} \setminus \{2\}$$

$$2 - x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$$

3.

3.1. $f(1) = 2$

3.2. A condição $f(x) = 2$ tem três soluções.

3.3. $D_f = [-7, 8]$ e $D' = [-1, 5]$

3.4.

a) f é estritamente decrescente em $[-5, -1]$ e em $[5, 8]$.

b) f é estritamente crescente em $[-1, 5]$.

c) f é constante em $[-7, -5]$.

d) f é decrescente em sentido lato em $[-7, -1]$ e em $[5, 8]$.

3.5.

Mínimos relativos: $-1, 1$ e 3 .

Mínimo absoluto: -1 .

Máximos relativos: 3 e 5 .

Máximo absoluto: 5 .

3.6.

x	-7		-2		0		8
$f(x)$	3	+	0	-	0	+	1

3.7. $f(x) > 1 \Leftrightarrow x \in [-7; -3[\cup]0,5; 8[$

3.8. A afirmação é falsa, pois a função é constante em $[-7, -5]$ e decrescente apenas em $[-5, -1]$. Assim, apenas podemos afirmar que f é monótona em $[-5, -1]$.

4. (B)

Enquanto o ponto P percorre o arco QR a sua distância ao ponto O é constante (igual ao raio). Assim, podemos rejeitar as opções (A) e (C).

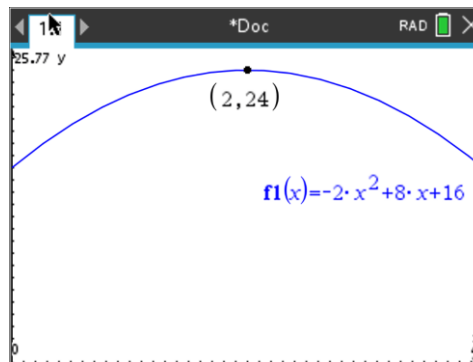
Enquanto o ponto P percorre o raio $[RO]$ a sua distância ao ponto O vai diminuindo até se anular (quando o ponto P coincide com ponto O a distância de P a O é igual a zero). Assim, rejeitamos a opção (D).

5.

Determinemos a expressão da área A da parte do terreno não ocupada pelos canteiros, em função de x .

$$A(x) = A_{total} - A_{[ABCD]} - A_{[EFGH]} = 8 \times 4 - x^2 - (4 - x)^2 = 32 - x^2 - (16 - 8x + x^2) = 32 - x^2 - 16 + 8x - x^2 = -2x^2 + 8x + 16$$

Recorrendo à calculadora, obtemos o que se observa na imagem seguinte.



Canteiro $[ABCD]$: Lado $x = 2$

Canteiro $[EFGH]$: Lado $4 - x = 4 - 2 = 2$

Para que a área não ocupada pelos canteiros seja máxima ambos terão de ter 2 metros de comprimento dos lados. A área máxima será de 24 m^2 .

4.2. Funções polinomiais de grau não superior a 2

RECORDAR Pág.89

1.

$$1.1. A(x) = \frac{(3x-4)+(x+2)}{2} \times (x-1) = \frac{4x-2}{2} \times (x-1) = (2x-1) \times (x-1) = 2x^2 - 2x - x + 1 = 2x^2 - 3x + 1$$

1.2. Grau 2

2.

$$2.1. (3x + 5)^2 = 9x^2 + 30x + 25$$

$$2.2. (x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$$

$$2.3. x^2 + 14x + 49 = (x + 7)^2$$

$$2.4. x^2 - 12x + 36 = (x - 6)^2$$

$$2.5. x^2 + x + \frac{1}{4} = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2$$

$$2.6. \frac{x^2}{9} - 4x + 36 = \left(\frac{x}{3} - 6\right)^2$$

$$2.7. 2x^2 + 12x = 2(x^2 + 6x)$$

$$2.8. -x^2 + 2x = -x(x - 2)$$

3.

$$3.1. 4x^2 = 1 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{\frac{1}{4}} \Leftrightarrow x = \pm\frac{1}{2}$$

$$S = \left\{-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\}$$

Equação possível e determinada

$$3.2. (x - 13)(x + 12) = 0 \Leftrightarrow x - 13 = 0 \vee x + 12 = 0 \Leftrightarrow x = 13 \vee x = -12$$

$$S = \{-12, 13\}$$

Equação possível e determinada

$$3.3. x(2x - 3) = 14 - 3x \Leftrightarrow 2x^2 - 3x = 14 - 3x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 - 3x - 14 + 3x = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 14 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 = 14 \Leftrightarrow x^2 = 7 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{7}$$

$$S = \{-\sqrt{7}, \sqrt{7}\}$$

Equação possível e determinada

$$3.4. 5x^2 - 55x = 0 \Leftrightarrow 5x(x - 11) = 0 \Leftrightarrow 5x = 0 \vee x - 11 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 11$$

$$S = \{0, 11\}$$

Equação possível e determinada

$$3.5. x^2 + 4x = x(x + 4) \Leftrightarrow x^2 + 4x = x^2 + 4x \Leftrightarrow x^2 + 4x - x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow 0x = 0$$

$$S = IR$$

Equação possível e indeterminada

$$3.6. (x + 4)^2 = 1 \Leftrightarrow x + 4 = \pm\sqrt{1} \Leftrightarrow x + 4 = \pm 1 \Leftrightarrow x = -4 \pm 1 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x = -4 - 1 \vee x = -4 + 1 \Leftrightarrow x = -5 \vee x = -3$$

$$S = \{-5, -3\}$$

Equação possível e determinada

$$3.7. 9x^2 - 6x + 1 = 0 \Leftrightarrow (3x - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow 3x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$S = \left\{\frac{1}{3}\right\}$$

Equação possível e determinada

$$3.8. (x + 3)^2 = -9$$

$$S = \emptyset$$

Equação impossível

4.

4.1.

Substituindo x por 5 vem:

$$(5 - 4) \times (5 + 4) = 9 \Leftrightarrow 1 \times 9 = 9 \Leftrightarrow 9 = 9$$

verdade, logo 5 é solução da equação.

Substituindo x por 13 vem:

$$(13 - 4) \times (13 + 4) = 9 \Leftrightarrow 9 \times 17 = 9 \Leftrightarrow 153 = 9$$

falso, logo 13 não é solução da equação.

4.2.

A Teresa considerou que, para o produto ser igual a nove, um dos fatores teria de ser necessariamente nove, o que é falso. Resolveu a equação como se pudesse aplicar uma espécie de lei do anulamento do produto, mesmo sem o produto estar anulado.

$$(x - 4)(x + 4) = 9 \Leftrightarrow x^2 - 16 = 9 \Leftrightarrow x^2 = 9 + 16 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 25 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{25} \Leftrightarrow x = \pm 5$$

$$S = \{-5, 5\}$$

TAREFA 1 Pág.90

1. Tentaria saber qual o número de sessões necessárias.

2.

2.1. A função f é uma função de proporcionalidade direta, pois a razão entre o preço a pagar e o número de sessões é constante (igual a 30). A função g não o é.

2.2. (C)

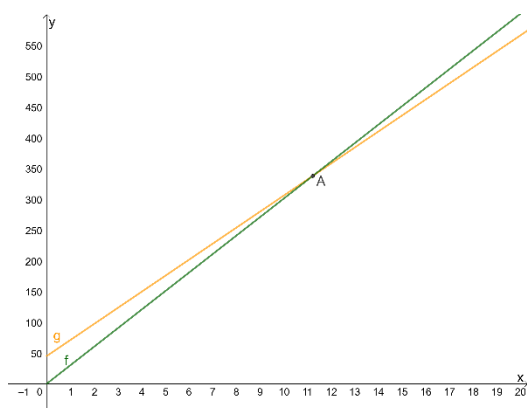
$$g(x) = 26x + 45$$

2.3. $D_f = \mathbb{N}$

2.4.

$$f(x) = 30x$$

$$g(x) = 26x + 45$$



●	$g(x) = 26x + 45, \quad (x \geq 0)$	EN
●	$f(x) = 30x, \quad (x \geq 0)$	⋮
●	$A = \text{Interseção}(g, f, (11.25, 337.5))$ $= (11.25, 337.5)$	⋮

A partir de 12 sessões, compensa aderir ao cartão da clínica.

TAREFA 2 PÁG.90

$$1.1. 5 \times 6 + 1 = 31$$

1.2. O programa do João não está bem, porque a expressão para t não é $n + 5$, mas $5n + 1$.

Por exemplo:

```
n=int(input("Ordem do termo: "))
if n>=1:
    t=5*n+1
    print("O termo de ordem ", n, " é constituído por ",t," segmentos de reta.")
else:
    print("A ordem do termo tem de ser um número natural maior ou igual a 1.")
```

Ou

```
n=int(input("Ordem do termo: "))
t=6
i=1
if n>=1:
    while i<n:
        t=t+5
        i=i+1
    print("O termo de ordem ", n, " é constituído por ",t," segmentos de reta.")
else:
    print("A ordem do termo tem de ser um número natural maior ou igual a 1.")
```

TAREFA 3 Pág.91

Exclui-se a (B), pois, nesse caso, a distância percorrida pelas duas irmãs não seria a mesma.

Exclui-se a (C), pois, nesse caso, a Fernanda iniciava o percurso tendo já percorrido o percurso, o que é absurdo.

TAREFA 4 Pág.92

1.

1.1.

Quando $a > 0$, a função é estritamente crescente, e é positiva em $]-\frac{b}{a}, +\infty[$ e negativa em $]-\infty, -\frac{b}{a}[$.

Quando $a < 0$, a função é estritamente decrescente, e é positiva em $]-\infty, -\frac{b}{a}[$ e negativa em $]-\frac{b}{a}, +\infty[$.

Quando $a = 0$, a função é constante e positiva em todo o domínio, se $b > 0$, e constante e negativa em todo o domínio, se $b < 0$.

1.2. Rotação de centro no ponto de coordenadas $(0, b)$.

2.

2.1. Obtêm-se retas paralelas que interseçam o eixo dos yy num ponto de ordenada b .

2.2. Translação.

3. (D)

APLICAR Pág.93

1.

1.1. $v(x) = 15x + 100$

1.2. A expressão analítica da função é do tipo $f(x) = ax + b$, em que a e b são números reais, logo, trata-se de uma função afim.

1.3. $v(4) = 15 \times 4 + 100 = 160$

R.: O Tiago recebe 160 €.

1.4. $v(x) = 130 \Leftrightarrow 15x + 100 = 130 \Leftrightarrow 15x = 130 - 100 \Leftrightarrow 15x = 30 \Leftrightarrow x = \frac{30}{15} \Leftrightarrow x = 2$

R.: O Tiago trabalhou 2 horas.

2.

2.1. g, h e i

2.2.

Função	Declive	Ordenada na origem
g	-3	$\sqrt{7}$
h	$-\frac{2}{5}$	0
i	0	$0,001$

2.3.

a) h . b) i

APLICAR Pág.94

3.

3.1. $f(-3) = 7 \times (-3) - 4 = -21 - 4 = -25$

3.2. $f(x) = 3 \Leftrightarrow 7x - 4 = 3 \Leftrightarrow 7x = 3 + 4 \Leftrightarrow 7x = 7 \Leftrightarrow x = \frac{7}{7} \Leftrightarrow x = 1$

4.

Seja h uma função afim definida por $h(x) = ax + b$

$$\begin{aligned} \begin{cases} h(3) = -1 \\ h(-5) = 1 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} a \times 3 + b = -1 \\ a \times (-5) + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + b = -1 \\ b = 5a + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + 5a + 1 = -1 \\ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8a = -2 \\ \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{2}{8} \\ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ b = 5 \times \left(-\frac{1}{4}\right) + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ b = -\frac{5}{4} + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ b = -\frac{5}{4} + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{1}{4} \\ b = -\frac{1}{4} \end{cases} \end{aligned}$$

R.: $h(x) = -\frac{1}{4}x - \frac{1}{4}$

APLICAR Pág.95

5. A reta da figura tem ordenada na origem positiva e o termo independente na expressão algébrica de f é negativo.

A reta da figura tem declive positivo e o coeficiente de x , na expressão algébrica de g , é negativo $(-\frac{2}{3})$.

6. $f(x) = (3 - 2k)x + 6$

A função f é decrescente, logo, o coeficiente de x na sua expressão algébrica é negativo.

Assim, $3 - 2k < 0 \Leftrightarrow 3 < 2k \Leftrightarrow \frac{3}{2} < k$

R.: $k \in]\frac{3}{2}, +\infty[$

APLICAR Pág.96

7.

7.1. O zero da função f é $\frac{5}{3}$.

7.2. $f(x) = ax + 5$

$$f\left(\frac{5}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow a \times \frac{5}{3} + 5 = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{3}a = -5 \Leftrightarrow a = -5 \times \frac{3}{5} \Leftrightarrow a = -3$$

R.: $f(x) = -3x + 5$

8. $f(x) = \frac{x}{5} - 2$

$$f(0) = \frac{0}{5} - 2 = -2 \quad \text{Ponto de coordenadas } (0, -2)$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{5} - 2 = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{5} = 2 \Leftrightarrow x = 2 \times 5 \Leftrightarrow x = 10 \quad \text{Ponto de coordenadas } (10, 0)$$

R.: A reta que representa graficamente a função f intersesta o eixo das ordenadas no ponto de coordenadas $(0, -2)$ e o eixo das abcissas no ponto de coordenadas $(10, 0)$.

9.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 3x - 9 = 0 \Leftrightarrow 3x = 9 \Leftrightarrow x = \frac{9}{3} \Leftrightarrow x = 3$$

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow -x + 5 = 0 \Leftrightarrow -x = -5 \Leftrightarrow x = 5$$

A função f é positiva em $]3, +\infty[$ e negativa em $]-\infty, 3[$.

A função g é positiva em $]-\infty, 5[$ e negativa em $]5, +\infty[$

APLICAR Pág.97

10.

10.1.

a)

$$f(0) = \frac{0}{2} - 3 = 0 - 3 = -3$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{2} - 3 = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{2} = 3 \Leftrightarrow x = 3 \times 2 \Leftrightarrow x = 6$$

R.: O gráfico de f intersesta o eixo das ordenadas no ponto de coordenadas $(0, -3)$ e o eixo das abcissas no ponto $(6, 0)$.

b)

$$g(0) = -0 + 2 = 2$$

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow -x + 2 = 0 \Leftrightarrow 2 = x$$

R.: O gráfico de g interseca o eixo das ordenadas no ponto de coordenadas $(0,2)$ e o eixo das abcissas no ponto $(2,0)$.

c)

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow \frac{x}{2} - 3 = -x + 2 \Leftrightarrow \frac{x}{2} - \frac{6}{2} = -\frac{2x}{2} + \frac{4}{2} \Leftrightarrow x - 6 = -2x + 4 \Leftrightarrow 3x = 10 \Leftrightarrow x = \frac{10}{3}$$

$$g\left(\frac{10}{3}\right) = -\frac{10}{3} + 2 = -\frac{10}{3} + \frac{6}{3} = -\frac{4}{3}$$

R.: Os gráficos de f e de g interseitam-se no ponto de coordenadas $\left(\frac{10}{3}, -\frac{4}{3}\right)$.

11. $L(x) = 8x - 2000$

$$L(x) = 0 \Leftrightarrow 8x - 2000 = 0 \Leftrightarrow 8x = 2000 \Leftrightarrow x = \frac{2000}{8} \Leftrightarrow x = 250$$

R.: Como a função L é crescente de domínio \mathbb{N} e 250 é o seu zero e como o lucro existe se for positivo, conclui-se que, para existir lucro, terão de ser vendidas, no mínimo, 251 unidades.

TAREFA 5 Pág.98

1. A reta r não pode representar uma função, pois à mesma abcissa correspondem diferentes ordenadas.
2. $(3,10)$, $(3,-15)$, $(3,0)$, por exemplo
3. Todos os pontos da reta r têm abcissa 3.
4. $x = 3$

APLICAR Pág.98

12.

12.1. $x = -2$

12.2. $x = 5$

12.3. $x = 0$

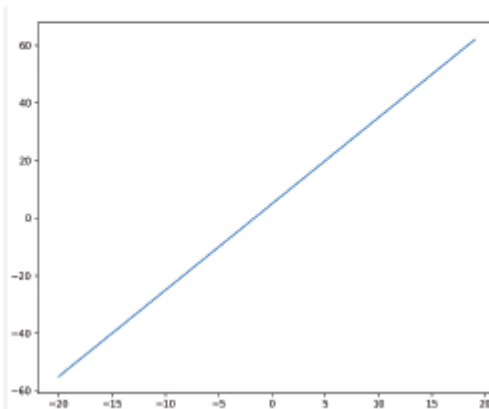
Pág. 99

Tarefa *python*

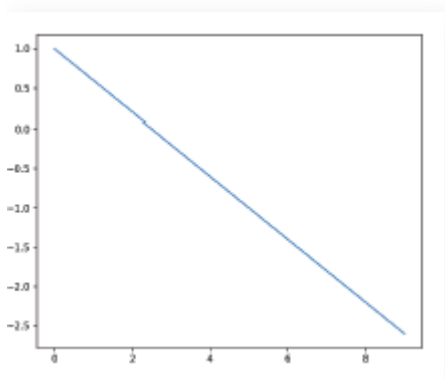
1. Traça a reta que representa graficamente a função afim definida por $y = 3x + 5$, com $x \in [-20, 20]$.

2.

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
a=3
b=5
x=np.arange(-20,20)
plt.plot(x,a*x+b)
plt.show()
```

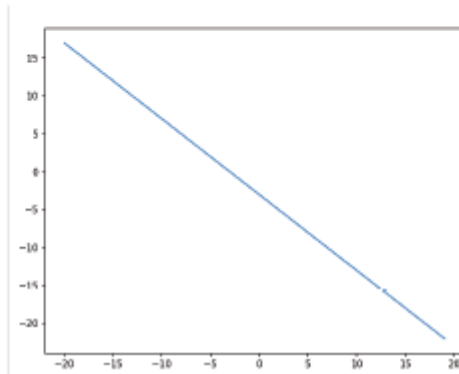


3. Por exemplo:



4.

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
x1=2
y1=-5
x2=-5
y2=2
if x1!=x2:
    a=(y1-y2)/(x1-x2)
    b=y2-a*x2
    x=np.arange(-20,20)
    plt.plot(x,a*x+b)
    plt.show()
else:
    print("Os pontos não pertencem ao gráfico de uma função, pois")
    print("a mesma abcissa corresponde a ordenadas diferentes.")
```



$$\begin{aligned} \begin{cases} f(x_1) = y_1 \\ f(x_2) = y_2 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} ax_1 + b = y_1 \\ ax_2 + b = y_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ax_1 + (y_2 - ax_2) = y_1 \\ b = y_2 - ax_2 \end{cases} = y_1 \Leftrightarrow \begin{cases} ax_1 - ax_2 = y_1 - y_2 \\ \underline{\hspace{2cm}} \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} a(x_1 - x_2) = y_1 - y_2 \\ \underline{\hspace{2cm}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \\ b = y_2 - x_2 \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \end{cases} \end{aligned}$$

TAREFA 6 Pág.99

1.

$$m(x) = 80x$$

$$s(x) = 90x + b$$

$$40 \text{ min} = \frac{2}{3}h$$

$$s\left(\frac{2}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow 90 \times \frac{2}{3} + b = 0 \Leftrightarrow 60 + b = 0 \Leftrightarrow b = -60$$

$$s(x) = 90x - 60$$

Analiticamente:

$$s\left(2,5 + \frac{2}{3}\right) = 90 \times \left(\frac{2}{3} + 2,5\right) - 60 = 225$$

$$m(x) = 225 \Leftrightarrow 80x = 225 \Leftrightarrow x = \frac{225}{80} \Leftrightarrow x = 2,8125$$

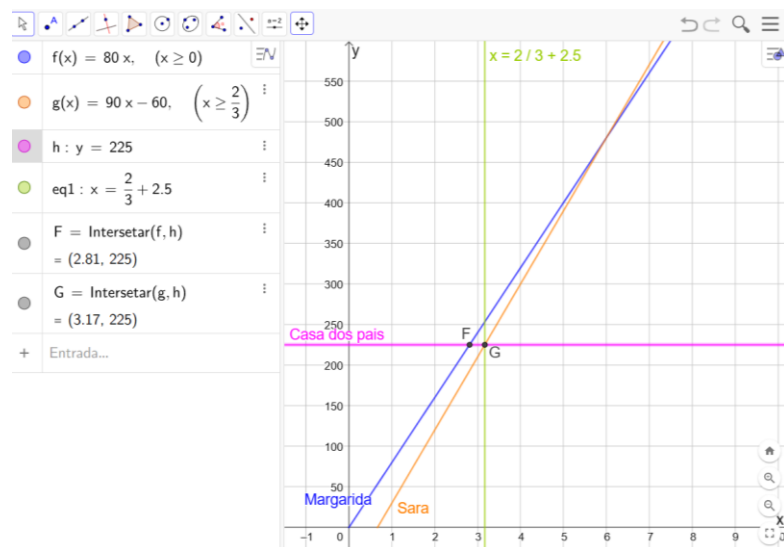
$$2,8125h = 2h + 0,8125 \times 60\text{min} \approx 2h49\text{min}$$

A Margarida demorou cerca de 2h49min e, portanto, chegou pelas 12h49 min.

$$\left(2,5 + \frac{2}{3}\right)h = 2h(30 + 40)\text{min} = 3h10\text{min}$$

A Sara chegou cerca de 20 minutos depois da Margarida, logo não a chegou a ultrapassar.

Graficamente:



2.

$$f(x) = 5x$$

$$g(x) = -3x + 220$$

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 5x = -3x + 220 \Leftrightarrow 8x = 220 \Leftrightarrow x = \frac{220}{8}$$

Ao fim de 27,5 minutos, os dois depósitos têm a mesma quantidade de água.

APLICAR Pág.99

13. Sejam d e s as funções que ao número de mensalidades fazem corresponder o valor total no plano A e no plano B, respetivamente.

$$a(x) = 12x + 50$$

$$b(x) = 10x + 75$$

a)

$$a(8) = 12 \times 8 + 50 = 146 \quad b(8) = 10 \times 8 + 75 = 155$$

R.: Plano A.

b)

$$1,5 \text{ anos} = 18 \text{ meses}$$

$$a(18) = 12 \times 18 + 50 = 266 \quad b(18) = 10 \times 18 + 75 = 255$$

R.: Plano B.

13.2.

$$a(x) = b(x) \Leftrightarrow 12x + 50 = 10x + 75 \Leftrightarrow 2x = 25 \Leftrightarrow x = 12,5$$

R.: É mais vantajoso optar pelo plano com inscrição mais baixa para um número máximo de 12 meses de frequência.

13.3.

Seja m a função que ao número de mensalidades faz corresponder o valor total a pagar no plano M do ginásio + *Fitness*.

$$m(x) = 10x + 70$$

Nos planos B e M, as mensalidades custam 10 euros, logo, seja qual for o número de mensalidades, é mais vantajoso o plano que tem o valor da inscrição mais barato.

Assim, basta comparar o plano A com o plano M.

$$a(x) = m(x) \Leftrightarrow 12x + 50 = 10x + 70 \Leftrightarrow 2x = 20 \Leftrightarrow x = 10$$

É mais vantajoso optar pelo plano com menos valor de inscrição, plano A, para um número máximo de 9 meses de frequência, para 10 meses é igual escolher o plano A ou o plano M do ginásio + *Fitness*, para mais de 10 meses é mais vantajoso escolher o plano M do ginásio + *Fitness*.

TAREFA 8 Pág.101

1.

$$20 + 2y = 100 \Leftrightarrow 2y = 80 \Leftrightarrow y = 40$$

$$A = 20 \times 40 = 800$$

R.: 800 m^2

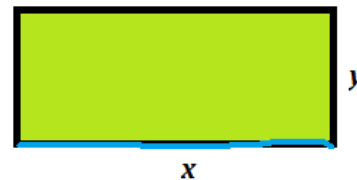


2.

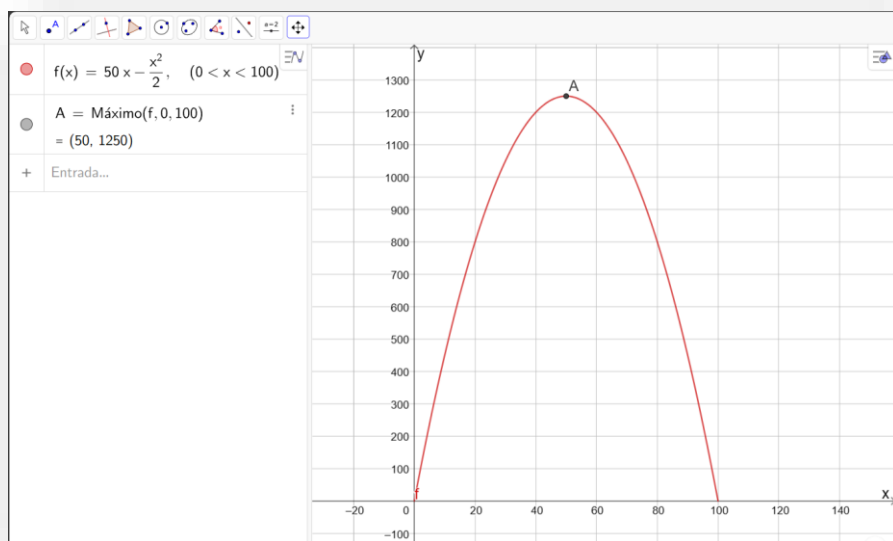
$$x + 2y = 100 \Leftrightarrow y = \frac{100-x}{2} \Leftrightarrow y = 50 - \frac{x}{2}$$

$$A = x \times y = x \left(50 - \frac{x}{2}\right) = 50x - \frac{x^2}{2}$$

$$A(x \times y) = -\frac{x^2}{2} + 50x$$



3.



$$x = 50$$

$$y = 50 - \frac{50}{2} = 50 - 25 = 25$$

R.: Para que a horta tenha área máxima terá de ter 50 m de comprimento (medida do lado junto ao rio) e 25 m de largura.

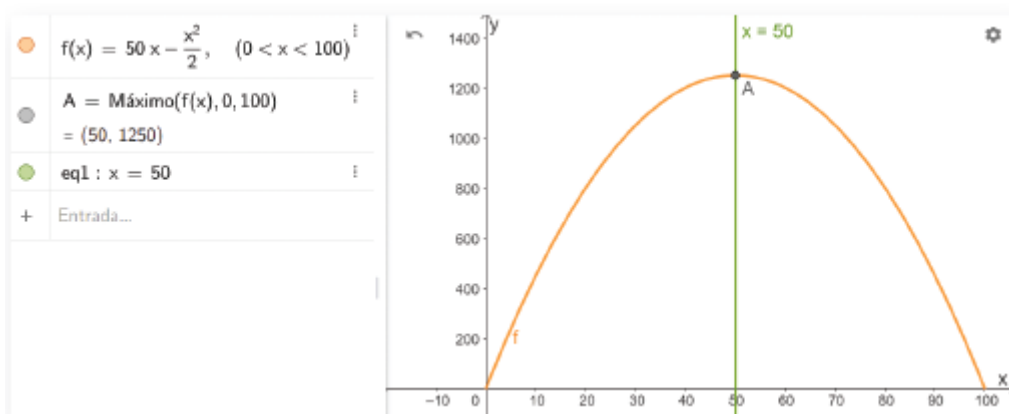
4.

Afirmações verdadeiras: I, II

A afirmação III é falsa.

Para se obterem retângulos de área inferior a 800 m^2 , o comprimento x tem de pertencer ao intervalo $]0,20[$ ou ao intervalo $]80,100[$.

5.



A simetria da parábola com eixo de equação $x = 50$ está relacionada com o facto de dois retângulos com igual desvio relativamente aos 50 m do comprimento do lado junto ao rio terem a mesma área.

APLICAR Pág.102

14.

14.1. $h(1) = 11 \times 1 - 5 \times 1^2 = 11 - 5 = 6$

R.: 6 m

14.2. $h(x) = 0 \Leftrightarrow 11t - 5t^2 = 0 \Leftrightarrow t(11 - 5t) = 0 \Leftrightarrow t = 0 \vee 11 - 5t = 0 \Leftrightarrow t = 0 \vee t = \frac{11}{5} \Leftrightarrow t = 0 \vee t = 2,2$

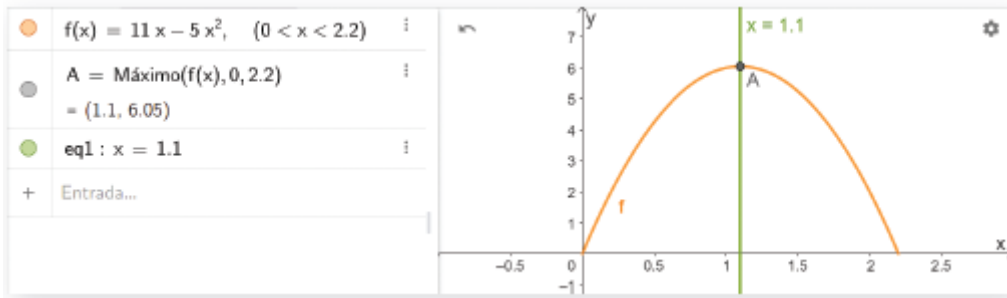
R.: A bola volta a tocar no chão 2,2 segundos após ter sido lançada.

14.3. $\frac{2,2-0}{2} = 1,1$

$h(1,1) = 11 \times 1,1 - 5 \times 1,1^2 = 12,1 - 5 \times 1,21 = 6,05$

R.: A altura máxima é 6,05 m.

14.4.



R.: O tempo que a bola leva para chegar a qualquer altura é igual ao tempo que leva para descer desde essa altura até ao solo.

APLICAR Pág.103

15. Os jogadores devem partir de qualquer ponto da parábola de foco no poste e cuja diretriz é a parede.

TAREFA 9 Pág.104

1.

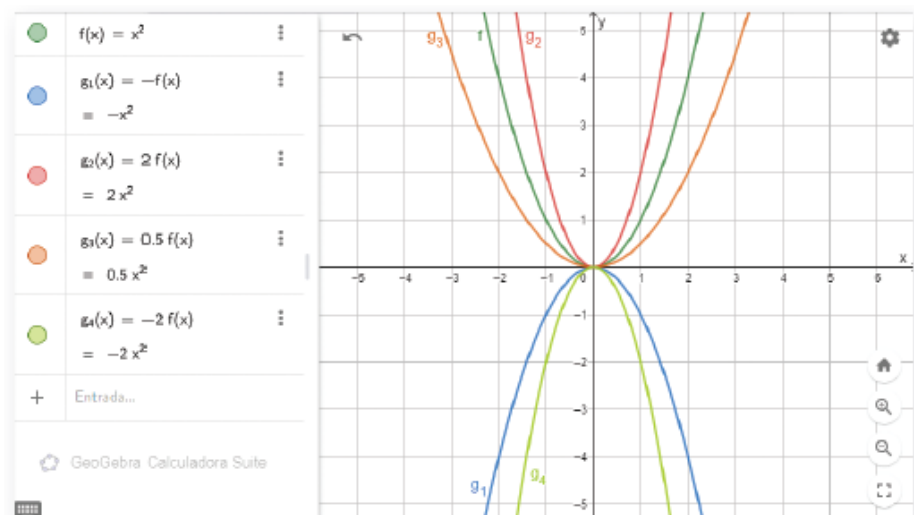
1.1.

$$g_1(x) = -f(x);$$

$$g_2(x) = 2f(x);$$

$$g_3(x) = 0,5f(x);$$

$$g_4(x) = -2f(x)$$



1.2. Quando $a > 0$, as parábolas têm concavidade voltada para cima. Quando $a < 0$, as parábolas têm concavidade voltada para baixo.

1.3. Quando o valor absoluto de a aumenta, parábolas diminuem a abertura, ou seja, a curva aproxima-se do eixo das ordenadas.

1.4. O vértice das parábolas que representam graficamente as cinco funções é o ponto de coordenadas $(0,0)$, ou seja, a origem do referencial.

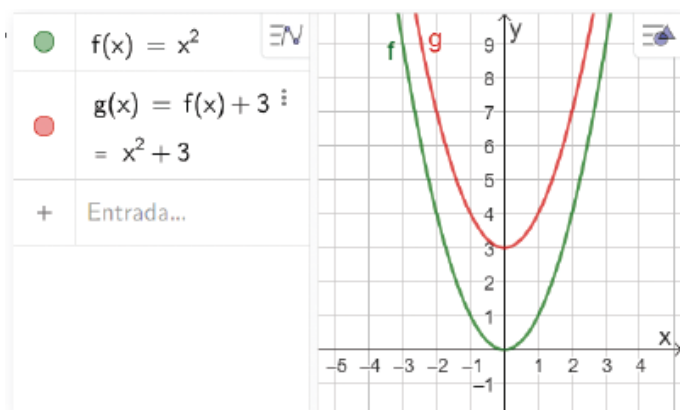
1.5.

$$D_f = D_{g_1} = D_{g_2} = D_{g_3} = D_{g_4} = \mathbb{R}$$

$$D'_f = D_{g_2} = D_{g_3} = \mathbb{R}_0^+ \text{ e } D_{g_1} = D_{g_4} = \mathbb{R}_0^-$$

2.

2.1.



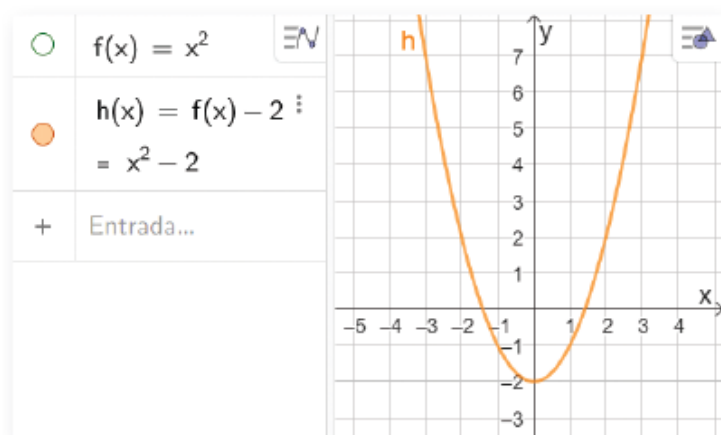
2.2. Deslizando o gráfico da função f três unidades para cima.

2.3.

$$D_g = \mathbb{R}; D_f = [3, +\infty[$$

$F(0,0)$ e $G(0,3)$.

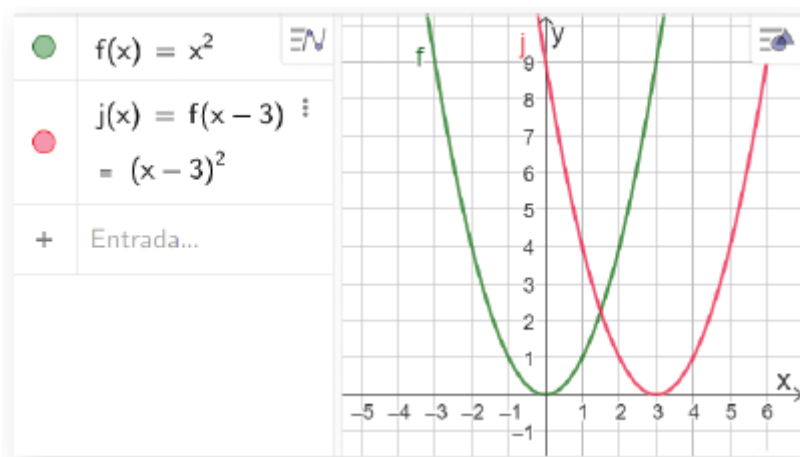
2.4.



$h(x) = f(x) - 2$, logo, $h(x) = x^2 - 2$.

3.

3.1.



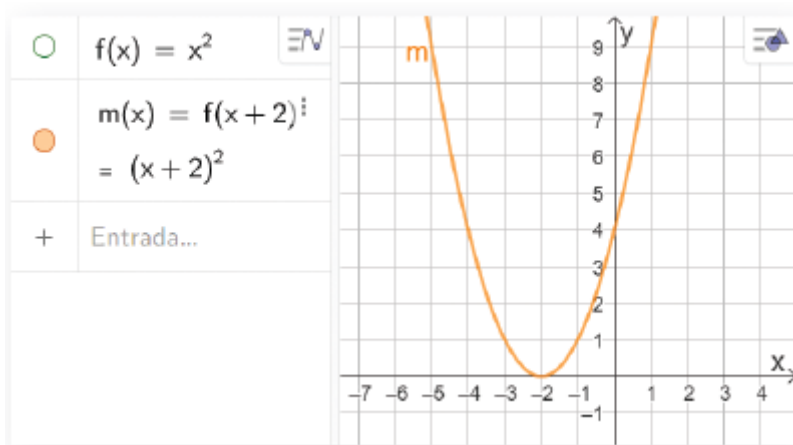
3.2. Deslizando o gráfico de f três unidades para a direita.

3.3.

$$D_j = \mathbb{R}; D'_j = \mathbb{R}_0^+$$

$$F(0,0) \text{ e } J(0,3).$$

3.4. $m(x) = f(x+2)$, logo, $m(x) = (x+2)^2$.



APLICAR Pág.105

16. $a \rightarrow y = 0,2f(x)$; $b \rightarrow y = 5f(x)$; $c \rightarrow y = -0,2f(x)$; $d \rightarrow y = -f(x)$; $e \rightarrow y = -5f(x)$

17.

17.1. $f(-2) = 5 \Leftrightarrow a \times (-2)^2 = 5 \Leftrightarrow a \times 4 = 5 \Leftrightarrow a = \frac{5}{4}$

17.2. $f(3) = -45 \Leftrightarrow a \times 3^2 = -45 \Leftrightarrow a \times 9 = -45 \Leftrightarrow a = \frac{-45}{9} \Leftrightarrow a = -5$

APLICAR Pág.106

18.

18.1. $E_c = \frac{1}{2} \times 0,1 \times 10^{-3} \times 12 = 6 \times 10^{-4}$

R.: 6×10^{-4} J

18.2. $0 < \frac{1}{2}m < 10 \Leftrightarrow 0 < m < 20$

R.: Para valores no intervalo $]0,20[$.

19.

19.1. $f(0,5) = 1 \Leftrightarrow a \times 0,5^2 = 1 \Leftrightarrow a \times 0,25 = 1 \Leftrightarrow a = \frac{1}{0,25} \Leftrightarrow a = 4$

19.2. $a \in]-\infty, 0[$

19.3. $a = 0$

19.4. $a \in]-\infty, 0[$

TAREFA 10 Pág.107

1. A abertura da parábola varia, aproximando-se do seu eixo de simetria à medida que o valor absoluto de a aumenta. Se o valor de a for positivo, a parábola tem concavidade voltada para cima e, se o valor de a for negativo, a parábola tem concavidade voltada para baixo.

2. A parábola desliza na vertical $|k|$ unidades. Se k for positivo desliza para cima, se k for negativo desliza para baixo. O mesmo acontece para diferentes valor de a .

Pág. 107

Aplicar

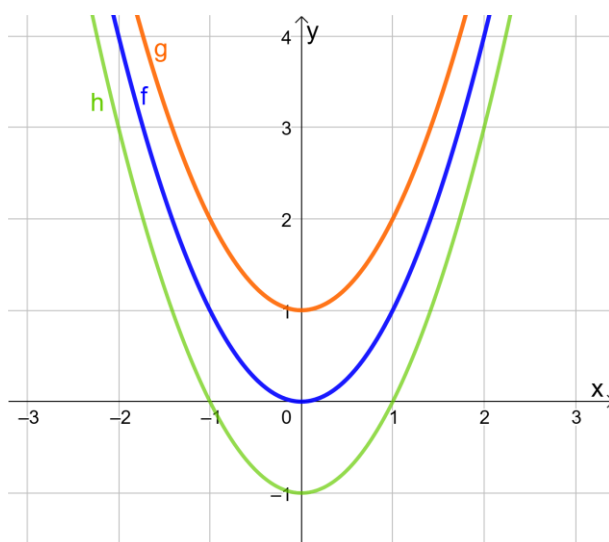
APLICAR Pág.107

20.

20.1.

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	4	1	0	1	4
$g(x)$	5	2	1	2	5
$h(x)$	3	0	-1	0	3

20.2.



20.3.

$$V_f(0, 0)$$

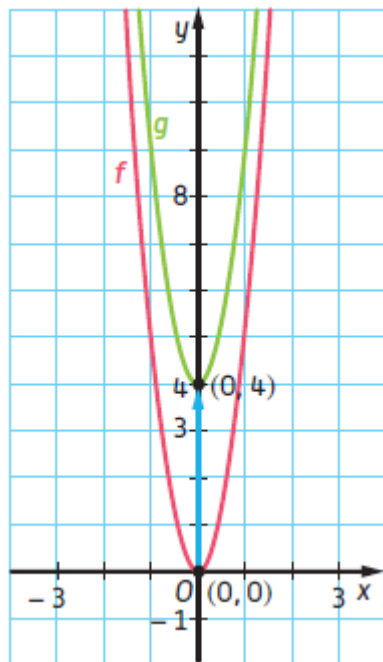
$$V_g(0, 1),$$

$$V_h(0, -1)$$

APLICAR Pág.108

21.

21.1.



21.2.

Função	f	g
Domínio	\mathbb{R}	
Contradomínio	$[0, +\infty[$	$[4, +\infty[$
Zero	0	Não tem
Monotonia	Decrescente em $]-\infty, 0]$	
	Crescente em $[0, +\infty[$	
Extremos – mínimo absoluto	0	4
Coordenadas do vértice	(0,0)	(0,4)
Equação do eixo de simetria	$x = 0$	

21.3. $g(x) = 5x^2 + 4$

TAREFA 11 Pág.109

1. A abertura da parábola varia, aproximando-se do seu eixo de simetria à medida que o valor absoluto de a aumenta. Se o valor de a for positivo, a parábola tem concavidade voltada para cima e, se o valor de a for negativo, a parábola tem concavidade voltada para baixo.

2. A parábola desliza horizontalmente $|h|$ unidades, se h for positivo desliza para a direita, se h for negativo desliza para a esquerda. Este comportamento acontece para diferentes valores de a .

APLICAR Pág.109

22.

22.1. $f(x) = ax^2 + 3$

$$f(-2) = 1 \Leftrightarrow a \times (-2)^2 + 3 = 1 \Leftrightarrow a \times 4 = 1 - 3 \Leftrightarrow a \times 4 = -2 \Leftrightarrow a = \frac{-2}{4} \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}$$

R.: $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 3$

22.2. $f(x) = ax^2 + k$

$$\begin{cases} f(\sqrt{3}) = 2 \\ f(-3) = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \times (\sqrt{3})^2 + k = 2 \\ a \times (-3)^2 + k = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + k = 2 \\ 9a + k = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 2 - 3a \\ 9a + 2 - 3a = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 2 - 3a \\ 6a = 2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k = 2 - 3a \\ a = \frac{2}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 2 - 3 \times \frac{1}{3} \\ a = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 2 - 1 \\ a = \frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 1 \\ a = \frac{1}{3} \end{cases}$$

R.: $f(x) = \frac{1}{3}x^2 + 1$

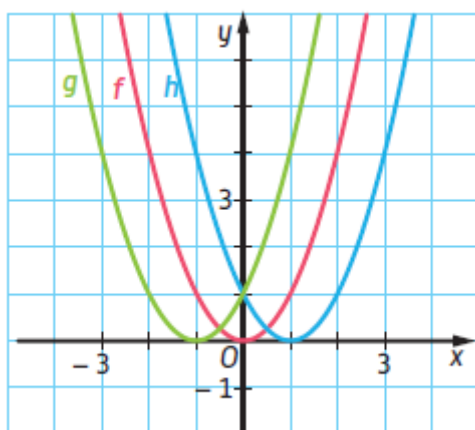
APLICAR Pág.110

23.

23.1.

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	4	1	0	1	4
$g(x)$	1	0	1	4	9
$h(x)$	9	4	1	0	1

23.2.



23.3.

$$V_f(0, 0),$$

$$V_g(-1, 0),$$

$$V_h(1, 0).$$

APLICAR Pág.111

24.

O gráfico de a obtém-se deslizando o gráfico de f cinco unidades para cima.

O gráfico de b obtém-se deslizando o gráfico de f uma unidade para a esquerda.

O gráfico de c obtém-se deslizando o gráfico de f duas unidades para a direita.

O gráfico de d obtém-se deslizando o gráfico de f sete unidades para baixo.

25.

25.1. c 25.2. a 25.3. b

APLICAR Pág.112

26.

26.1.

Função	f	g
Domínio	\mathbb{R}	
Contradomínio	\mathbb{R}_0^+	
Zero	0	3
Monotonia	Decrescente em $]-\infty, 0]$	Decrescente em $]-\infty, 3]$
	Crescente em $[0, +\infty[$	Crescente em $[3, +\infty[$
Extremos - mínimo absoluto	0	
Coordenadas do vértice	(0, 0)	(3, 0)
Equação do eixo de simetria	$x = 0$	$x = 3$

26.2. $g(x) = 4(x - 3)^2$

27.

27.1. $f(x) = a(x - 6)^2$

$$f(2) = -4 \Leftrightarrow a \times (2 - 6)^2 = -4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a \times (-4)^2 = -4 \Leftrightarrow a \times (-4) = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a = -\frac{1}{4}$$

R.: $f(x) = -\frac{1}{4}(x - 6)^2$

27.2. $f(x) = a(x + \sqrt{5})^2$

$$f(0) = 2 \Leftrightarrow a \times (0 + \sqrt{5})^2 = 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a \times 5 = 2 \Leftrightarrow a = \frac{2}{5}$$

R.: $f(x) = \frac{2}{5}(x + \sqrt{5})^2$

TAREFA 12 Pág.113

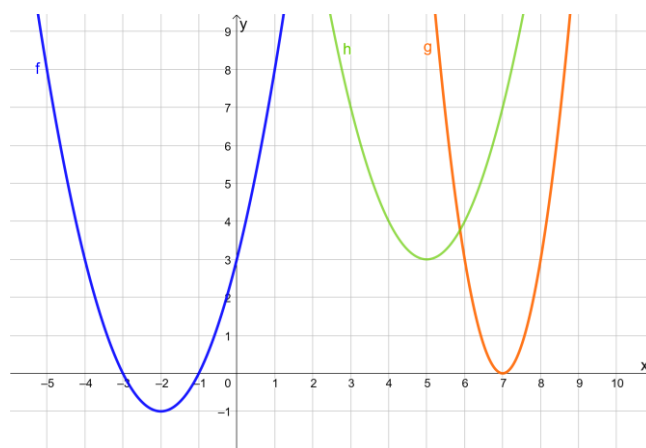
1. A abertura da parábola varia, aproximando-se do seu eixo de simetria à medida que o valor absoluto de a aumenta. Se o valor de a for positivo, a parábola tem concavidade voltada para cima e, se o valor de a for negativo, a parábola tem concavidade voltada para baixo.
2. A parábola desliza horizontalmente $|h|$ unidades, se h for positivo desliza para a direita e se h for negativo desliza para a esquerda. Desliza, ainda, e verticalmente $|k|$ unidades. Se k for positivo desliza para cima e se k for negativo desliza para baixo.
3. Translação em que o gráfico se desloca $|h|$ unidades na horizontal e $|k|$ unidades na vertical.

TAREFA 13 Pág.113

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow (x + 2)^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow (x + 2)^2 = 1 \Leftrightarrow x + 2 = \pm\sqrt{1} \Leftrightarrow x = -2 \pm 1 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x = -2 - 1 \vee x = -2 + 1 \Leftrightarrow x = -3 \vee x = -1$$

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow 3(x - 7)^2 = 0 \Leftrightarrow (x - 7)^2 = 0 \Leftrightarrow x - 7 = 0 \Leftrightarrow x = 7$$

$$h(x) = 0 \Leftrightarrow (x - 5)^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow (x - 5)^2 = -3 \text{ equação impossível}$$



R.: A função f tem dois zeros, -3 e -1 . A função g tem um único zero, 7 . A função h não tem zeros.

APLICAR Pág.114

28.

28.1. Obtém-se o gráfico da função f deslizando a parábola 5 unidades para a esquerda e 4 unidades para cima. Obtém-se o gráfico da função g refletindo a parábola no eixo Ox e deslizando a parábola obtida 3 unidades para a direita e 8 para cima.

28.2.

a)

Função	Coordenadas do vértice da parábola	Equação do eixo de simetria da parábola
f	$(-5,4)$	$x = -5$
g	$(3,8)$	$x = 3$

b) $D_f = D_g = \mathbb{R}$; $D'_f = [4, +\infty[$; $D'_g =]-\infty, 8]$

c) f não tem zeros, pois $0 \notin D'_f$.

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow -2(x - 3)^2 + 8 = 0 \Leftrightarrow -2(x - 3)^2 = -8 \Leftrightarrow (x - 3)^2 = \frac{-8}{-2} \Leftrightarrow (x - 3)^2 = 4 \Leftrightarrow$$

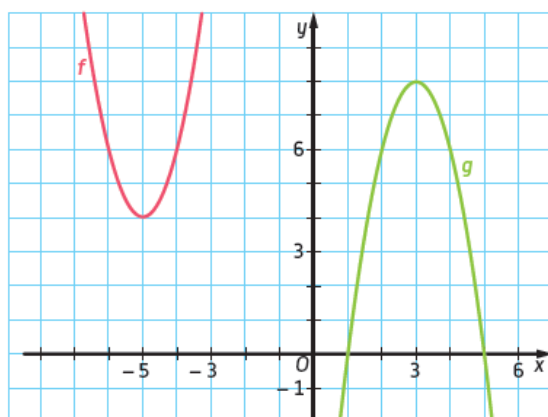
$$\Leftrightarrow x - 3 = \pm\sqrt{4} \Leftrightarrow x = 3 \pm 2 \Leftrightarrow x = 3 - 2 \vee x = 3 + 2 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 5$$

Zeros de g : 1 e 5.

A função f é positiva em todo o seu domínio.

A função g é positiva em $]1,5[$ e negativa em $] -\infty, 1[\cup]5, +\infty[$.

d)



e) A função f é decrescente em $] -\infty, -5]$ e crescente em $[-5, +\infty[$ e tem um mínimo absoluto, 4, para $x = -5$.

A função g é crescente em $] -\infty, 3]$ e decrescente em $[3, +\infty[$ e tem um máximo absoluto, 8, para $x = 3$.

f)

$$f(x) = 2(x + 5)^2 + 4 = 2(x^2 + 10x + 25) + 4 = 2x^2 + 20x + 50 + 4 = 2x^2 + 20x + 54$$

$$g(x) = -2(x - 3)^2 + 8 = -2(x^2 - 6x + 9) + 8 = -2x^2 + 12x - 18 + 8 = -2x^2 + 12x - 10$$

APLICAR Pág.115

29.

29.1.

Função		f	g	h	i
Vértice da parábola		(1, -8)	(-3, 2)	$(\frac{1}{2}, -\frac{2}{3})$	(-1, $-\sqrt{3}$)
Equação do eixo de simetria		$x = 1$	$x = -3$	$x = \frac{1}{2}$	$x = -1$
Domínio		\mathbb{R}			
Contradomínio		$[-8, +\infty[$	$] -\infty, 2]$	$] -\infty, -\frac{2}{3}]$	$[-\sqrt{3}, +\infty[$
Zeros*		-1 e 3	$-3 - \sqrt{2}$ e $-3 + \sqrt{2}$	não tem	-2 e 0
Sinal	Positiva	$] -\infty, -1[$ $\cup] 3, +\infty[$	$] -3 - \sqrt{2},$ $-3 + \sqrt{2}[$	-----	$] -\infty, -2[$ $\cup] 0, +\infty[$
	Negativa	$] -1, 3[$	$] -\infty, -3 - \sqrt{2}[$ $\cup] -3$ $+ \sqrt{2}, +\infty[$	\mathbb{R}	$] -2, 0[$
Monotonia	Crescente	$[1, +\infty[$	$] -\infty, -3]$	$] -\infty, \frac{1}{2}]$	$[-1, +\infty[$
	Decrescente	$] -\infty, 1]$	$[-3, +\infty[$	$[\frac{1}{2}, +\infty[$	$] -\infty, -1]$
Extremo absoluto		Mínimo: -8	Máximo: 2	Máximo: $-\frac{2}{3}$	Mínimo: $-\sqrt{3}$

$$* f(x) = 0 \Leftrightarrow 2(x - 1)^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow 2(x - 1)^2 = 8 \Leftrightarrow (x - 1)^2 = 4 \Leftrightarrow x - 1 = \pm\sqrt{4} \Leftrightarrow x - 1 = \pm 2 \Leftrightarrow x = 1 \pm 2 \Leftrightarrow x = 1 - 2 \vee x = 1 + 2$$

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow -(x + 3)^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow -(x + 3)^2 = -2 \Leftrightarrow (x + 3)^2 = 2 \Leftrightarrow x + 3 = \pm\sqrt{2} \Leftrightarrow x = -3 \pm \sqrt{2} \Leftrightarrow x = -3 - \sqrt{2} \vee x = -3 + \sqrt{2}$$

$$i(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3}(x+1)^2 - \sqrt{3} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{3}(x+1)^2 = \sqrt{3} \Leftrightarrow (x+1)^2 = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow (x+1)^2 = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x+1 = \pm\sqrt{1} \Leftrightarrow x+1 = \pm 1 \Leftrightarrow x = -1 \pm 1 \Leftrightarrow x = -1 - 1 \vee x = -1 + 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = -2 \vee x = 0$$

a)

x	$-\infty$	-1		3	$+\infty$	
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

x	$-\infty$	$-3 - \sqrt{2}$		$-3 + \sqrt{2}$	$+\infty$	
$g(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$

x	$-\infty$				$+\infty$
$h(x)$				$-$	

x	$-\infty$	-2		0	$+\infty$	
$i(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

b)

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f(x)$			\searrow	-8	\nearrow

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
$g(x)$		\nearrow	2		\searrow

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$h(x)$		\nearrow	$-\frac{2}{3}$		\searrow

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$i(x)$		\searrow	$-\sqrt{3}$		\nearrow

29.2.

$$f(x) = 2(x-1)^2 - 8 = 2(x^2 - 2x + 1) - 8 = 2x^2 - 4x + 2 - 8 = 2x^2 - 4x - 6$$

$$g(x) = -(x+3)^2 + 2 = -(x^2 + 6x + 9) + 2 = -x^2 - 6x - 9 + 2 = -x^2 - 6x - 7$$

$$h(x) = -2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{2}{3} = -2\left(x^2 - x + \frac{1}{4}\right) - \frac{2}{3} = -2x^2 + 2x - \frac{1}{2} - \frac{2}{3} = -2x^2 + 2x - \frac{7}{6}$$

$$i(x) = \sqrt{3}(x+1)^2 - \sqrt{3} = \sqrt{3}(x^2 + 2x + 1) - \sqrt{3} = \sqrt{3}x^2 + 2\sqrt{3}x + \sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{3}x^2 + 2\sqrt{3}x$$

TAREFA 14 Pág.116

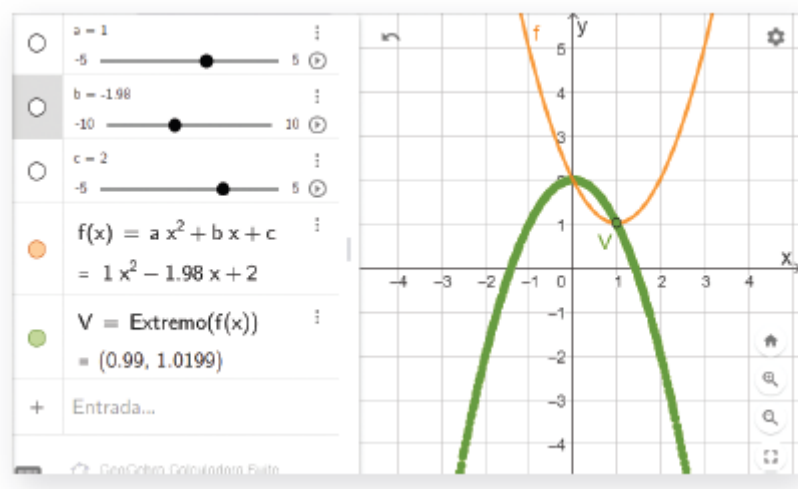
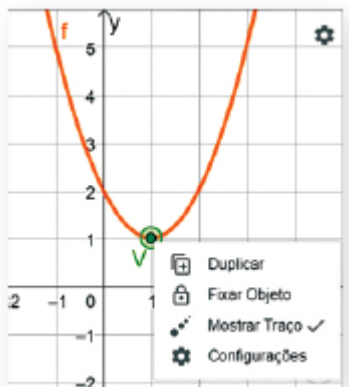
1.

O parâmetro a (diferente de zero) dá indicações sobre a concavidade da parábola (se $a > 0$, a concavidade da parábola é voltada para cima; se $a < 0$, a concavidade da parábola é voltada para baixo). Este parâmetro também é responsável pela “abertura” da parábola. Se $a = 0$, a função obtida não é uma função quadrática, mas uma função afim e o seu gráfico é uma reta.

O valor do parâmetro c corresponde à ordenada do ponto de interseção da parábola com o eixo Oy , ou seja, o ponto de coordenadas $(0, c)$ pertence sempre ao gráfico da função.

2. Se a e c tiverem sinais contrários, então a função tem dois zeros diferentes.

3. Fixando os valores de a e c , se ativarmos o traço do ponto V , vértice da parábola, no *GeoGebra*, e alterarmos o valor de b , observamos que as parábolas deslizam sobre uma outra parábola que tem a mesma “abertura”, eixo de simetria Oy e vértice de coordenadas $(0, c)$.



APLICAR Pág.117

30.

30.1.

$$f(0) = -5$$

$$f(x) = -5 \Leftrightarrow x^2 + 7x - 5 = -5 \Leftrightarrow x^2 + 7x = 0 \Leftrightarrow x(x + 7) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x + 7 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = -7$$

$$x_V = \frac{0 + (-7)}{2} = -\frac{7}{2}$$

$$y_V = f\left(-\frac{7}{2}\right) = \left(-\frac{7}{2}\right)^2 + 7 \times \left(-\frac{7}{2}\right) - 5 = -\frac{69}{4}$$

R.: $\left(-\frac{7}{2}, -\frac{69}{4}\right)$

30.2.

$$f(0) = 7$$

$$f(x) = 7 \Leftrightarrow -x^2 - 6x + 7 = 7 \Leftrightarrow -x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow -x(x + 6) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x + 6 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = -6$$

$$x_V = \frac{0 + (-6)}{2} = -\frac{6}{2} = -3$$

$$y_V = f(-3) = -(-3)^2 - 6 \times (-3) + 7 = 16$$

R.: $(-3, 16)$

30.3.

$$f(0) = 3$$

$$f(x) = 3 \Leftrightarrow -2x^2 + 12x + 3 = 3 \Leftrightarrow -2x^2 + 12x = 0 \Leftrightarrow x(-2x + 12) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee -2x + 12 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 6$$

$$x_V = \frac{0 + 6}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$y_V = f(3) = -2 \times 3^2 + 12 \times 3 + 3 = 21$$

R.: $(3, 21)$

30.4.

$$f(0) = -\frac{1}{4}$$

$$f(x) = -\frac{1}{4} \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 + x - \frac{1}{4} = -\frac{1}{4} \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x\left(-\frac{1}{2}x + 1\right) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee -\frac{1}{2}x + 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$$

$$x_V = \frac{0 + 2}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$y_V = f(1) = -\frac{1}{2} \times 1^2 + 1 - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$$

R.: $\left(1, \frac{1}{4}\right)$

APLICAR Pág.118

31.

31.1. $h(0) = 6$

R.: A bola foi lançada a uma altura de 6 m.

31.2.

$$h(t) = 6 \Leftrightarrow -5t^2 + 6t + 6 = 6 \Leftrightarrow -5t^2 + 6t = 0 \Leftrightarrow t(-5t + 6) = 0 \Leftrightarrow t = 0 \vee -5t + 6 = 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow t = 0 \vee t = \frac{6}{5} \Leftrightarrow t = 0 \vee t = 1,2$$

$$x_v = \frac{0 + 1,2}{2} = 0,6$$

$$h(0,6) = -5 \times 0,6^2 + 6 \times 0,6 + 6 = 9,2$$

R.: A bola atingiu a altura máxima de 7,8 m, 0,6 segundos depois de ter sido lançada de uma altura de 6 m.

Pág. 119

Tarefa 16

1.

Linha 4	$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$
Linha 5	$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$
Linha 6	$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$
Linha 7	Se o segundo membro for negativo a equação é impossível.
	Se o segundo membro não for negativo a equação é possível e $x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$
Linha 8	Se a equação for possível, $x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
Linha 9	Se a equação for possível, $x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Linha 4	$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2$
Linha 5	$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$
Linha 6	$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$
Linha 7	$x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$
Linha 8	$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
Linha 9	$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
Linha 10	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

2.

```
import math
a=1
b=-5
c=6
x1=(-b-math.sqrt(b**2-4*a*c))/(2*a)
x2=(-b+math.sqrt(b**2-4*a*c))/(2*a)
print("As soluções da equação são",x1,"e",x2,".")
```

As soluções da equação são 2.0 e 3.0 .

3.

3.1.

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x - 21 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 1 \times (-21)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{100}}{2} \Leftrightarrow \Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm 10}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-4 - 10}{2} \vee x = \frac{-4 + 10}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-14}{2} \vee x = \frac{6}{2} \Leftrightarrow x = -7 \vee x = 3.$$

R.: Zeros de g : -7 e 3

$$h(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + x + 2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times 2}}{2 \times 1} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{-7}}{2}$$

Equação impossível

R.: A função h não tem zeros.

$$j(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \times 2 \times (-2)}}{2 \times 2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{4} \Leftrightarrow x = \frac{-3 \pm 5}{4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-3 - 5}{4} \vee x = \frac{-3 + 5}{4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-8}{4} \vee x = \frac{2}{4} \Leftrightarrow x = -2 \vee x = \frac{1}{2}.$$

R.: Zeros de j : -2 e $\frac{1}{2}$

$$k(x) = 0 \Leftrightarrow 9x^2 - 6x + 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 9 \times 1}}{2 \times 9} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{0}}{18} \Leftrightarrow x = \frac{6 \pm 0}{18} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{6}{18} \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}.$$

R.: A função k tem um único zero: $\frac{1}{3}$

3.2. As equações $g(x) = 0$ e $j(x) = 0$ têm duas soluções.

A equação $h(x) = 0$ não tem soluções.

A equação $k(x) = 0$ tem apenas uma solução.

O número de soluções da equação depende do sinal de $b^2 - 4ac$:

- se $b^2 - 4ac > 0$, existem duas soluções diferentes;
- se $b^2 - 4ac = 0$, existe uma única solução;
- se $b^2 - 4ac < 0$, a equação não tem soluções, é impossível.

APLICAR Pág.120

32.

$$32.1. x^2 = 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 1 \times (-3)}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{4+12}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{2 \pm 4}{2} \Leftrightarrow x = \frac{2+4}{2} \vee x = \frac{2-4}{2} \Leftrightarrow x = 3 \vee x = -1$$

$$S = \{-1, 3\}$$

$$32.2. 4x^2 + 9 = 12x \Leftrightarrow 4x^2 - 12x + 9 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{12 \pm \sqrt{(-12)^2 - 4 \times 4 \times 9}}{2 \times 4} \Leftrightarrow x = \frac{12 \pm \sqrt{144-144}}{8} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{12 \pm \sqrt{0}}{8} \Leftrightarrow x = \frac{12}{8} \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$$

$$32.3. (x - 2)(x + 1) = 10 \Leftrightarrow x^2 + x - 2x - 2 = 10 \Leftrightarrow x^2 - x - 12 = 0 \Leftrightarrow x =$$

$$\frac{1 \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 1 \times (-12)}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1+48}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{49}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm 7}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1+7}{2} \vee x = \frac{1-7}{2} \Leftrightarrow x = 4 \vee x =$$

$$-3$$

$$S = \{-3, 4\}$$

APLICAR Pág.121

33.

$$33.1. \Delta = (-4)^2 - 4 \times 4 \times 1 = 0$$

R.: 1 solução

$$33.2. \Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times 1 = -3 < 0$$

R.: 0 soluções

$$33.3. \Delta = 1^2 - 4 \times 1 \times (-1) = 5 > 0$$

R.: 2 soluções

34.

$$a = 2; b = 1; c = -m + 1$$

$$\Delta = 1^2 - 4 \times 2 \times (-m + 1) = 1 - 8(-m + 1) = 1 + 8m - 8 = 8m - 7$$

$$\Delta < 0 \Leftrightarrow 8m - 7 < 0 \Leftrightarrow 8m < 7 \Leftrightarrow m < \frac{7}{8}$$

$$R.: m \in \left] -\infty, \frac{7}{8} \right[$$

TAREFA Python Pág.121

```
import math
a=1
b=2
c=3
delta=b**2-4*a*c
if delta<0:
    print("A equação não tem soluções.")
elif delta==0:
    x1=(-b-math.sqrt(delta))/(2*a)
    print('A equação tem apenas uma solução: ',x1)
else:
    x1=(-b-math.sqrt(delta))/(2*a)
    x2=(-b+math.sqrt(delta))/(2*a)
    print('A equação tem 2 soluções: ',x1,' e ',x2)
```

A equação não tem soluções.

```
import math
a=9
b=6
c=1
delta=b**2-4*a*c
if delta<0:
    print("A equação não tem soluções.")
elif delta==0:
    x1=(-b-math.sqrt(delta))/(2*a)
    print('A equação tem apenas uma solução: ',x1)
else:
    x1=(-b-math.sqrt(delta))/(2*a)
    x2=(-b+math.sqrt(delta))/(2*a)
    print('A equação tem 2 soluções: ',x1,' e ',x2)
```

A equação tem apenas uma solução: -0.3333333333333333

```
import math
a=3
b=-5
c=2
delta=b**2-4*a*c
if delta<0:
    print("A equação não tem soluções.")
elif delta==0:
    x1=(-b-math.sqrt(delta))/(2*a)
    print('A equação tem apenas uma solução: ',x1)
else:
    x1=(-b-math.sqrt(delta))/(2*a)
    x2=(-b+math.sqrt(delta))/(2*a)
    print('A equação tem 2 soluções: ',x1,' e ',x2)
```

A equação tem 2 soluções: 0.6666666666666666 e 1.0

APLICAR Pág.122

35.

35.1.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 7x - 10 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \times (-1) \times (-10)}}{2 \times (-1)} \Leftrightarrow x = \frac{-7 \pm \sqrt{9}}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{-7 \pm 3}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{-7 - 3}{-2} \vee x = \frac{-7 + 3}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{-10}{-2} \vee x = \frac{-4}{-2} \Leftrightarrow x = 5 \vee x = 2$$

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 5x = 0 \Leftrightarrow x(x + 5) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = -5$$

$$h(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x + \frac{1}{3} = 0 \Leftrightarrow 9x^2 - 6x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \times 9 \times 1}}{2 \times 9} \Leftrightarrow x = \frac{6 \pm \sqrt{0}}{18} \Leftrightarrow x = \frac{6 \pm 0}{18} \Leftrightarrow x = \frac{6}{18} \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$$

R.: Zeros de f : 2 e 5. Zeros de g : -5 e 0. Zero de h : $\frac{1}{3}$.

35.2.

$$x_{V_f} = \frac{2+5}{2} = \frac{7}{2}$$

$$x_{V_g} = \frac{-5+0}{2} = -\frac{5}{2}$$

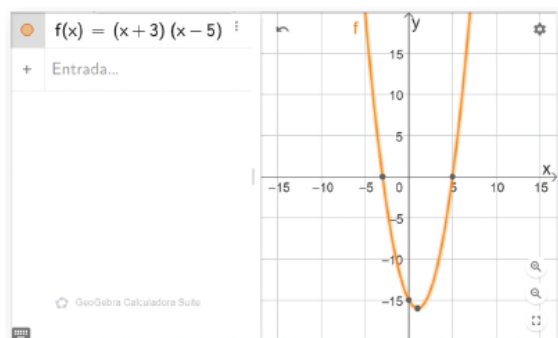
R.: $x = \frac{7}{2}$, $x = -\frac{5}{2}$ e $x = \frac{1}{3}$ são as equações dos eixos de simetria das parábolas que representam graficamente as funções f , g e h , respetivamente.

35.3.

- $f\left(\frac{7}{2}\right) = -\left(\frac{7}{2}\right)^2 + 7 \times \frac{7}{2} - 10 = \frac{9}{4}$. Como $a < 0$, $D'_f =]-\infty, \frac{9}{4}]$.
- $g\left(-\frac{5}{2}\right) = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 + 5 \times \left(-\frac{5}{2}\right) = -\frac{25}{4}$. Como $a > 0$, $D'_g = \left[-\frac{25}{4}, +\infty\right[$.
- $h\left(\frac{1}{3}\right) = 0$. Como $a > 0$, $D'_h = [0, +\infty[$.

TAREFA 17 Pág.123

1.



1.1. -3 e 5

$$1.2. x_V = \frac{-3+5}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

$$y_V = f(1) = (1+3) \times (1-5)$$

$$= 4 \times (-4) = -16$$

R.: A parábola que representa graficamente a função f tem eixo de simetria de equação $x = 1$ e vértice de coordenadas $(1, -16)$

1.3.

a) $f(x) = (x - 1)^2 - 16$
 b) $f(x) = x^2 - 2x - 15$

2.

2.1. A abertura da parábola varia, aproximando-se do seu eixo de simetria à medida que o valor absoluto de a aumenta. Se o valor de a for positivo, a parábola tem concavidade voltada para cima e, se o valor de a for negativo, tem concavidade voltada para baixo. À medida que o valor absoluto de a aumenta, o vértice afasta-se do eixo dos xx .

2.2.

a) α e β são os zeros da função e a equação do eixo de simetria é $x = \frac{\alpha+\beta}{2}$.

b) A função tem apenas um zero que corresponde à abcissa do vértice da parábola e o vértice está contido no eixo das abcissas.

APLICAR Pág.124

36.

36.1.

Zeros: 6 e -4 . $x_V = \frac{6+(-4)}{2} = 1$. $y_V = f(1) = (1-6)(1+4) = -5 \times 5 = -25$

R.: $V(1, -25)$

36.2.

Zeros: 5 e 8 . $x_V = \frac{5+8}{2} = \frac{13}{2}$. $y_V = f\left(\frac{13}{2}\right) = -2\left(\frac{13}{2}-5\right)\left(\frac{13}{2}-8\right) = \frac{9}{2}$

R.: $V\left(\frac{13}{2}, \frac{9}{2}\right)$

37.

37.1. $f(x) = a(x + 2)(x + 5)$

$$f(0) = 20 \Leftrightarrow a \times (0 + 2) \times (0 + 5) = 20 \Leftrightarrow 10a = 20 \Leftrightarrow a = \frac{20}{10} \Leftrightarrow a = 2$$

R.: $f(x) = 2(x + 2)(x + 5)$

37.2. $f(x) = a(x - 3)(x - 3)$

$$f(5) = -2 \Leftrightarrow a \times (5 - 3) \times (5 - 3) = -2 \Leftrightarrow 4a = -2 \Leftrightarrow a = -\frac{2}{4} \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}$$

R.: $f(x) = -\frac{1}{2}(x - 3)^2$

TAREFA 18 Pág.124

1. $x \in \emptyset$

2. $x \in \mathbb{R}$

3. $x \in \mathbb{R}$

4. $x \in \emptyset$

5. $x \in \mathbb{R} \setminus \{-4\}$

6. $x \in \{-4\}$

7. $x \in \left] -\frac{3}{2}, \frac{3}{2} \right[$

8. $x \in \left] -\infty, -\frac{3}{2} \right[\cup \left] \frac{3}{2}, +\infty \right[$

9. $x \in [3, 5]$

10. $x \in]-\infty, 3[\cup]5, +\infty[$

11. $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{13}{2} \right\}$

12. $x \in \emptyset$

APLICAR Pág.124

38.

38.1. $\Delta = 2^2 - 4 \times 1 \times 5 = -16 < 0$

R.: A função f não tem zeros, como a concavidade da parábola que a representa graficamente é voltada para cima, f é positiva em \mathbb{R} .

38.2. $g(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{1}{2}x^2 = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 = -1 \Leftrightarrow x^2 = 2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{2}$

A função g tem zeros $-\sqrt{2}$ e $\sqrt{2}$ e, como a parábola que representa graficamente a função tem a concavidade voltada para baixo, g é positiva em $]-\sqrt{2}, \sqrt{2}[$ e negativa em $]-\infty, -\sqrt{2}[\cup]\sqrt{2}, +\infty[$.

38.3. $h(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

A função h tem um único zero 2 e, como a parábola que representa graficamente a função tem a concavidade voltada para cima, conclui-se que h é positiva em $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

38.4. $i(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 2x - 4 = 0 \Leftrightarrow -(x^2 - 2x + 4) = 0 \Leftrightarrow -(x - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

R.: A função i tem um único zero 2 e, como a parábola que representa graficamente a função tem a concavidade voltada para baixo, conclui-se que i é negativa em $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

$$38.5. j(x) = 0 \Leftrightarrow (x - 5)(x + \sqrt{5}) = 0 \Leftrightarrow x - 5 = 0 \vee x + \sqrt{5} = 0 \Leftrightarrow x = 5 \vee x = -\sqrt{5}$$

R.: A função j tem zeros $-\sqrt{5}$ e 5 e, como a parábola que representa graficamente a função tem a concavidade voltada para cima, j é negativa em $]-\sqrt{5}, 5[$ e positiva em $]-\infty, -\sqrt{5}[\cup]5, +\infty[$.

$$38.6. k(x) = -(x - 4)(x - 4)$$

$$k(x) = 0 \Leftrightarrow x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 4$$

R.: A função k tem um único zero, 4, e, como a parábola que representa graficamente a função tem a concavidade voltada para baixo, conclui-se que k é negativa em $\mathbb{R} \setminus \{4\}$.

$$38.7. l(x) = 0 \Leftrightarrow 8x^2 - 3x = 0 \Leftrightarrow x(8x - 3) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee 8x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee 8x = 3 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{3}{8}$$

R.: A função l tem zeros 0 e $\frac{3}{8}$ e, como a parábola que representa graficamente a função tem a concavidade voltada para cima, l é negativa em $]0, \frac{3}{8}[$ e positiva em $]-\infty, 0[\cup]\frac{3}{8}, +\infty[$.

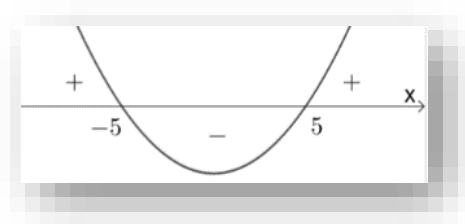
APLICAR Pág.127

39.

$$39.1. x^2 \leq 25 \Leftrightarrow x^2 - 25 \leq 0$$

$$x^2 - 25 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 25 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{25} \Leftrightarrow x = \pm 5$$

$$\mathbf{R.:} S = [-5, 5]$$



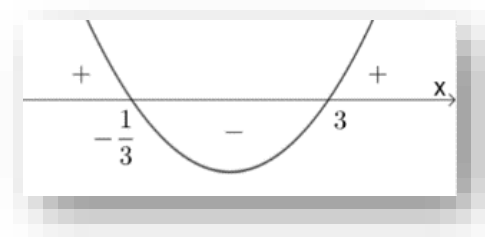
$$39.2. 3x^2 - 8x - 3 > 0$$

$$\Delta = (-8)^2 - 4 \times 3 \times (-3) = 100$$

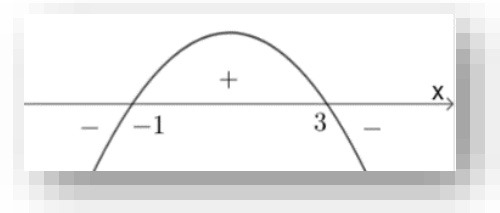
$$3x^2 - 8x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{100}}{2 \times 3} \Leftrightarrow x = \frac{8 \pm 10}{6} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{8 - 10}{6} \vee x = \frac{8 + 10}{6} \Leftrightarrow x = -\frac{2}{6} \vee x = \frac{18}{6} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{3} \vee x = 3$$

$$\mathbf{R.:} S =]-\infty, -\frac{1}{3}[\cup]3, +\infty[$$



39.3. $4 \leq (x - 1)^2 \Leftrightarrow -(x - 1)^2 + 4 \leq 0$
 $-(x - 1)^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow -(x - 1)^2 = -4 \Leftrightarrow (x - 1)^2 = 4$
 $\Leftrightarrow x - 1 = \pm\sqrt{4} \Leftrightarrow x - 1 = \pm 2 \Leftrightarrow x = 1 \pm 2 \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow x = 1 - 2 \vee x = 1 + 2 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 3$
R.: $S =]-\infty, -1] \cup [3, +\infty[$

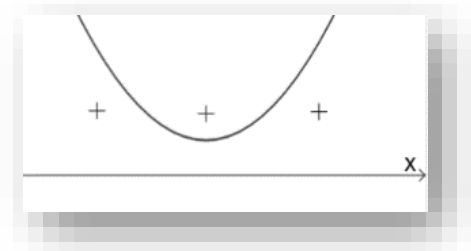


39.4. $3x^2 > 6x - 19 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 19 > 0$

$\Delta = (-6)^2 - 4 \times 3 \times 19 = -192$

A função definida por $y = 3x^2 - 6x + 19$ não tem zeros e a parábola que a representa graficamente tem a concavidade voltada para cima, logo, a função é positiva em \mathbb{R} .

R.: $S = \mathbb{R}$

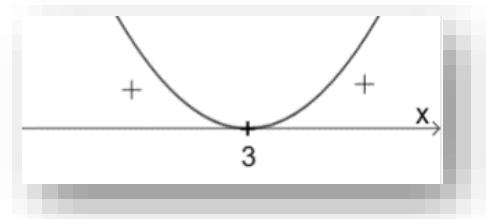


39.5. $(x - 3)^2 \leq 0$

$(x - 3)^2 = 0 \Leftrightarrow x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 3$

A função definida por $y = (x - 3)^2$ é positiva em $\mathbb{R} \setminus \{3\}$

R.: $S = \{3\}$

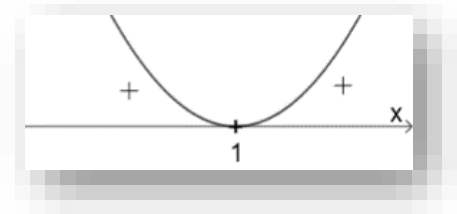


39.6. $x^2 + 1 > 2x \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 > 0$

$x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

A função definida por $y = x^2 - 2x + 1$ é positiva em $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

R.: $S = \mathbb{R} \setminus \{1\}$



APLICAR Pág.128

40. $x + y = 10 \Leftrightarrow y = 10 - x$

$x \times y > 16 \Leftrightarrow x(10 - x) > 16 \Leftrightarrow -x^2 + 10x - 16 > 0$

$-x^2 + 10x - 16 = 0$

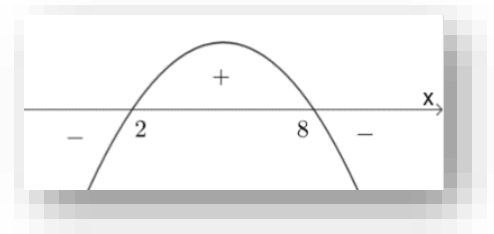
$$\Leftrightarrow x = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \times (-1) \times (-16)}}{2 \times (-1)} \Leftrightarrow x = \frac{-10 \pm \sqrt{36}}{-2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-10 \pm 6}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{-10 - 6}{-2} \vee x = \frac{-10 + 6}{-2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-16}{-2} \vee x = \frac{-4}{-2} \Leftrightarrow x = 8 \vee x = 2$$

$S =]2,8[$

R.: Os números, x e y, são pares da forma $(x, 10 - x)$, e pertencem a $]2,8[$.



41.

41.1. $h(0) = -4,9 \times 0^2 + 11,2 \times 0 + 1,8 = 1,8$

R.: 1,8 m

41.2. $v(0) = -9,8 \times 0 + 11,2 = 11,2$

R.: 11,2 m/s

41.3.

$h(t) = 1,8 \Leftrightarrow -4,9t^2 + 11,2t + 1,8 = 1,8 \Leftrightarrow -4,9t^2 + 11,2t = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow t(-4,9t + 11,2) = 0 \Leftrightarrow t = 0 \vee -4,9t + 11,2 = 0 \Leftrightarrow t = 0 \vee t = \frac{11,2}{4,9}$

$x_V = \left(0 + \frac{11,2}{4,9}\right) : 2 = \frac{5,6}{4,9}$

$$h\left(\frac{5,6}{4,9}\right) = -4,9 \times \left(\frac{5,6}{4,9}\right)^2 + 11,2 \times \frac{5,6}{4,9} + 1,8 = 8,2$$

$$v\left(\frac{5,6}{4,9}\right) = -9,8 \times \frac{5,6}{4,9} + 11,2 = 0$$

R.: A bola atingiu a altura máxima de 8,2 m e, nesse momento, a velocidade era 0 m/s.

$$41.4. h(t) = 0 \Leftrightarrow -4,9t^2 + 11,2t + 1,8 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{-11,2 \pm \sqrt{11,2^2 - 4 \times (-4,9) \times 1,8}}{-2 \times 4,9} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-11,2 \pm \sqrt{160,72}}{-9,8} \Leftrightarrow t = \frac{-11,2 - \sqrt{160,72}}{-9,8} \vee t = \frac{-11,2 + \sqrt{160,72}}{-9,8}$$

Como $t > 0$, $t = \frac{-11,2 - \sqrt{160,72}}{-9,8} \approx 2,44$

R.: 2,44 s

41.5.

$$h(t) > 2 \Leftrightarrow -4,9t^2 + 11,2t + 1,8 > 2$$

$$-4,9t^2 + 11,2t + 1,8 = 2 \Leftrightarrow -4,9t^2 + 11,2t - 0,2 = 0 \Leftrightarrow$$

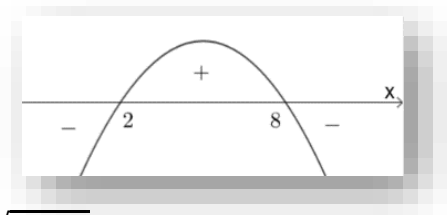
$$\Leftrightarrow t = \frac{-11,2 \pm \sqrt{11,2^2 - 4 \times (-4,9) \times (-0,2)}}{-2 \times 4,9} \Leftrightarrow t = \frac{-11,2 \pm \sqrt{121,52}}{-9,8} \Leftrightarrow$$

$$\frac{-11,2 - \sqrt{121,52}}{-9,8} - \frac{-11,2 + \sqrt{121,52}}{-9,8} = \frac{-2\sqrt{121,52}}{-9,8} = \frac{\sqrt{121,52}}{4,9}$$

Como $t > 0$, $t = \frac{-11,2 - \sqrt{121,52}}{-9,8} \approx 2,25$

R.: 2,25 s

41.6. Ao cuidado do aluno.



TAREFA 19 Pág.129

1.1. Seja x o acréscimo, em euros, no preço das *T-shirts*.

$$\begin{cases} n = 30\,000 - 1400x \\ p = 10 + x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 30\,000 - 1400(p - 10) \\ p - 10 = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n = 44\,000 - 1400p \\ \text{_____} \end{cases}$$

R.: $n = 44\,000 - 1400p$

1.2. $r = n \times p = p(44\,000 - 1400p)$

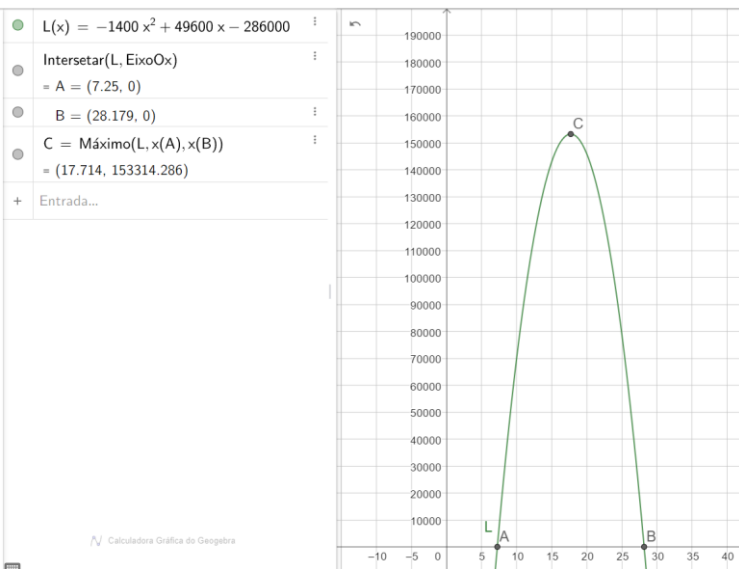
R.: $r = p(44\,000 - 1400p)$

1.3. $g = 110\,000 + 4n = 110\,000 + 4(44\,000 - 1400p) = 110\,000 + 176\,000 - 5600p = 286\,000 - 5600p$

2.

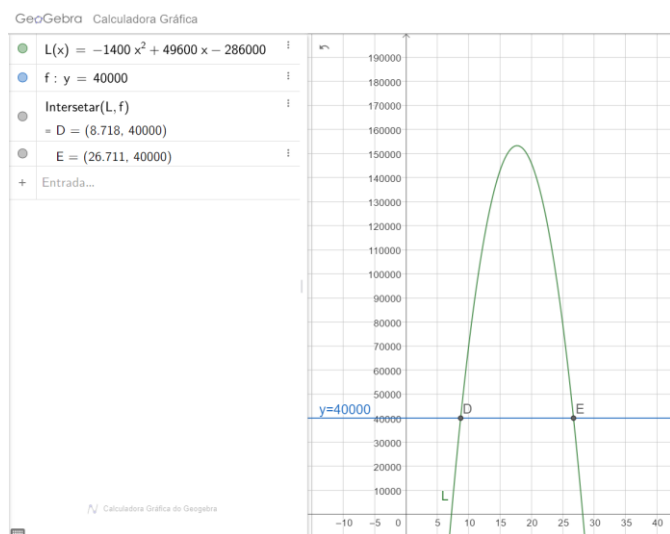
$$\begin{aligned} L &= r - g = \\ &= p(44\,000 - 1400p) - (286\,000 - 5600p) = \\ &= 44\,000p - 1400p^2 - 286\,000 + 5600p = \\ &= -1400p^2 + 49\,600p - 286\,000 \end{aligned}$$

GeoGebra Calculadora Gráfica



R.: O preço deverá ser, aproximadamente, igual a 17,71 euros.

3.



R.: O preço deverá variar entre 8,72 euros e 26,72 euros.

APLICAR Pág.129

42.

$$42.1. P = x + 2y + \pi \frac{x}{2}$$

$$P = 10 \Leftrightarrow x + 2y + \pi \frac{x}{2} = 10 \Leftrightarrow 2y = 10 - x - \frac{\pi x}{2} \Leftrightarrow y = 5 - \frac{x}{2} - \frac{\pi x}{4}$$

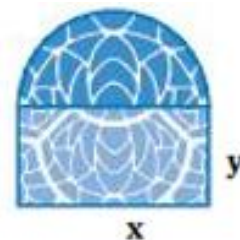
$$A(x) = xy + \frac{1}{2}\pi \left(\frac{x}{2}\right)^2 = x \left[5 - \frac{x}{2} - \frac{\pi x}{4}\right] + \frac{\pi}{8}x^2 = 5x - \frac{x^2}{2} - \frac{\pi}{4}x^2 + \frac{\pi}{8}x^2 =$$

$$= 5x - \frac{x^2}{2} - \frac{2\pi}{8}x^2 + \frac{\pi}{8}x^2 = 5x - \left(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{8}\right)x^2$$

$$5x - \left(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{8}\right)x^2 = 0 \Leftrightarrow x \left[5 - \left(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{8}\right)x\right] = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee 5 - \left(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{8}\right)x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{5}{\left(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{8}\right)}$$

$$x_v = \left[0 + \frac{5}{\left(\frac{1}{2} + \frac{\pi}{8}\right)}\right] : 2 = \frac{5}{1 + \frac{\pi}{4}} = \frac{20}{4 + \pi}$$



R.: A área da janela é máxima para uma largura de $\frac{20}{4+\pi}$ m, aproximadamente 2,8 m.

$$42.2. P = x + 2y + \pi \frac{x}{2}$$

$$P = 10 \Leftrightarrow x + 2y + \pi \frac{x}{2} = 10 \Leftrightarrow 2y = 10 - x - \pi \frac{x}{2} \Leftrightarrow y = 5 - \frac{x}{2} - \pi \frac{x}{4}$$

$$L(x) = xy + \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2} \pi \left(\frac{x}{2} \right)^2 \right] = x \left[5 - \frac{x}{2} - \pi \frac{x}{4} \right] + \frac{\pi}{16} x^2 = 5x - \frac{x^2}{2} - \frac{\pi}{4} x^2 + \frac{\pi}{16} x^2 =$$

$$= 5x - \frac{x^2}{2} - \frac{4\pi}{16} x^2 + \frac{\pi}{16} x^2 = 5x - \left(\frac{1}{2} + \frac{3\pi}{16} \right) x^2$$

$$5x - \left(\frac{1}{2} + \frac{3\pi}{16} \right) x^2 = 0 \Leftrightarrow x \left[5 - \left(\frac{1}{2} + \frac{3\pi}{16} \right) x \right] = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee 5 - \left(\frac{1}{2} + \frac{3\pi}{16} \right) x = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{5}{\left(\frac{1}{2} + \frac{3\pi}{16} \right)}$$

$$x_V = \left[0 + \frac{5}{\left(\frac{1}{2} + \frac{3\pi}{16} \right)} \right] : 2 = \frac{5}{\left(1 + \frac{3\pi}{8} \right)} = \frac{40}{8 + 3\pi}$$

R.: A janela que deixa passar mais luz tem $\frac{40}{(8+3\pi)}$ m, aproximadamente 2,3 m, de largura.

APLICAR + Págs. 132 a 135

Itens de seleção

1. (C)

2.

Seja f uma função afim, então $f(x) = ax + b$.

$$\begin{cases} f(2) = \frac{1}{2} \\ f\left(-\frac{1}{2}\right) = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \times 2 + b = \frac{1}{2} \\ a \times \left(-\frac{1}{2}\right) + b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{2} - 2a \\ -\frac{1}{2}a + \frac{1}{2} - 2a = -2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{5}{2}a = -2 - \frac{1}{2} \\ -\frac{5}{2}a = -\frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{2} - 2 \times 1 \\ a = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -\frac{3}{2} \\ a = 1 \end{cases}$$

$$f(x) = x - \frac{3}{2}$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -1$$

$$f(-1) = -1 - \frac{3}{2} = -\frac{5}{2}$$

$$f(1) = 1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$f(0) = 0 - \frac{3}{2} = -\frac{3}{2}$$

R.: (C)

3.

$f(x) = kx - k$, logo, o declive e a ordenada na origem da reta que representa graficamente a função f num referencial cartesiano são simétricos.

Caso 1: se $k = 0$, a representação gráfica da função é uma reta de equação $y = 0$;

Caso 2: se a função for crescente, a ordenada na origem é negativa;

Caso 3: se a função for decrescente, a ordenada na origem é positiva.

O caso 3 corresponde à opção **C**.

R.: (C)

4. $g(x) = \frac{5}{6}x - \frac{1}{2}$.

a) O coeficiente de x é $\frac{5}{6}$, sendo positivo, conclui-se que a função é crescente.

b) $f\left(\frac{5}{6}\right) = \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} - \frac{1}{2} = \frac{25}{36} - \frac{18}{36} = \frac{7}{36}$, logo, o ponto de coordenadas $\left(\frac{5}{6}, -\frac{1}{2}\right)$ não pertence ao gráfico de g .

c) $f\left(\frac{3}{5}\right) = \frac{5}{6} \times \frac{3}{5} - \frac{1}{2} = \frac{3}{6} - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} = 0$, logo, $\frac{3}{5}$ é o zero da função g (uma função afim tem, no máximo, 1 zero).

d) $f(3) = \frac{5}{6} \times 3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2} - \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2$, logo, 2 é a imagem de 3 pela função g .

R.: (B)

5.

- Se $a > 0$, a concavidade da parábola que representa graficamente a função f é voltada para cima e a reta que representa graficamente a função g tem declive positivo e ordenada na origem negativa. (excluem-se as opções A e C).

- Se $a < 0$, a concavidade da parábola que representa graficamente a função f é voltada para baixo e a reta que representa graficamente a função g tem declive negativo e ordenada na origem positiva. (exclui-se a opção D)

R.: (B)

6.

- $V(0,0)$, pois a parábola tem como eixo de simetria o eixo das ordenadas e passa em $(0,0)$.

Como o extremo absoluto da função é 0 (ordenada do vértice) e conhece-se uma imagem negativa, conclui-se que, com exceção do 0, todas as imagens são negativas e, portanto,

- $D'_f =] - \infty, 0]$;

- f é negativa em $\mathbb{R} \setminus \{0\}$;

- f é crescente em $] - \infty, 0]$ e decrescente em $[0, +\infty[$.

R.: (C)

7.

- $V(0, -3)$
- $a = \frac{1}{3} > 0$, logo, a concavidade da parábola é voltada para cima.
- $D'_f = [-3, +\infty[$
- f é crescente em $[0, +\infty[$, logo, em particular, é crescente em $[3, +\infty[$
- $f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2}{3} - 3 = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2}{3} = 3 \Leftrightarrow x^2 = 9 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{9} \Leftrightarrow x = \pm 3$
- f é negativa em $] - 3, 3[$

R.: (C)

8.

- (A) $D_g = \mathbb{R}$
- (B) $V(-\sqrt{5}, 0)$
- (C) $D'_g = [0, +\infty[$
- (D) Mínimo absoluto: 0

R.: (C)

9. $V(0, 2)$, logo, $f(x) = ax^2 + 2$

$$f(-2) = 1 \Leftrightarrow a \times (-2)^2 + 2 = 1 \Leftrightarrow 4a = -1 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{4}$$

$$f(x) = -\frac{x^2}{4} + 2$$

R.: (D)

10. $V\left(\frac{2}{7}, 0\right)$ e a equação do eixo de simetria é $x = \frac{2}{7}$.

A parábola tem a concavidade voltada para cima e, como 0 é extremo absoluto (ordenada do vértice), a função é positiva em $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{2}{7}\right\}$ e $D'_f = [0, +\infty[$.

R.: (D)

11.

Se $r > 0$:

- a parábola que representa graficamente a função a tem concavidade voltada para cima e vértice na origem do referencial;
 - a parábola que representa graficamente a função b tem concavidade voltada para cima e vértice de abcissa negativa e ordenada nula;
 - a parábola que representa graficamente a função c tem concavidade voltada para cima e vértice de abcissa nula e ordenada positiva;
- (excluem-se as opções A e D)

Se $r < 0$:

- a parábola que representa graficamente a função a tem concavidade voltada para baixo e vértice na origem do referencial;
- a parábola que representa graficamente a função b tem concavidade voltada para cima e vértice de abcissa positiva e ordenada nula;
- a parábola que representa graficamente a função c tem concavidade voltada para cima e vértice de abcissa nula e ordenada negativa;

(exclui-se a opção B)

R.: (C)

12. $f(x) = x^2$ $g(x) = (x + 2)^2$

R.: (D)

13. $f(x) = 3[x - (-7)]^2 - 2$, logo, $V(-7, -2)$

R.: (D)

14. $(-1, 1)$ são as coordenadas do vértice de todas as parábolas definidas por $y = a(x + 1)^2 + 1$, com $a \in \mathbb{R}$

R.: (B)

15. A parábola tem a concavidade voltada para baixo, visto que 0 é imagem da função e é menor do que a ordenada do vértice, que é positiva. Tendo a concavidade voltada para baixo e pontos com ordenada positiva, necessariamente interseca o eixo das abcissas. O domínio da função é \mathbb{R} , logo, a parábola interseca o eixo das ordenadas.

$\frac{-20 + (-40)}{2} = -30 = x_V$, logo $f(-20) = f(-40) = 0$ e, portanto, a imagem de -20 é nula.

R.: (D)

16. $y = x^2$ $f(x) = (x - 1)^2 - 4$
 $y = (x - 1)^2 - 4 = x^2 - 2x + 1 - 4 =$
 $= x^2 - 2x - 3 = x^2 - 3x + x - 3 =$
 $= x(x - 3) + 1(x - 3) = (x - 3)(x + 1)$

$(x - 1)(x - 4) = x^2 - 4x - x + 4 = x^2 - 5x + 4$

R.: (D)

17. $2(2 - x)(x + 1) = 2(2x + 2 - x^2 - x) = 2(x + 2 - x^2) = -2x^2 + 2x + 4$
 $-2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{2} = -2\left(x^2 - x + \frac{1}{4}\right) + \frac{9}{2} = -2x^2 + 2x - \frac{1}{2} + \frac{9}{2} = -2x^2 + 2x + 4$
 $-2(x - 1)^2 + 4 = -2(x^2 - 2x + 1) + 4 = -2x^2 + 4x - 2 + 4 = -2x^2 + 4x + 2$
 $\frac{9}{2} - 2\left(\frac{1}{2} - x\right)^2 = -2\left[-\left(-\frac{1}{2} + x\right)\right]^2 + \frac{9}{2} = -2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{2}$

R.: (C)

APLICAR + Págs. 136 a 144

Itens de construção

18.

18.1.

a)

$$y = 3x - 5$$

$$y = 3 \times 2 - 5 = 1$$

R.: “A imagem de 2 é 1.”

b) “A função não está definida em 10.”

18.2. $f(x) = 3x - 5$

19.

x	$y = f(x)$
0	1
1	1
2	1
3	1

x	$y = g(x)$
0	0
1	0,5
2	2
3	4,5

x	$y = h(x)$
0	7
1	4
2	1
3	-2

x	$y = i(x)$
0	$\frac{1}{2}$
1	$\frac{3}{4}$
2	1
3	$\frac{5}{4}$

Em cada uma das tabelas a diferença entre objetos consecutivos é 1, pelo que, para representar uma função afim, a diferença entre as imagens de objetos consecutivos terá de ser constante.

Tal acontece na função:

- f , caso em que as diferenças são sempre zero e, portanto, a função é constante;
- h , caso em que as diferenças são sempre -3 (a função é decrescente);
- i , caso em que as diferenças são sempre $\frac{1}{4}$ (a função é crescente).

A função g não é afim, pois, por exemplo:

$$g(1) - g(0) = 0,5 - 0 = 0,5 \text{ e } g(2) - g(1) = 2 - 0,5 = 1,5.$$

R.: f, h, i .

20.

$$20.1. \begin{cases} f(2) = -5 \\ f(5) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \times 2 + b = -5 \\ a \times 5 + b = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -5 - 2a \\ 5a - 5 - 2a = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{3a = 8} \\ \overline{a = \frac{8}{3}} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = -5 - 2 \times \frac{8}{3} \\ a = \frac{8}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -\frac{15}{3} - \frac{16}{3} \\ a = \frac{8}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -\frac{31}{3} \\ a = \frac{8}{3} \end{cases}$$

R.: $f(x) = \frac{8}{3}x - \frac{31}{3}$

20.2. $f(x) = ax + 3$

$$f(4) = 0 \Leftrightarrow a \times 4 + 3 = 0 \Leftrightarrow 4a = -3 \Leftrightarrow a = -\frac{3}{4}$$

R.: $f(x) = -\frac{3}{4}x + 3$

20.3. $f(x) = ax$

$$f(6) = -3 \Leftrightarrow a \times 6 = -3 \Leftrightarrow a = -\frac{3}{6} \Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}$$

R.: $f(x) = -\frac{1}{2}x$

20.4. $f(x) = 3,$

21. $f(x) = 3x + 7, g(x) = 3x - \frac{1}{2}, h(x) = -\frac{x}{3} - \frac{1}{2}, i(x) = -6x + 1$

21.1. $h \circ i$

21.2.

a) $f \circ g$

b) $g \circ h$

22.

$$f(0) = \frac{2}{3} \times 0 + \frac{4}{7} = \frac{4}{7}$$

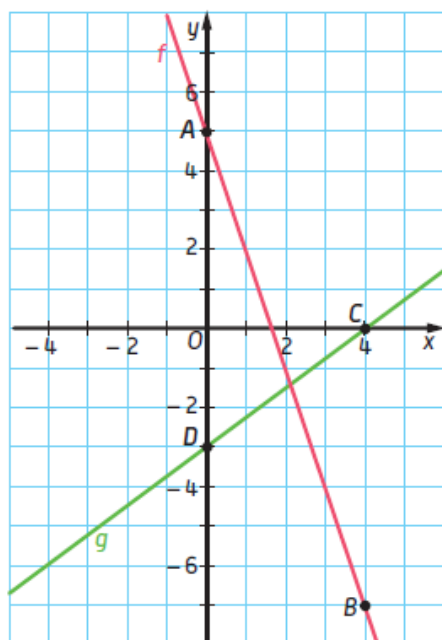
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{3}x + \frac{4}{7} = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{3}x = -\frac{4}{7} \Rightarrow x = -\frac{4}{7} : \frac{2}{3} \Leftrightarrow x = -\frac{4}{7} \times \frac{3}{2} \Leftrightarrow x = -\frac{6}{7}$$

R.: A reta intersecta o eixo Ox e o eixo Oy , respetivamente, nos pontos de coordenadas $(-\frac{6}{7}, 0)$ e $(0, \frac{4}{7})$.

23.

23.1. $f(0) = 5$ e $g(0) = -3$

$f(4) = -7$ e $g(4) = 0$



23.2. $f(x) = 0 \Leftrightarrow -3x + 5 = 0 \Leftrightarrow -3x = -5 \Leftrightarrow x = \frac{5}{3}$ e $g(4) = 0$

R.: A função f é decrescente em \mathbb{R} , tem zero $\frac{5}{3}$, é positiva em $]-\infty, \frac{5}{3}[$ e negativa em $]\frac{5}{3}, +\infty[$. A função g é crescente em \mathbb{R} , tem zero 4, é negativa em $]-\infty, 4[$ e positiva em $]4, +\infty[$.

23.3. $g(x + 4) = \frac{3}{4}(x + 4) - 3 = \frac{3}{4}x + 3 - 3 = \frac{3}{4}x - 3 + 3 = g(x) + 3$

$g(0) = -3$

$g(4) = 0 \Leftrightarrow g(0 + 4) = -3 + 3 \Leftrightarrow g(0 - (-4)) = g(0) + 3$

R.: (B)

24. g é função afim e $g(0) = -3$, logo, $g(x) = ax - 3$

$g(5) = -1 \Leftrightarrow a \times 5 - 3 = -1 \Leftrightarrow 5a = 2 \Leftrightarrow a = \frac{2}{5}$

$g(x) = \frac{2}{5}x - 3$

$g(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{5}x - 3 = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{5}x = 3 \Leftrightarrow x = \frac{15}{2}$

R.: O zero da função g é $\frac{15}{2}$.

25. $f(x) = ax + b$.

$$\begin{aligned} \begin{cases} f(1) = 3 \\ f(8) = 1 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} a \times 1 + b = 3 \\ a \times 8 + b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 - a \\ 8a + 3 - a = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{b = 3 - a} \\ \overline{7a = -2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{a = -\frac{2}{7}} \\ \overline{a = -\frac{2}{7}} \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 - \left(-\frac{2}{7}\right) \\ a = -\frac{2}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 + \frac{2}{7} \\ a = -\frac{2}{7} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{23}{7} \\ a = -\frac{2}{7} \end{cases} \end{aligned}$$

R.: $f(x) = -\frac{2}{7}x + \frac{23}{7}$

26.

Função		f	g	h	i
Zeros		$\frac{1}{2}$	8	Não tem	$\frac{7}{2}$
Sinal	Positiva	$\left] \frac{1}{2}, +\infty \right[$	$] -\infty, 8[$	\mathbb{R}	$] -\infty, \frac{7}{2}[$
	Negativa	$] -\infty, \frac{1}{2}[$	$] 8, +\infty[$	—	$\left] \frac{7}{2}, +\infty \right[$
Monotonia		Crescente	Decrescente	Constante	Decrescente
Expressão		$f(x) = 2x - 1$	$g(x) = -\frac{1}{2}x + 4$	$h(x) = 3$	$i(x) = -2x + 7$
Imagem de 20		39	-6	3	-33

27.

27.1. $g(x) = -5kx + 7x - 1 = (-5k + 7)x - 1$

$$-5k + 7 < 0 \Leftrightarrow -5k < -7 \Leftrightarrow k > \frac{-7}{-5} \Leftrightarrow k > \frac{7}{5}$$

R.: $k \in \left] \frac{7}{5}, +\infty \right[$

27.2. $g(-3) = 4 \Leftrightarrow -5k \times (-3) + 7 \times (-3) - 1 = 4 \Leftrightarrow 15k - 22 = 4 \Leftrightarrow 15k = 26 \Leftrightarrow k = \frac{26}{15}$

R.: $\frac{26}{15}$

27.3. $g\left(-\frac{6}{5}\right) = 0 \Leftrightarrow -5k \times \left(-\frac{6}{5}\right) + 7 \times \left(-\frac{6}{5}\right) - 1 = 0 \Leftrightarrow 6k - \frac{42}{5} - 1 = 0 \Leftrightarrow 6k = \frac{47}{5} \Leftrightarrow k = \frac{47}{30}$

R.: $\frac{47}{30}$

28.

28.1. Os pontos P e Q estão contidos na mesma reta vertical, pois têm a mesma abcissa. A reta PQ é definida pela equação $x = 0$.

28.2.

a) $a = 2$

b) $a = -2$

c)

$Q(0,2)$ e $S(a, a)$

Seja a reta QS a representação gráfica de uma função afim cuja expressão analítica é

$$f(x) = kx + 2$$

$$f(a) = a \Leftrightarrow ka + 2 = a \Leftrightarrow ka = a - 2 \Leftrightarrow k = \frac{a-2}{a}$$

Logo,

$$f(x) = \frac{a-2}{a}x + 2$$

Se a função afim é crescente, então

$$\frac{a-2}{a} > 0$$

Como $a > 0$, então $a - 2 > 0 \Leftrightarrow a > 2$

R.: $a \in]2, +\infty[$

29.

$$\begin{aligned} \begin{cases} f(2015) = 1505 \\ f(2022) = 1414 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} a \times 2015 + b = 1505 \\ a \times 2022 + b = 1414 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1505 - 2015a \\ 2022a + 1505 - 2015a = 1414 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 7a = -91 \\ a = -13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1505 - 2015 \times (-13) \\ a = -13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 1505 + 26\,195 \\ a = -13 \end{cases} \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} b = 27\,700 \\ a = -13 \end{cases} \end{aligned}$$

$$f(x) = -13x + 27\,700$$

29.1. $f(2000) = -13 \times 2000 + 27\,700 = 1700$

R.: 1700 elementos

29.2. $f(2030) = -13 \times 2030 + 27\,700 = 1310$

R.: 1310 elementos

29.3. $f(x) = 1635 \Leftrightarrow -13x + 27\,700 = 1635 \Leftrightarrow -13x = 1635 - 27\,700 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow -13x = -26\,065 \Leftrightarrow x = \frac{-26\,065}{-13} \Leftrightarrow x = 2005$$

R.: No ano 2005.

30. Sejam t o tempo, em horas, que decorreu desde que o Tiago partiu e $T(t)$ e $S(t)$ as distâncias percorridas pelo Tiago e pela Sara, respetivamente, t horas após a partida do Tiago.

$$T(t) = 4t$$

$$S(t) = 7(t - 0,5)$$

(ao tempo desde a partida do Tiago temos de subtrair a meia hora de atraso da Sara)

$$T(t) = S(t) \Leftrightarrow 4t = 7(t - 0,5) \Leftrightarrow 4t - 7t = -3,5 \Leftrightarrow -3t = -3,5 \Leftrightarrow t = \frac{3,5}{3}$$

$$\frac{3,5}{3}h = \frac{1}{3}(3h30min) = 1h10min$$

$$1h10min - 30min = 40min$$

$$T\left(\frac{3,5}{3}\right) = 4 \times \frac{3,5}{3} = \frac{14}{3}$$

$$\frac{14}{3}km \approx 4,667km$$

R.: A Sara vai demorar 40 minutos a alcançar o Tiago, a aproximadamente 4,667 km do ponto de partida.

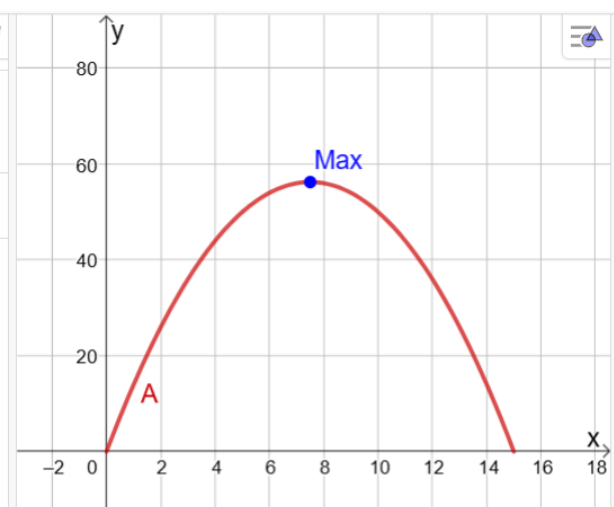
31. $x + y = 15 \Leftrightarrow y = 15 - x$

$$A(x) = xy = x(15 - x)$$

● $A(x) = x(15 - x), \quad (0 < x < 15)$

● Max = Máximo($A(x), 0, 15$)
= (7.5, 56.25)

+ Entrada...



R.: A maior área que se consegue obter é $56,25 \text{ cm}^2$.

32. $f \rightarrow 2; g \rightarrow 5; h \rightarrow 4; i \rightarrow 3; j \rightarrow 1; k \rightarrow 6$

33. $f(2) = 6 \Leftrightarrow a \times 2^2 = 6 \Leftrightarrow 4a = 6 \Leftrightarrow a = \frac{6}{4} \Leftrightarrow a = \frac{3}{2}$

$$f(x) = \frac{3}{2}x^2$$

$$y_P = f(4) = \frac{3}{2} \times 4^2 = 24$$

$$g(3) = 6 \Leftrightarrow a \times 3^2 = 6 \Leftrightarrow 9a = 6 \Leftrightarrow a = \frac{6}{9} \Leftrightarrow a = \frac{2}{3}$$

$$g(x) = \frac{2}{3}x^2$$

$$y_Q = g(4) = \frac{2}{3} \times 4^2 = \frac{32}{3}$$

$$A_{[OQP]} = \frac{\overline{PQ} \times x_Q}{2} = \frac{(y_P - y_Q) \times x_Q}{2} = \frac{(24 - \frac{32}{3}) \times 4}{2} = \frac{80}{3}$$

R.: $\frac{80}{3}$ unidades de área

34.

34.1. $f_1(x) = f(x - 4), f_2(x) = \frac{1}{4}f(x), f_3 = f(x) - 4, f_4(x) = -4f(x)$

34.2.

Função	f	f_1	f_2	f_3	f_4
Domínio	\mathbb{R}	\mathbb{R}	\mathbb{R}	\mathbb{R}	\mathbb{R}
Contradomínio	$[0, +\infty[$	$[0, +\infty[$	$[0, +\infty[$	$[-4, +\infty[$	$]-\infty, 0]$
Coordenadas do vértice da parábola	$(0, 0)$	$(4, 0)$	$(0, 0)$	$(0, -4)$	$(0, 0)$

35.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 50 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 = 50 \Leftrightarrow x^2 = \frac{50}{2} \Leftrightarrow x^2 = 25 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{25} \Leftrightarrow x = \pm 5$$

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow 4 - (x + 3)^2 = 0 \Leftrightarrow -(x + 3)^2 = -4 \Leftrightarrow (x + 3)^2 = 4 \Leftrightarrow x + 3 = \pm\sqrt{4} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x + 3 = \pm 2 \Leftrightarrow x = \pm 2 - 3 \Leftrightarrow x = -2 - 3 \vee x = 2 - 3 \Leftrightarrow x = -5 \vee x = -1$$

$$h(x) = 0 \Leftrightarrow 2(x - \sqrt{5})^2 = 0 \Leftrightarrow (x - \sqrt{5})^2 = 0 \Leftrightarrow x - \sqrt{5} = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{5}$$

$$i(x) = 0 \Leftrightarrow \left(x - \frac{1}{3}\right)(x + 3) = 0 \Leftrightarrow x - \frac{1}{3} = 0 \vee x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \vee x = -3$$

$$x_{V_i} = \frac{\frac{1}{3} + (-3)}{2} = \frac{-\frac{8}{3}}{2} = -\frac{4}{3} \quad y_{V_i} = i\left(-\frac{4}{3}\right) = \left(-\frac{4}{3} - \frac{1}{3}\right)\left(-\frac{4}{3} + 3\right) = -\frac{5}{3} \times \left(\frac{5}{3}\right) = -\frac{25}{9}$$

Função		f	g	h	i
Parábola	Vértice	$(0, -50)$	$(-3, 4)$	$(\sqrt{5}, 0)$	$\left(-\frac{4}{3}, -\frac{25}{9}\right)$
	Eq. eixo de simetria	$x = 0$	$x = -3$	$x = \sqrt{5}$	$x = -\frac{4}{3}$
	Concavidade voltada para...	cima	baixo	cima	cima
Contradomínio		$[-50, +\infty[$	$]-\infty, 4]$	$[0, +\infty[$	$\left[-\frac{25}{9}, +\infty[$
Zeros		-5 e 5	-5 e -1	$\sqrt{5}$	-3 e $\frac{1}{3}$
Monotonia	Crescente em...	$[0, +\infty[$	$]-\infty, -3]$	$[\sqrt{5}, +\infty[$	$\left[-\frac{4}{3}, +\infty[$
	Decrescente em...	$]-\infty, 0]$	$[-3, +\infty[$	$]-\infty, \sqrt{5}]$	$]-\infty, -\frac{4}{3}]$
Extremo		-50 (mín. abs.)	4 (máx. abs.)	0 (mín. abs.)	$-\frac{25}{9}$ (mín. abs.)

36.

36.1. $f(x) = a(x - 1)^2 + 5$

$$f(3) = 1 \Leftrightarrow a(3 - 1)^2 + 5 = 1 \Leftrightarrow 4a + 5 = 1 \Leftrightarrow 4a = -4 \Leftrightarrow a = \frac{-4}{4} \Leftrightarrow a = -1$$

R.: $f(x) = -(x - 1)^2 + 5$

36.2. $V\left(\frac{5}{2}, 2\right)$

$$f(x) = a\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + 2$$

$$f(0) = 0 \Leftrightarrow a\left(0 - \frac{5}{2}\right)^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow \frac{25}{4}a = -2 \Leftrightarrow a = -\frac{8}{25}$$

R.: $f(x) = -\frac{8}{25}\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 + 2$

36.3. $f(x) = a(x + 3)(x - 5)$

Como a parábola que representa f tem concavidade voltada para baixo, a tem de ser negativo, por exemplo, -1 .

R.: $f(x) = -(x + 3)(x - 5)$, por exemplo.

36.4. $f(-7) = f(0) = 0$ e $D'_f =]-\infty, 4]$;

$$x_V = \frac{-7+0}{2} = -\frac{7}{2} \quad y_V = 4$$

$$f(x) = a\left(x + \frac{7}{2}\right)^2 + 4$$

$$f(0) = 0 \Leftrightarrow a\left(0 + \frac{7}{2}\right)^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow \frac{49}{4}a = -4 \Leftrightarrow a = -\frac{16}{49}$$

R.: $f(x) = -\frac{16}{49}\left(x + \frac{7}{2}\right)^2 + 4$

36.5.

1.º processo

$$f(x) = a(x - h)^2 + k$$

$$\begin{cases} f(-1) = 3 \\ f(0) = 2 \\ f(2) = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a(-1 - h)^2 + k = 3 \\ a(-h)^2 + k = 2 \\ a(2 - h)^2 + k = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} ah^2 + k = 2 \\ k = 2 - ah^2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a(2 - h)^2 + 2 - ah^2 = -6 \\ a(4 - 4h + h^2) + 2 - ah^2 = -6 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4a - 4ah + ah^2 + 2 - ah^2 = -6 \\ 4a - 4ah = -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a(1 - h) = -8 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ 1 - h = -\frac{8}{4a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\left(-1 - \frac{2}{a} - 1\right)^2 + 2 - a\left(\frac{2}{a} + 1\right)^2 = 3 \\ h = \frac{2}{a} + 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a\left(-2 - \frac{2}{a}\right)^2 + 2 - a\left(\frac{2}{a} + 1\right)^2 = 3 \\ a\left(4 + \frac{8}{a} + \frac{4}{a^2}\right) + 2 - a\left(\frac{4}{a^2} + \frac{4}{a} + 1\right) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 8 + 2 - 4 - a = 3 \\ 3a + 6 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a = -3 \\ a = -1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ h = \frac{2}{-1} + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ h = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ k = 3 \\ h = -1 \end{cases}$$

2.º processo

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$\begin{aligned} & \begin{cases} f(-1) = 3 \\ f(0) = 2 \\ f(2) = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \times (-1)^2 + b \times (-1) + c = 3 \\ a \times 0^2 + b \times 0 + c = 2 \\ a \times 2^2 + b \times 2 + c = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a - b + 2 = 3 \\ c = 2 \\ 4a + 2b + 2 = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 + b \\ c = 2 \\ 4(1 + b) + 2b + 2 = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 4 + 4b + 2b + 2 = -6 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 6b = -12 \\ \text{---} \end{cases} \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 + (-2) \\ c = 2 \\ b = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ c = 2 \\ b = -2 \end{cases} \end{aligned}$$

R.: $f(x) = -x^2 - 2x + 2$ (ou, pelo primeiro processo, $f(x) = -(x + 1)^2 + 3$)

36.6. $f(-5) = f(1) = 0$

1.º processo

$$f(x) = a(x + 5)(x - 1)$$

$$f(0) = 15 \Leftrightarrow a(0 + 5)(0 - 1) = 15 \Leftrightarrow -5a = 15 \Leftrightarrow a = \frac{15}{-5} \Leftrightarrow a = -3$$

2.º processo

$$x_V = \frac{-5 + 1}{2} = -2$$

$$f(x) = a(x + 2)^2 + k$$

$$\begin{aligned} & \begin{cases} f(1) = 0 \\ f(0) = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a(1 + 2)^2 + k = 0 \\ a(0 + 2)^2 + k = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9a + k = 0 \\ 4a + k = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -9a \\ 4a - 9a = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \\ & \Leftrightarrow \begin{cases} k = -9a \\ -5a = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -9a \\ a = \frac{15}{-5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -9 \times (-3) \\ a = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 27 \\ a = -3 \end{cases} \end{aligned}$$

R.: $f(x) = -3(x + 5)(x - 1)$ (ou, pelo segundo processo, $f(x) = -3(x + 2)^2 + 27$).

36.7. A parábola que representa a função f tem vértice de coordenadas $(-2, 3)$, logo, $f(x) = a(x + 2)^2 + 3$.

Como f não tem zeros e tem uma imagem positiva, a parábola tem de ter a concavidade voltada para cima, logo, o valor de a terá de ser positivo e poderá ser, por exemplo, 1.

R.: $f(x) = (x + 2)^2 + 3$, por exemplo.

36.8. $\frac{2}{3}$ é o único zero de f , portanto, o vértice da parábola que representa a função tem coordenadas $(\frac{2}{3}, 0)$, logo, $f(x) = a(x - \frac{2}{3})^2$.
 f é decrescente à esquerda de $\frac{2}{3}$, logo, a parábola que representa graficamente a função tem de ter a concavidade voltada para cima e, portanto, o valor de a tem de ser positivo, podendo ser, por exemplo, 7.

R.: $f(x) = 7(x - \frac{2}{3})^2$, por exemplo.

37. Seja $[ABCD]$ o trapézio, A o ponto de interseção da parábola com o eixo dos yy e D o vértice com a mesma ordenada de A , e B e C os pontos de interseção da parábola com o eixo dos xx .

O ponto A tem coordenadas $(0,4)$, pois $f(0) = 4$.

$$f(x) = 4 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 4 \Leftrightarrow x^2 - 5x = 0 \Leftrightarrow x(x - 5) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x - 5 = 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 5$$

Assim, $D(5,4)$.

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 1 \times 4}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm 3}{2} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x = \frac{5 - 3}{2} \vee x = \frac{5 + 3}{2} \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 4$$

Assim, $B(1,0)$ e $C(4,0)$.

$$\overline{AD} = x_D - x_A = 5 - 0 = 5 ; \overline{BC} = x_C - x_B = 4 - 1 = 3 ;$$

$$altura_{\text{trapézio}} = y_A - y_B = 4 - 0 = 4$$

$$A_{\text{trapézio}} = \frac{\overline{AD} + \overline{BC}}{2} \times altura_{\text{trapézio}} = \frac{5 + 3}{2} \times 4 = 16$$

R.: A área do trapézio é 16 unidades de área

38.

$$38.1. h(0) = -0,4 \times 0^2 + 2 \times 0 + 3 = 3$$

R.: 3 m

$$38.2. h(x) = 3 \Leftrightarrow -0,4x^2 + 2x + 3 = 3 \Leftrightarrow -0,4x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x(-0,4x + 2) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee -0,4x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = \frac{-2}{-0,4} \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 5$$

$$x_V = \frac{0 + 5}{2} = \frac{5}{2}$$

$$y_V = h\left(\frac{5}{2}\right) = -0,4 \times \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 2 \times \frac{5}{2} + 3 = -\frac{5}{2} + 5 + 3 = -\frac{5}{2} + 8 = -\frac{5}{2} + \frac{16}{2} = \frac{11}{2} = 5,5$$

R.: 5,5 m

$$38.3. h(x) = 0 \Leftrightarrow -0,4x^2 + 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times (-0,4) \times 3}}{2 \times (-0,4)} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{8,8}}{-0,8} \Leftrightarrow x = \frac{-2 - \sqrt{8,8}}{-0,8} \vee x = \frac{-2 + \sqrt{8,8}}{-0,8} \Leftrightarrow$$

$$x = \frac{-2 - \sqrt{8,8}}{-0,8} = \frac{2 + \sqrt{8,8}}{0,8} \approx 6,2$$

R.: 6,2 m

39.

$$39.1. 2x^2 - 5x - 7 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \times 2 \times (-7)}}{2 \times 2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{81}}{4} \Leftrightarrow x = \frac{5 - 9}{4} \vee x = \frac{5 + 9}{4} \Leftrightarrow x = -1 \vee x = \frac{7}{2}$$

$$S = \left\{-1, \frac{7}{2}\right\}$$

$$39.2. x^2 - x - 12 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \times 1 \times (-12)}}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{49}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1 - 7}{2} \vee x = \frac{1 + 7}{2} \Leftrightarrow x = -3 \vee x = 4$$

$$S = \{-3, 4\}$$

$$39.3. 4x^2 - 20x + 25 = 0 \Leftrightarrow (2x - 5)^2 = 0 \Leftrightarrow 2x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$$

$$S = \left\{\frac{5}{2}\right\}$$

$$39.4. 3x^2 + 15 = x^2 + 11x \Leftrightarrow 2x^2 - 11x + 15 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{11 \pm \sqrt{121 - 4 \times 2 \times 15}}{2 \times 2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{11 \pm \sqrt{1}}{4} \Leftrightarrow x = \frac{11 - 1}{4} \vee x = \frac{11 + 1}{4} \Leftrightarrow x = \frac{5}{2} \vee x = 3$$

$$S = \left\{ \frac{5}{2}, 3 \right\}$$

$$39.5. x^2 - 1 = x \Leftrightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \times 1 \times (-1)}}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1 - \sqrt{5}}{2} \vee x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$S = \left\{ \frac{1 - \sqrt{5}}{2}, \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right\}$$

$$39.6. 4x^2 + 1 = 6x - 5x^2 \Leftrightarrow 9x^2 - 6x + 1 = 0 \Leftrightarrow (3x - 1)^2 = 0 \Leftrightarrow 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$$

$$S = \left\{ \frac{1}{3} \right\}$$

$$39.7. x(3x - 2) = 2 - (x - 2x^2) \Leftrightarrow 3x^2 - 2x = 2 - x + 2x^2 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \times 1 \times (-2)}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{9}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{1 - 3}{2} \vee x = \frac{1 + 3}{2} \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 2$$

$$S = \{-1, 2\}$$

$$39.8. (x - 1)(x + 1) = (3x - 3)^2 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 9x^2 - 18x + 9 \Leftrightarrow 8x^2 - 18x + 10 = 0 \Leftrightarrow 4x^2 - 9x + 5 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 4 \times 4 \times 5}}{2 \times 4} \Leftrightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{1}}{8} \Leftrightarrow x = \frac{9 - 1}{8} \vee x = \frac{9 + 1}{8} \Leftrightarrow x = 1 \vee x = \frac{5}{4}$$

$$S = \left\{ 1, \frac{5}{4} \right\}$$

$$39.9. (2x - 1)^2 = (x + 3)^2 \Leftrightarrow 4x^2 - 4x + 1 = x^2 + 6x + 9 \Leftrightarrow 3x^2 - 10x - 8 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{10 \pm \sqrt{100 - 4 \times 3 \times (-8)}}{2 \times 3} \Leftrightarrow x = \frac{10 \pm \sqrt{196}}{6} \Leftrightarrow x = \frac{10 - 14}{6} \vee x = \frac{10 + 14}{6}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{2}{3} \vee x = 4$$

$$S = \left\{ -\frac{2}{3}, 4 \right\}$$

$$\begin{aligned}
 40. f(x) = g(x) &\Leftrightarrow x^2 + 5 = 8x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 7 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \times 1 \times 7}}{2 \times 1} \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 28}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{36}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{8 \pm 6}{2} \Leftrightarrow x = \frac{8 - 6}{2} \vee x = \frac{8 + 6}{2} \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow x = \frac{2}{2} \vee x = \frac{14}{2} \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 7
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 g(1) &= 8 \times 1 - 2 = 6 \\
 g(7) &= 8 \times 7 - 2 = 54
 \end{aligned}$$

R.: (1, 6) e (7, 54)

41. O vértice das parábolas que representam as funções está contido em Ox , logo, tem coordenadas da forma $(h, 0)$ e, portanto, as funções têm um único zero.

41.1. O vértice tem coordenadas $(h, 0)$, logo, a função é do tipo $y = a(x - h)^2$, e, portanto, m tem de ser zero.

R.: $\{0\}$

41.2. $g(x) = 5x^2 - mx + 5$

A função tem um único zero, logo, $\Delta = 0$.

$$\Delta = 0 \Leftrightarrow (-m)^2 - 4 \times 5 \times 5 = 0 \Leftrightarrow m^2 - 100 = 0 \Leftrightarrow m^2 = 100 \Leftrightarrow m = \pm\sqrt{100} \Leftrightarrow m = \pm 10$$

R.: $\{-10; 10\}$

41.3. $h(x) = mx^2 - x + \frac{1}{4}$

A função tem um único zero, logo, $\Delta = 0$.

$$\Delta = 0 \Leftrightarrow (-1)^2 - 4 \times m \times \frac{1}{4} = 0 \Leftrightarrow 1 - m = 0 \Leftrightarrow 1 = m$$

R.: $\{1\}$

41.4. $i(x) = (x - 4)(x + m)$

4 é zero da função e, como a função tem um único zero, m tem de ser -4 .

R.: $\{-4\}$

$$\begin{aligned}
 42. f(x) = g(x) &\Leftrightarrow (x - 3)^2 + 2 = mx - 5 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 + 2 = mx - 5 \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow x^2 - 6x - mx + 9 + 2 + 5 = 0 \Leftrightarrow x^2 - (6 + m)x + 16 = 0 \\
 \Delta &= [-(6 + m)]^2 - 4 \times 1 \times 16 = (6 + m)^2 - 64
 \end{aligned}$$

A equação tem uma única solução.

$$\begin{aligned}
 \Delta = 0 &\Leftrightarrow (6 + m)^2 - 64 = 0 \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow (6 + m)^2 = 64 \Leftrightarrow 6 + m = \pm\sqrt{64} \Leftrightarrow m = -6 \pm 8 \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow m = -6 - 8 \vee m = -6 + 8 \Leftrightarrow m = -14 \vee m = 2
 \end{aligned}$$

Consideremos $m = -14$.

$$\begin{aligned}
 f(x) = g(x) &\Leftrightarrow x^2 - [6 + (-14)]x + 16 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 8x + 16 = 0 \Leftrightarrow (x + 4)^2 = 0 \\
 &\Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = -4 \\
 f(-4) &= (-4 - 3)^2 + 2 = 51
 \end{aligned}$$

Consideremos $m = 2$.

$$\begin{aligned}
 f(x) = g(x) &\Leftrightarrow x^2 - [6 + 2]x + 16 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 16 = 0 \Leftrightarrow (x - 4)^2 = 0 \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 4 \\
 f(4) &= (4 - 3)^2 + 2 = 3
 \end{aligned}$$

R.: Os gráficos de f e g têm um único ponto em comum quando m é -14 ou 2 . As coordenadas do ponto de interseção são $(-4, 51)$ e $(4, 3)$ para m igual, respetivamente, a -14 e a 2 .

$$43. f(x) = (1 - m)x^2 - 2x + 1$$

$$43.1. \Delta > 0 \Leftrightarrow (-2)^2 - 4 \times (1 - m) \times 1 < 0 \Leftrightarrow 4 - 4 + 4m > 0 \Leftrightarrow 4m > 0 \Leftrightarrow m > 0$$

$$\mathbf{R.:} m \in]0, +\infty[$$

43.2. Para a função ser negativa, a parábola que a representa tem de ter concavidade voltada para baixo e f não pode ter zeros.

$$\text{Assim, } 1 - m < 0 \text{ e } \Delta < 0$$

$$1 - m < 0 \Leftrightarrow 1 < m \Leftrightarrow m > 1$$

$$\text{Se } \Delta < 0, \text{ então } m < 0$$

$$\mathbf{R.:} \emptyset$$

43.3. Para a função nunca ser negativa, a parábola que a representa tem de ter concavidade voltada para cima e f pode ter, no máximo, um zero.

Assim, $1 - m > 0$ e $\Delta \leq 0$

$$1 - m > 0 \Leftrightarrow 1 > m \Leftrightarrow m < 1$$

Se $\Delta \leq 0$, então $m \leq 0$

R.: $m \in] - \infty, 0]$

44. $f(x) = -x^2 + x + m$

44.1. f não tem zeros.

$$\Delta < 0 \Leftrightarrow 1^2 - 4 \times (-1) \times m < 0 \Leftrightarrow 1 + 4m < 0 \Leftrightarrow 4m < -1 \Leftrightarrow m < -\frac{1}{4}$$

R.: $] - \infty, -\frac{1}{4}[$

44.2.

$$f(x) = m \Leftrightarrow -x^2 + x + m = m \Leftrightarrow -x^2 + x = 0 \Leftrightarrow x(-x + 1) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 1$$

$$x_V = \frac{0 + 1}{2} = \frac{1}{2} \qquad y_V = f\left(\frac{1}{2}\right) = -\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2} + m = \frac{1}{4} + m$$

Se o vértice da parábola pertence ao 1.º quadrante, então $x_V > 0$ (garantido, pois $x_V = \frac{1}{2}$) e $y_V > 0$.

$$\text{Assim, } y_V > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{4} + m > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{1}{4}$$

R.: $] -\frac{1}{4}, +\infty[$

44.3. $V\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4} + m\right)$ (ver resolução da alínea anterior)

$$y_V = 1 \Leftrightarrow \frac{1}{4} + m = 1 \Leftrightarrow m = 1 - \frac{1}{4} \Leftrightarrow m = \frac{3}{4}$$

R.: $\left\{\frac{3}{4}\right\}$

$$44.4. f(-1) = f(1) \Leftrightarrow -(-1)^2 + (-1) + m = -1^2 + 1 + m \Leftrightarrow -1 - 1 + m = -1 + 1 + m \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow -2 + m = m \Leftrightarrow m - m = 2 \Leftrightarrow 0m = 2$$

Bastava ver que o eixo de simetria da parábola que representa graficamente a função tem equação $x = \frac{1}{2}$ e que, portanto, abcissas simétricas não podem ter a mesma imagem, pois tal só acontece quando o eixo de simetria é o eixo Oy .

R.: \emptyset

44.5. $a = -1 < 0$, logo, a representação gráfica de f tem concavidade voltada para baixo para qualquer valor de m .

R.: \mathbb{R}

$$45. f(x) = 0 \Leftrightarrow (x + 7)(x - 5) = 0 \Leftrightarrow x + 7 = 0 \vee x - 5 = 0 \Leftrightarrow x = -7 \vee x = 5$$

$$x_{V_f} = \frac{-7 + 5}{2} = -1$$

$$y_{V_f} = f(-1) = (-1 + 7) \times (-1 - 5) = 6 \times (-6) = -36$$

A parábola que representa graficamente a função f tem concavidade voltada para cima.

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow (1 - x)(x - 3) = 0 \Leftrightarrow 1 - x = 0 \vee x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 3$$

$$x_{V_g} = \frac{1 + 3}{2} = 2$$

$$y_{V_g} = g(2) = (1 - 2) \times (2 - 3) = -1 \times (-1) = 1$$

$g(x) = (1 - x)(x - 3) = -(x - 1)(x - 3)$, logo, a parábola que representa graficamente a função g tem concavidade voltada para baixo.

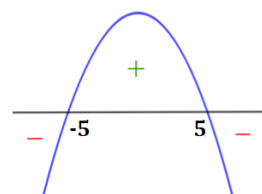
R.: A função f tem zeros -7 e 5 , é positiva em $]-\infty, -7[\cup]5, +\infty[$ e negativa em $]-7,5[$, é decrescente em $]-\infty, -1]$ e crescente em $[-1, +\infty[$, tem mínimo absoluto -36 . A função g tem zeros 1 e 3 , é positiva em $]1,3[$ e negativa em $]-\infty, 1[\cup]3, +\infty[$, é crescente em $]-\infty, 2]$ e decrescente em $[2, +\infty[$, tem máximo absoluto 1 .

46.

46.1.

$$25 - x^2 \leq 0$$

$$25 - x^2 \Leftrightarrow 25 = x^2 \Leftrightarrow \pm\sqrt{25} = x \Leftrightarrow \pm 5$$



R.: $S =]-\infty, -5] \cup [5, +\infty[$

46.2.

$$3x^2 - 8x - 3 > 0$$

$$\Delta = (-8)^2 - 4 \times 3 \times (-3) = 100$$

$$3x^2 - 8x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{100}}{2 \times 3} \Leftrightarrow x = \frac{8 \pm 10}{6} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{8 - 10}{6} \vee x = \frac{8 + 10}{6} \Leftrightarrow x = \frac{-2}{6} \vee x = \frac{18}{6}$$

\Leftrightarrow

$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{3} \vee x = 3$$

R.: $S =]-\infty, -\frac{1}{3}[\cup]3, +\infty[$

46.3.

$$(x - 2)^2 - 6x \geq -24 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 - 6x \geq -24 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 10x + 28 \geq 0$$

$$\Delta = (-10)^2 - 4 \times 1 \times 28 = 100 - 112 = -12 < 0$$

R.: $S = \mathbb{R}$

46.4.

$$2x^2 + x + 1 < 0$$

$$\Delta = 1^2 - 4 \times 2 \times 1 = -7 < 0$$

R.: $S = \emptyset$

46.5.

$$4x^2 + 4x + 1 > 0$$

$$\Delta = 4^2 - 4 \times 4 \times 1 = 0$$

$$4x^2 + 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{0}}{2 \times 4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm 0}{8} \Leftrightarrow x = \frac{-4}{8} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$$

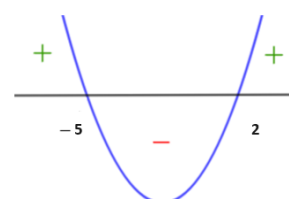
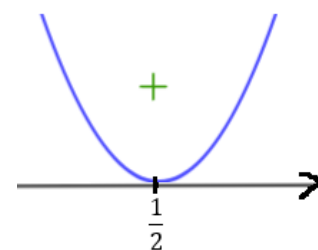
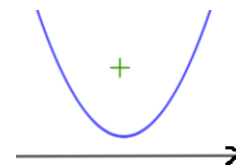
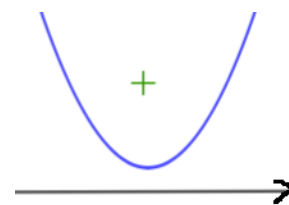
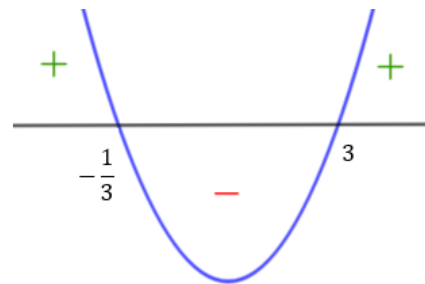
R.: $S =]-\infty, -\frac{1}{2}[\cup]-\frac{1}{2}, +\infty[$

46.6.

$$(x - 2)(x + 5) \leq 0$$

$$(x - 2)(x + 5) = 0 \Leftrightarrow x = 2 \vee x = -5$$

R.: $S = [-5, 2]$



47. $f(x) = x^2$ e $g(x) = 2x - 2$

47.1. $D'_f = [0, +\infty[$ e $D'_g = \mathbb{R}$.

47.2.

1.1.1. $(1,0)$

1.1.2. $(0; 2,7)$

1.1.3. $\left(-2, \frac{1}{2}\right)$

1.1.4. $(3,2)$

47.3.

a) $f(x) > -3 \Leftrightarrow x^2 > -3$

R.: \mathbb{R}

b) $f(x) \leq g(x) \Leftrightarrow x^2 \leq 2x - 2 \Leftrightarrow x^2 - 2x + 2 \leq 0$

$\Delta = (-2)^2 - 4 \times 1 \times 2 = -4 < 0$, logo, a equação $x^2 - 2x + 2 = 0$ não tem soluções.

A função definida por $y = x^2 - 2x + 2$ é representada por uma parábola de concavidade voltada para cima e que, como já vimos, não tem zeros, portanto, a função é positiva em \mathbb{R} , logo, nunca é negativa.

R.: \emptyset

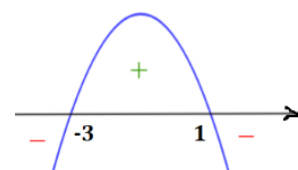
48.

48.1. $f(x) < g(x) \Leftrightarrow -2x^2 - 5x + 3 < -x - 3 \Leftrightarrow -2x^2 - 4x + 6 < 0$

$\Delta = (-4)^2 - 4 \times (-2) \times 6 = 16 + 48 = 64$

$-2x^2 - 4x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{64}}{2 \times (-2)} \Leftrightarrow x = \frac{4 \pm 8}{-4} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{4 - 8}{-4} \vee x = \frac{4 + 8}{-4} \Leftrightarrow x = \frac{-4}{-4} \vee x = \frac{12}{-4} \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -3$



R.: $]-\infty, -3[\cup]1, +\infty[$

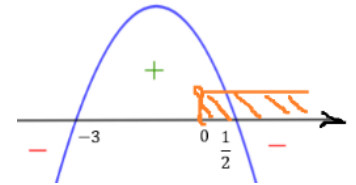
48.2. $x > 0$ e $f(x) > 0$

$$f(x) > 0 \Leftrightarrow -2x^2 - 5x + 3 > 0$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4 \times (-2) \times 3 = 25 + 24 = 49$$

$$-2x^2 - 5x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{2 \times (-2)} \Leftrightarrow x = \frac{5 \pm 7}{-4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{5-7}{-4} \vee x = \frac{5+7}{-4} \Leftrightarrow x = \frac{-2}{-4} \vee x = \frac{12}{-4} \Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \vee x = -3$$



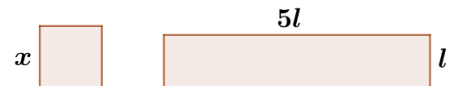
Como $x > 0$ e $f(x) > 0$, tem-se que

$$x \in]0, +\infty[\cap]-3, \frac{1}{2}[, \text{ ou seja, } x \in]0, \frac{1}{2}[$$

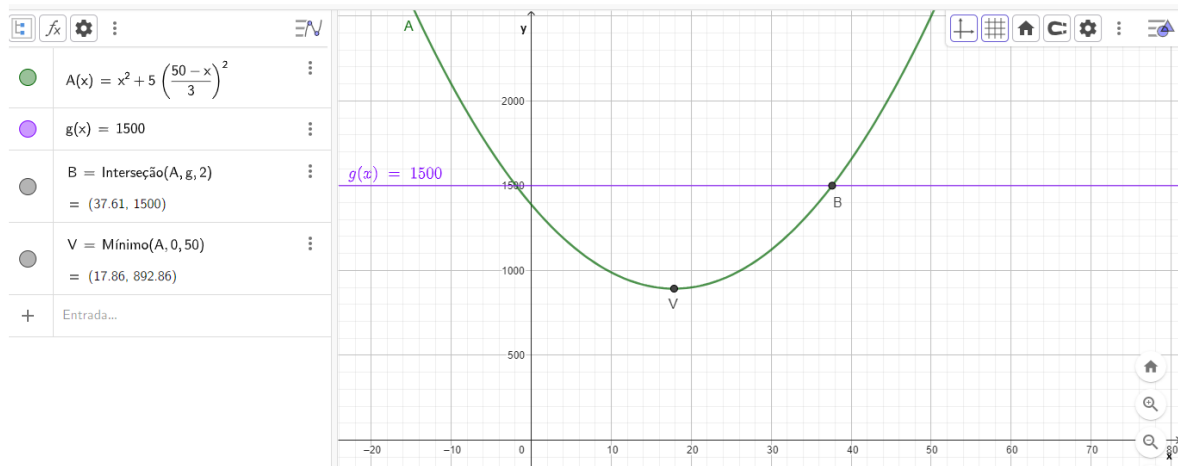
R.: $]0, \frac{1}{2}[$

49. $12l + 4x = 200 \Leftrightarrow l = \frac{200-4x}{12} \Leftrightarrow l = \frac{50-x}{3}$

49.1. $A(x) = x^2 + 5l^2 = x^2 + 5\left(\frac{50-x}{3}\right)^2$



$$A(x) > 1500$$



R.: Para valores no intervalo $]36,6; 50[$.

49.2. R.: 17,9 m

$$50. H(x) = x - \frac{2}{2 \times 200^2} x^2 = x - \frac{1}{40\,000} x^2$$

50.1.

$$H(x) = 0 \Leftrightarrow x - \frac{1}{40\,000} x^2 = 0 \Leftrightarrow x \left(1 - \frac{1}{40\,000} x \right) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee 1 - \frac{1}{40\,000} x = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee 1 - \frac{1}{40\,000} x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee -\frac{1}{40\,000} x = -1 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 40\,000$$

$$40\,000m = 40\,km$$

R.: 40 km

$$50.2. x_V = \frac{0+40\,000}{2} = 20\,000$$

$$H(20\,000) = 20\,000 - \frac{1}{40\,000} \times 20\,000^2 = 10\,000$$

R.: As partículas atingiram a altura máxima de 10 km, a 20 km do local do embate.

51.

$$51.1. \overline{BC} = \overline{DB} = 10 - 2x$$

$$\overline{EC} = 2\overline{BC} = 2(10 - 2x)$$

$$A_{[CDE]} = \frac{\overline{EC} \times \overline{BD}}{2} = \frac{2(10 - 2x)(10 - 2x)}{2} = 100 - 20x - 20x + 4x^2 = 100 - 40x + 4x^2$$

$$A_{\odot} = \pi x^2$$

$$A(x) = \pi x^2 + 4x^2 - 40x + 100 = (\pi + 4)x^2 - 40x + 100$$

$$51.2. D_A = [0,5]$$

51.3.

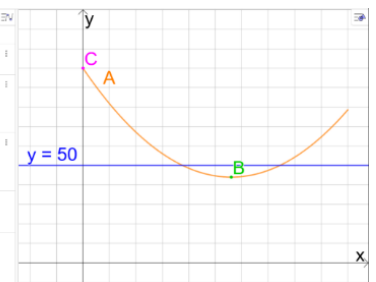
a) $A(x) > 50$

$$x \in [0; 1,9[\cup]3,7; 5]$$

b) $x \approx 2,8$

c) Para $x = 0$, ou seja, quando se tem apenas um triângulo.

○	$A(x) = (4 + \pi)x^2 - 40x + 100, \quad (0 \leq x \leq 5)$
●	$p: y = 50$
●	B = Mínimo(A, 0, 5) -(2.8005, 43.9901)
●	C = Máximo(A, 0, 5) -(0, 100)
+	Entrada...



52. $2(x + 8) + 2(y + 8) = 100 \Leftrightarrow 2x + 16 + 2y + 16 = 100 \Leftrightarrow 2y = -2x + 68 \Leftrightarrow y = -x + 34$

$V = A_{base} \times altura = xy \times 4 = x(34 - x) \times 4$

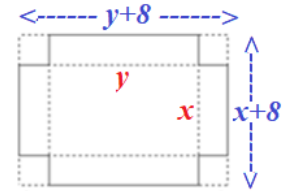
$V(x) = 4x(34 - x)$

$V(x) = 0 \Leftrightarrow 4x(34 - x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee 34 - x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 34$

$x_V = \frac{0 + 34}{2} = 17$

$x = 17, \text{ logo, } y = 34 - 17 = 17$

R.: A base deverá ser um quadrado com 17 cm de lado.



53.

53.1. Seja x a distância na horizontal, em metros, da bola ao Tiago e $h(x)$ a distância, em metros, da bola ao solo.

$h(x) = a(x - 30)^2 + k$

$h(0) = 0 \Leftrightarrow a(-30)^2 + k = 0 \Leftrightarrow 900a + k = 0 \Leftrightarrow k = -900a$

$h(50) = 2 \Leftrightarrow a(50 - 30)^2 - 900a = 2 \Leftrightarrow 400a - 900a = 2 \Leftrightarrow -500a = 2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow a = -\frac{2}{500} \Leftrightarrow a = -0,004$

$k = -900a = -900 \times (-0,004) = 3,6$

R.: A bola atingiu a altura máxima de 3,6 metros.

53.2. $h(x) = -0,004(x - 30)^2 + 3,6$

$h(11) = -0,004(11 - 30)^2 + 3,6 = 2,156$

$1,80 \text{ m} = 180 \text{ cm}$

$215,6 - 180 = 35,6$

R.: Deveria ter saltado aproximadamente 36 cm.

54. $f(x) = g(x) \Leftrightarrow -\frac{2}{19}(x - 2)^2 + 5 = \frac{6}{19}(x - 6)^2 - 3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -2(x - 2)^2 + 95 = 6(x - 6)^2 - 57 \Leftrightarrow -2(x^2 - 4x + 4) + 95 = 6(x^2 - 12x + 36) - 57 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -2x^2 + 8x - 8 + 95 = 6x^2 - 72x + 216 - 57 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -2x^2 - 6x^2 + 8x + 72x - 8 + 95 - 216 + 57 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -8x^2 + 80x - 72 = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 10x - 9 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \times (-1) \times (-9)}}{2 \times (-1)} \Leftrightarrow x = \frac{-10 \pm \sqrt{64}}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{-10 \pm 8}{-2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \frac{-10 - 8}{-2} \vee x = \frac{-10 + 8}{-2} \Leftrightarrow x = \frac{-18}{-2} \vee x = \frac{-2}{-2} \Leftrightarrow x = 9 \vee x = 1$

$\overline{PQ} = f(x) - g(x) = -\frac{8}{19}x^2 + \frac{80}{19}x - \frac{72}{19}$

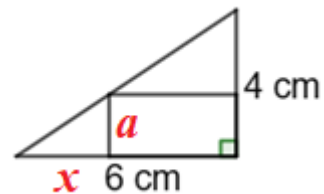
$$\begin{aligned}
 A(x) &= \frac{(x-1) \times \overline{PQ}}{2} + \frac{(9-x) \times \overline{PQ}}{2} = \frac{\overline{PQ}}{2} \times (x-1+9-x) = \frac{\overline{PQ}}{2} \times 8 = 4\overline{PQ} = \\
 &= 4 \left(-\frac{8}{19}x^2 + \frac{80}{19}x - \frac{72}{19} \right) = -\frac{32}{19}(x^2 - 10x + 9) \\
 x_V &= \frac{1+9}{2} = \frac{10}{2} = 5 \\
 y_V &= -\frac{32}{19}(5^2 - 10 \times 5 + 9) = \frac{512}{19} \approx 26,95
 \end{aligned}$$

R.: 26,95 unidades de área

55. Pelo critério AA, o triângulo retângulo de catetos 4 cm e 6 cm é semelhante ao triângulo retângulo de catetos a e x .

Assim, têm os comprimentos dos lados diretamente proporcionais.

$$\frac{a}{4} = \frac{x}{6} \Leftrightarrow a = \frac{4}{6}x \Leftrightarrow a = \frac{2}{3}x$$



A área A do retângulo é dada por

$$A = (6-x) \times \frac{2}{3}x = \frac{2}{3}x(6-x)$$

$$A(x) = \frac{2}{3}x(6-x)$$

$$A(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{3}x(6-x) \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 6$$

$$x_V = \frac{0+6}{2} = 3$$

$$b = 6 - x_V = 6 - 3$$

$$a = \frac{2}{3} \times x_V = \frac{2}{3} \times 3 = 2$$

R.: As dimensões do retângulo com maior área são 3 cm e 2 cm.

56. Seja p o preço de um bilhete, n o número de bilhetes vendidos e x o aumento de preço do bilhete, em euros, relativamente ao valor do bilhete quando são vendidos 400 lugares (30 euros).

$$p = 30 + x \Leftrightarrow x = p - 30$$

$$n = 400 - 10x = 400 - 10(p - 30) = 400 - 10p + 300 = 700 - 10p$$

$$L(p) = p \times n = p(700 - 10p)$$

$$L(p) = 0 \Leftrightarrow p(700 - 10p) = 0 \Leftrightarrow p = 0 \vee 700 - 10p = 0 \Leftrightarrow p = 0 \vee p = 70$$

$$x_V = \frac{0 + 70}{2} = 35$$

R.: Para obter o maior rendimento com a venda dos bilhetes, o preço de cada bilhete deve ser 35 euros.

57. $f(x) = a(x - 3)^2 + 3,8$

$$f(0) = 0 \Leftrightarrow a(-3)^2 + 3,8 = 0 \Leftrightarrow 9a = -3,8 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a = -\frac{3,8}{9} \Leftrightarrow a = -\frac{38}{90} \Leftrightarrow a = -\frac{19}{45}$$

$$f(x) = -\frac{19}{45}(x - 3)^2 + 3,8$$

$$f\left(3 + \frac{2,490}{2}\right) = f(4,245) = -\frac{19}{45}(4,245 - 3)^2 + 3,8 \approx 3,146$$

$$3,146 < 3,262$$

R.: Não é possível.

58. $f(x) = a(x - h)^2 + k$

58.1. $V(h, k)$ $x_B = h - \frac{l}{2}$ $x_C = h + \frac{l}{2}$

$$f(x_B) = y_V + l \Leftrightarrow a(x_B - h)^2 + k = k + l \Leftrightarrow a(x_B - h)^2 = l \Leftrightarrow a\left(h - \frac{l}{2} - h\right)^2 = l \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow a\left(-\frac{l}{2}\right)^2 = l \Leftrightarrow a\frac{l^2}{4} = l \Leftrightarrow a\frac{l^2}{4} - l = 0 \Leftrightarrow l\left(a\frac{l}{4} - 1\right) = 0 \Leftrightarrow l = 0 \vee a\frac{l}{4} - 1 = 0$$

$$\text{Como, } l \neq 0, a\frac{l}{4} - 1 = 0$$

$$a\frac{l}{4} - 1 = 0 \Leftrightarrow a\frac{l}{4} = 1 \Leftrightarrow al = 4$$

$$\text{Como, } a \neq 0, al = 4 \Leftrightarrow l = \frac{4}{a}$$

$$58.2. f(x) = 7 \Leftrightarrow 4x^2 - 8x + 7 = 7 \Leftrightarrow 4x^2 - 8x = 0 \Leftrightarrow x(4x - 8) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee 4x - 8 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$$

$$x_V = \frac{0 + 2}{2} = 1$$

$$y_V = f(1) = 4 \times 1^2 - 8 \times 1 + 7 = 4 - 8 + 7 = 3$$

$$V(1,3)$$

$$a = 4$$

$$l = \frac{4}{a} = \frac{4}{4} = 1$$

$$x_B = x_A = x_V - \frac{l}{2} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$x_C = x_D = x_V + \frac{l}{2} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

$$y_A = y_D = y_V = 3$$

$$y_B = y_C = y_D + l = 3 + 1 = 4$$

$$\mathbf{R.:} A\left(\frac{1}{2}, 3\right); B\left(\frac{1}{2}, 4\right); C\left(\frac{3}{2}, 4\right); D\left(\frac{3}{2}, 3\right)$$

$$58.3. l = y_C - y_A = 3 - (-1) = 4$$

$$a = \frac{4}{l} = \frac{4}{4} = 1$$

$$x_D = x_C = 2$$

$$h = x_V = \frac{x_A + x_D}{2} = \frac{-2 + 2}{2} = 0$$

$$k = y_V = y_A = -1$$

$$\mathbf{R.:} f(x) = x^2 - 1$$

AVALIAR Págs. 145 e 146

1. $f_1(x) = a_1 x + a_1$

$f_2(x) = a_2 x + a_2$

$f_1(x) = f_2(x) \Leftrightarrow a_1 x + a_1 = a_2 x + a_2 \Leftrightarrow a_1 x - a_2 x = a_2 - a_1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (a_1 - a_2)x = a_2 - a_1 \Leftrightarrow x = \frac{a_2 - a_1}{a_1 - a_2} \Leftrightarrow x = \frac{-(a_1 - a_2)}{a_1 - a_2} \Leftrightarrow x = -1$

$f_1(-1) = a_1 \times (-1) + a_1 = -a_1 + a_1 = 0$

R.: $(-1, 0)$

2. $V_{\text{água}} = 7 \times 5 \times h = 35h$

$V_{\text{água}} = 2 \times t$

$35h = 2t \Leftrightarrow h = \frac{2}{35}t$

$h_{\text{max}} = 4 \Leftrightarrow \frac{2}{35}t = 4 \Leftrightarrow t = 4 \times \frac{35}{2} \Leftrightarrow t = 70$

R.: (B)

3. $f(x) = 2(x - 1)^2 - \frac{1}{18}$

3.1. $f(x) = 0 \Leftrightarrow 2(x - 1)^2 - \frac{1}{18} = 0 \Leftrightarrow 2(x - 1)^2 = \frac{1}{18} \Leftrightarrow (x - 1)^2 = \frac{1}{36} \Leftrightarrow x - 1 = \pm \sqrt{\frac{1}{36}} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x - 1 = \pm \frac{1}{6} \Leftrightarrow x = 1 \pm \frac{1}{6} \Leftrightarrow x = 1 - \frac{1}{6} \vee x = 1 + \frac{1}{6} \Leftrightarrow x = \frac{5}{6} \vee x = \frac{7}{6}$

R.: Os zeros de f são $\frac{5}{6}$ e $\frac{7}{6}$.

3.2. $x_V = \frac{\frac{5}{6} + \frac{7}{6}}{2} = \frac{\frac{12}{6}}{2} = \frac{2}{2} = 1$

A parábola que representa graficamente a função f tem concavidade voltada para cima.

R.: f é decrescente em $]-\infty, 1]$ e f é crescente em $[1, +\infty[$.

3.3. (C)

4.

$$4.1. h(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 10x + 10 = 10 \Leftrightarrow 2x^2 - 10x = 0 \Leftrightarrow x(2x - 10) = 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x = 0 \vee 2x - 10 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee 2x = 10 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 5$$

$$x_V = \frac{0 + 5}{2} = \frac{5}{2}$$

$$y_V = h\left(\frac{5}{2}\right) = 2 \times \left(\frac{5}{2}\right)^2 - 10 \times \frac{5}{2} + 10 = \frac{25}{2} - 25 + 10 = -\frac{5}{2}$$

R.: $V\left(\frac{5}{2}, -\frac{5}{2}\right)$

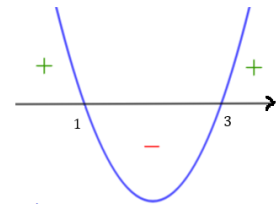
4.2.

$$h(x) \geq 4 - 2x \Leftrightarrow 2x^2 - 10x + 10 \geq 4 - 2x \Leftrightarrow 2x^2 - 10x + 2x + 10 - 4 \geq 0 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow 2x^2 - 8x + 6 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 \geq 0$$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 3 = 16 - 12 = 4$$

$$x^2 - 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{\Delta}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{4}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = \frac{4 \pm 2}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{4 - 2}{2} \vee x = \frac{4 + 2}{2} \Leftrightarrow x = \frac{2}{2} \vee x = \frac{6}{2} \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 3$$



R.: $S =]-\infty, 1] \cup [3, +\infty[$

5.

5.1. $d(0) = -4,9 \times 0^2 + 5 \times 0 + 6 = 6$

R.: O prato foi lançado a 6 m do solo.

5.2.

$$d(t) = 6 \Leftrightarrow -4,9t^2 + 5t + 6 = 6 \Leftrightarrow -4,9t^2 + 5t = 0 \Leftrightarrow t(-4,9t + 5) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = 0 \vee -4,9t + 5 = 0 \Leftrightarrow t = 0 \vee -4,9t = -5 \Leftrightarrow t = 0 \vee t = \frac{-5}{-4,9} \Leftrightarrow t = 0 \vee t = \frac{5}{4,9}$$

$$x_V = \frac{0 + \frac{5}{4,9}}{2} = \frac{5}{9,8}$$

$$y_V = d\left(\frac{5}{9,8}\right) = -4,9 \times \left(\frac{5}{9,8}\right)^2 + 5 \times \left(\frac{5}{9,8}\right) + 6 \approx 7,3$$

R.: A altura máxima foi 7,3 m.

$$\begin{aligned}
 5.3. \quad d(t) = 0 &\Leftrightarrow -4,9t^2 + 5t + 6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{5^2 - 4 \times (-4,9) \times 6}}{2 \times (-4,9)} \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{142,6}}{-9,8} \Leftrightarrow x = \frac{-5 + \sqrt{142,6}}{-9,8} \vee x = \frac{-5 - \sqrt{142,6}}{-9,8} \Leftrightarrow \\
 &\Leftrightarrow x = \frac{5 - \sqrt{142,6}}{9,8} \vee x = \frac{5 + \sqrt{142,6}}{9,8} \\
 x &= \frac{5 + \sqrt{142,6}}{9,8} \approx 1,729
 \end{aligned}$$

R.: O prato demorou 1,729 s a atingir o solo.

5.4.

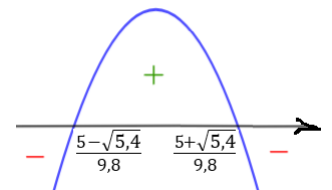
$$d(t) > 7 \Leftrightarrow -4,9t^2 + 5t + 6 > 7 \Leftrightarrow -4,9t^2 + 5t + 6 - 7 > 0 \Leftrightarrow -4,9t^2 + 5t - 1 > 0$$

$$\Delta = 5^2 - 4 \times (-4,9) \times (-1) = 5,4$$

$$-4,9x^2 + 5x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{\Delta}}{2 \times (-4,9)} \Leftrightarrow x = \frac{-5 \pm \sqrt{5,4}}{-9,8} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-5 + \sqrt{5,4}}{-9,8} \vee \frac{-5 - \sqrt{5,4}}{-9,8} \Leftrightarrow x = \frac{5 - \sqrt{5,4}}{9,8} \vee x = \frac{5 + \sqrt{5,4}}{9,8}$$

$$\frac{5 + \sqrt{5,4}}{9,8} - \frac{5 - \sqrt{5,4}}{9,8} = \frac{2\sqrt{5,4}}{9,8} \approx 0,474$$



R.: O prato esteve 0,474 s a uma altura maior do que 7 metros do solo.

6.

6.1. $D'_f = [0,4]$

6.2. $g(x) = (x - 2)^2$

6.3. $A(1, -2), B(4, -2), C(4, 0), D(2, 0), E(4, 4)$

6.4.

$$h(x) = ax + b$$

Tendo em conta que os pontos A e D pertencem ao gráfico de h , vem que:

$$h(1) = -2 \Leftrightarrow -2 = a \times 1 + b \Leftrightarrow -2 = a + b \Leftrightarrow -2 - a = b$$

e

$$h(2) = 0 \Leftrightarrow 0 = a \times 2 + b \Leftrightarrow 0 = 2a + b \Leftrightarrow -2a = b$$

$$\text{Logo, } -2 - a = -2a \Leftrightarrow a = 2$$

$$\text{Então, } b = -4$$

R.: $h(x) = 2x - 4$

6.5. $A_{[ABCD]} = \frac{\overline{AB} + \overline{DC}}{2} \times \overline{BC} = \frac{3+2}{2} \times 2 = 5$

R.: A área do trapézio é igual a 5.

4.3. Função definida por ramos. Função módulo

RECORDAR Pág. 148

1.

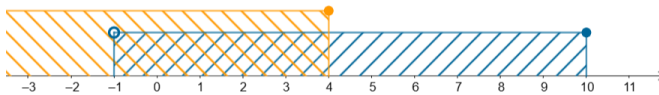
1.1. $] -1,4]$

1.2. $] -\infty, 0]$

1.3. $[2, 5]$

1.4. $]1, +\infty[$

2.



R.: $A \cap B =] -1,4]$ $A \cup B =] -\infty, 10]$

3.

	Linguagem simbólica	Conjunto
I.	$x \in \mathbb{R} : x = 5$	$\{-5, 5\}$
II.	$x \in \mathbb{R} : x < 5$	$] -5, 5[$
III.	$x \in \mathbb{R} : x > 5$	$] -\infty, -5[\cup] 5, +\infty[$

4.

4.1. $5 \notin] -3,5[$

4.3. $]0, +\infty[\supset]\frac{1}{2}, +\infty[$

4.2. $|-\sqrt{17}| \notin]-\pi, 10]$

4.4. $\{-1, 0, 1, 2\} \subset]-\infty, 2]$

5.

5.1. $|5| = |-5|$

5.3. $|3 - \pi| > 3 - \pi$

5.2. $|\frac{-3}{2}| > 0$

5.4. $|\frac{5}{3}| > |\frac{-7}{6}|$

6.

6.1. $S = \{-4, 4\}$

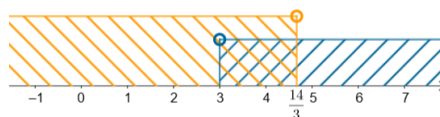
6.3. $S = \emptyset$

6.2. $S = \{0\}$

6.4. $S = \{-1, 1\}$

7. Pela desigualdade triangular temos *que* $x - 2 + x - 1 > x \Leftrightarrow x + x - x > 2 + 1 \Leftrightarrow x > 3$

Perímetro $\rightarrow x + x - 1 + x - 2 < 11 \Leftrightarrow x + x + x < 11 + 3 \Leftrightarrow 3x < 14 \Leftrightarrow x < \frac{14}{3}$



R.: $]3, \frac{14}{3}[$

TAREFA 1 Pág.150

1. $10\% \times 12\,000 = 1200$

Comissão = $1200 + 200 = 1400$

R.: Recebeu 1400 euros de comissão.

2. $8\% \times 5000 = 400$

$10\% \times 20\,000 + 200 = 2200$, logo, o valor total de vendas do Gonçalo terá de ser maior do que 20 000 euros.

$$12\% \times x + 500 = 3500 \Leftrightarrow 12\% \times x = 3000 \Leftrightarrow x = \frac{3000}{0,12} \Leftrightarrow x = 25\,000$$

R.: O Gonçalo terá de vender eletrodomésticos no valor de 25 000 euros.

3. Se o volume total de vendas fosse 5000 €, a taxa sobre esse valor seria 8% e não tinha direito a prémio, portanto, a comissão seria de 400 € ($8\% \times 5000$). Neste caso, não faria sentido o Gonçalo reclamar, pois estaria a ser beneficiado.

Daqui se conclui que o Gonçalo obteve, no mês passado um valor de vendas maior ou igual a 5000,01 euros.

Ora, neste caso, o valor mínimo de comissão a receber é dado por

$$10\% \times 5000,01 + 200 = 700,01$$

O Gonçalo foi questionar os colegas da contabilidade, pois recebeu apenas 500 euros de comissão.

4.

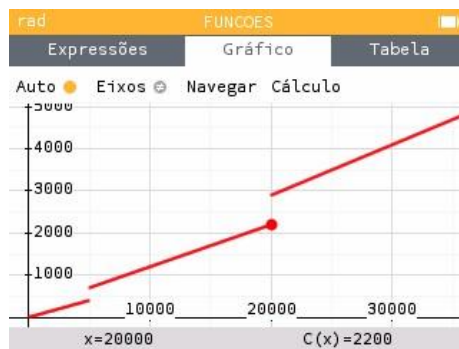
4.1. Quando $v < 5000$, temos $C(v) = 0,08v$.

Quando $5000 \leq v < 20\,000$, temos $C(v) = 0,1v + 200$.

Quando $v \geq 20\,000$, temos $C(v) = 0,12v + 500$.

4.2.

$$C(v) = \begin{cases} 0,08v & \text{se } 0 \leq v \leq 5000 \\ 0,1v + 200 & \text{se } 5000 < v \leq 20\,000 \\ 0,12v + 500 & \text{se } v > 20\,000 \end{cases}$$



APLICAR Pág.151

1.

1.1. $90 \times 0,1 = 9$; $110 \times 0,08 = 8,8$

R.: O valor pago por 90 fotocópias do mesmo original é 9 euros e por 110 fotocópias é 8,8 euros.

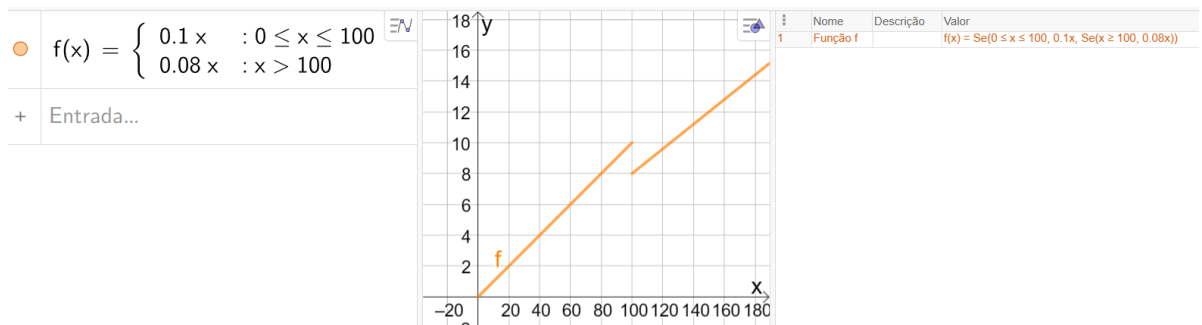
1.2. $\frac{11,20}{0,08} = 140$

R.: 140 fotocópias

1.3.

a) $p(x) = \begin{cases} 0,1x & \text{se } 0 \leq x \leq 100 \\ 0,08x & \text{se } x > 100 \end{cases}$

b)



2.

2.1. 1

2.2. $y = mx + b$

A(-2, 2) e B(-3, 0) pertencem ao gráfico da função.

$$\begin{cases} 2 = -2m + b \\ 0 = -3m + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 + 2m \\ 0 = -3m + 2 + 2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 + 2m \\ 0 = -m + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 + 2 \times 2 \\ m = 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} b = 6 \\ m = 2 \end{cases}$$

$y = 2x + 6$

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 6 & \text{se } x \leq -2 \\ -x & \text{se } -2 < x \leq -1 \\ 1 & \text{se } x > -1 \end{cases}$$

APLICAR Pág.152

3. $y = a(x - 2)^2$

$$-1 = a(4 - 2)^2 \Leftrightarrow -1 = a \times 4 \Leftrightarrow -\frac{1}{4} = a$$

$$y = mx - 1$$

A(2, 0) pertence ao gráfico da função.

$$0 = 2m - 1 \Leftrightarrow 2m = 1 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$$

$$y = \frac{1}{2}x - 1$$

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x - 1 & \text{se } x \leq 2 \\ -\frac{1}{4}(x - 2)^2 & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

4.

4.1. $h(3) + i(3) = 2 + (-1) = 1$

4.2.

• Função h :

- se $x < 2$, $h(x) = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$, logo, a função não tem zeros neste ramo;
- se $2 \leq x < 4$, $h(x) = 0 \Leftrightarrow 2 = 0$, logo, a função não tem zeros neste ramo;
- se $x \geq 4$, $h(x) = 0 \Leftrightarrow 4 - x = 0 \Leftrightarrow 4 = x$, logo, a função tem um zero neste ramo: 4.

• Função i :

- se $x \in [0,3[$, $i(x) = 0 \Leftrightarrow 8 - \frac{8}{3}x = 0 \Leftrightarrow 8 = \frac{8}{3}x \Leftrightarrow 8 \times \frac{3}{8} = x \Leftrightarrow 3 = x$, logo, a função não tem zeros neste ramo ($3 \notin [0,3[$);
- se $x \in \mathbb{R} \setminus [0,3[$,
 $i(x) = 0 \Leftrightarrow (x - 3)^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow (x - 3)^2 = 1 \Leftrightarrow x - 3 = \pm\sqrt{1} \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow x = 3 \pm 1 \Leftrightarrow x = 3 - 1 \vee x = 3 + 1 \Leftrightarrow x = 2 \vee x = 4$,
 logo, a função tem um zero neste ramo, 4, já que $2 \notin \mathbb{R} \setminus [0,3[$.

R.: 4 é o único zero da função h e é o único zero da função i .

4.3. Tabela de variação de sinal

x	$-\infty$	2		4	$+\infty$
$h(x)$	-	+	+	0	-

4.4. $i(0) = 8 - \frac{8}{3} \times 0 = 8$

R.: (0, 8)

4.5. $h(5) = 4 - 5 = -1$

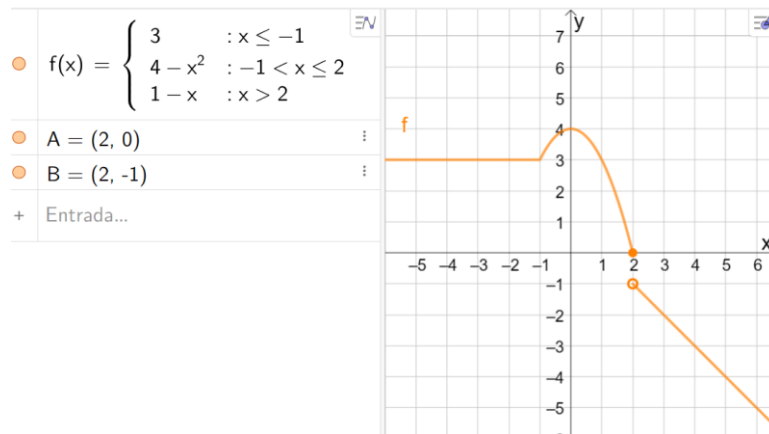
$i(5) = (5 - 3)^2 - 1 = 2^2 - 1 = 4 - 1 = 3$

R.: $h(5) \neq i(5)$, logo, 5 não é solução da equação $h(x) = i(x)$.

APLICAR Pág.153

5.

5.1.



5.2. $D'_f =]-\infty, -1[\cup [0, 4]$

5.3.

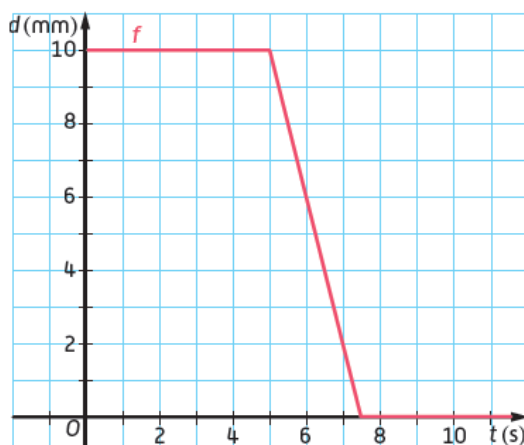
x	$-\infty$	2	$+\infty$
$h(x)$	+	0	-

5.4.

A função f é constante em $]-\infty, -1]$, crescente em $[-1, 0]$ e decrescente em $[0, +\infty[$.

6.

6.1.



$$6.2. d(t) = \begin{cases} 10 & \text{se } 0 \leq x < 5 \\ 10 - 4(t - 5) & \text{se } 5 \leq x < 7,5 \\ 0 & \text{se } x \geq 7,5 \end{cases}$$

APLICAR Pág.154

7.

$$7.1. s(x) = \begin{cases} 300 + 30x & \text{se } 0 \leq x \leq 8 \\ 540 + 14(x - 8) & \text{se } x > 8 \end{cases}$$

$$t(x) = \begin{cases} 500 & \text{se } 0 \leq x \leq 10 \\ 500 + 20(x - 10) & \text{se } x > 10 \end{cases}$$

7.2.

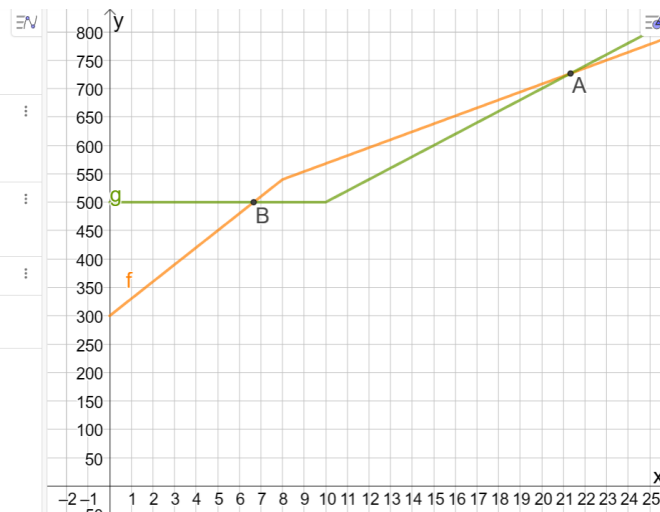
$$f(x) = \begin{cases} 300 + 30x & : 0 \leq x \leq 8 \\ 540 + 14(x - 8) & : x > 8 \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 500 & : 0 \leq x \leq 10 \\ 500 + 20(x - 10) & : x > 10 \end{cases}$$

Interseção(f, g, 0, 40)
= B = (6.67, 500)

A = (21.33, 726.67)

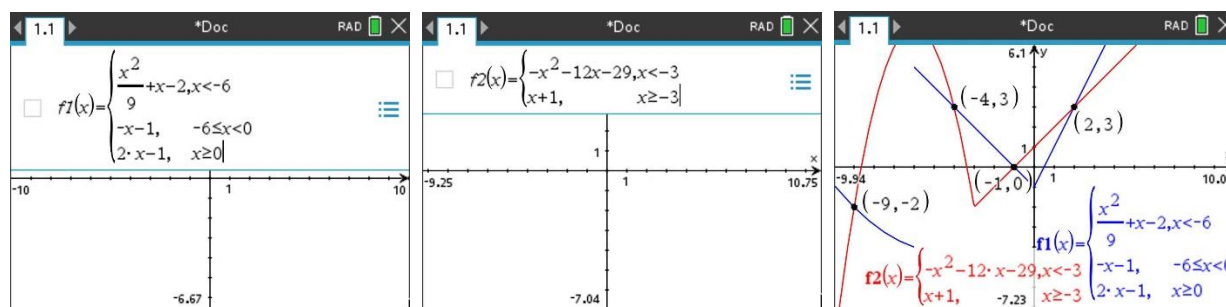
+ Entrada...



7.3. Fica mais barato escolher a clínica T para mais do que 6 consultas e menos do que 22 consultas.

TAREFA 2 Pág.155

Texas



Casio

Math Rad Norm] Real

Funç Gráf. : Y=

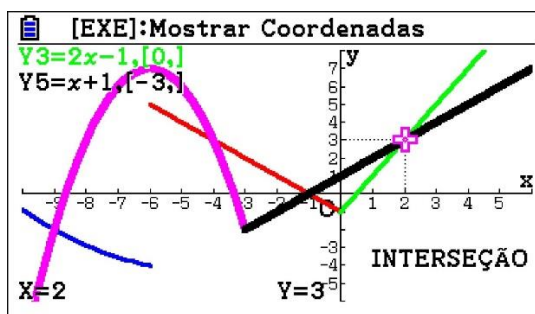
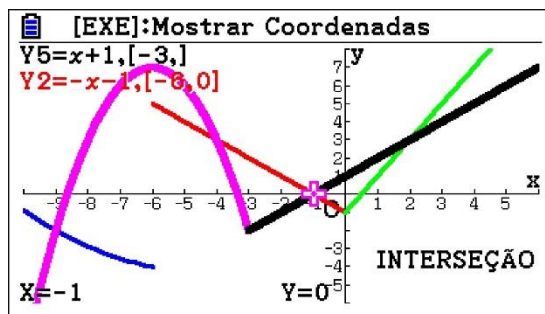
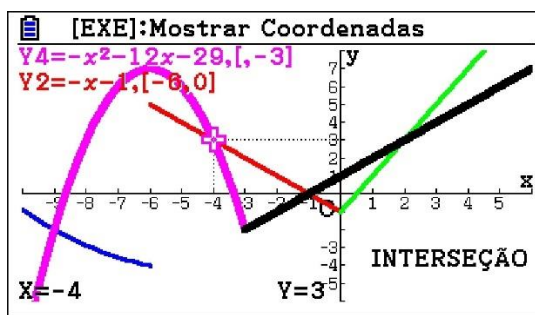
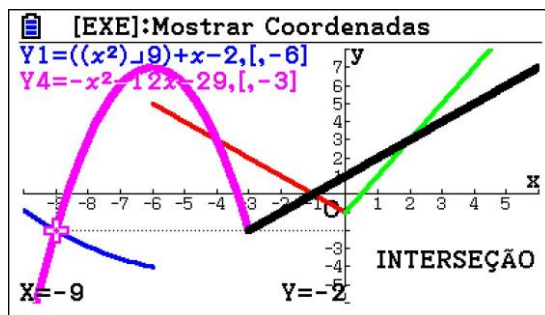
Y1 = $\frac{x^2}{9} + x - 2$, [-6,] [—]

Y2 = $-x - 1$, [-6, 0] [—]

Y3 = $2x - 1$, [0,] [—]

Y4 = $-x^2 - 12x - 29$, [,] [—]

[SELECT] [DELETE] [TYPE] [TOOL] [MODIFY] [DRAW]



NumWorks

rad FUNCOES

Expressões Gráfico Tabela

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{9} + x - 2, & x < -6 \\ -x - 1, & -6 \leq x < 0 \\ 2x - 1, & x \geq 0 \end{cases}$$

Função por ramos

Traçar o gráfico Exibir os valores

rad FUNCOES

Expressões Gráfico Tabela

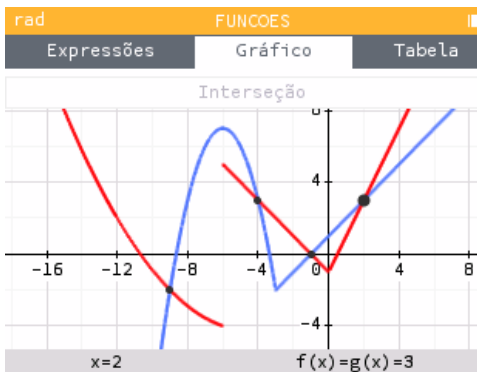
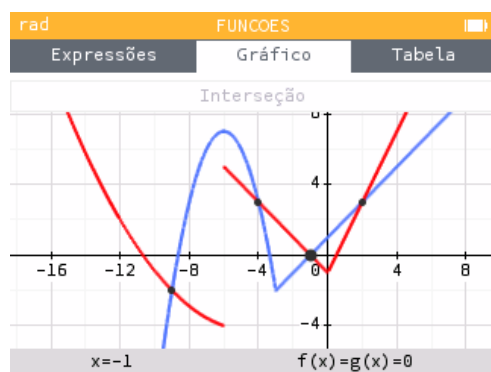
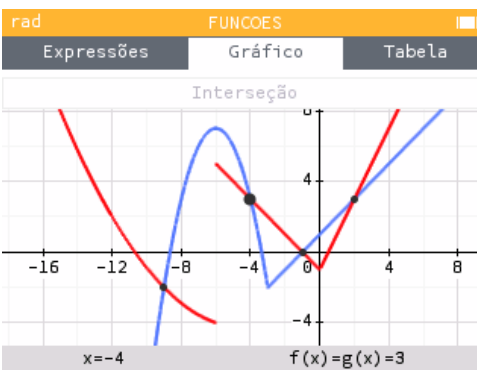
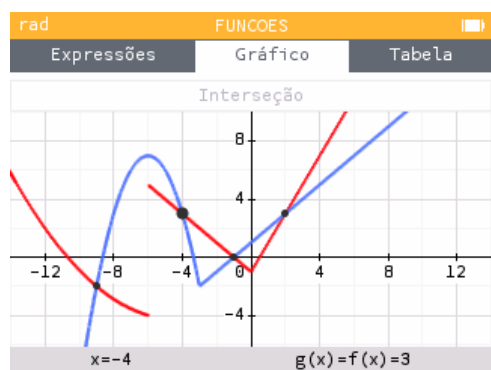
$$g(x) = \begin{cases} -x - 1, & -6 \leq x < 0 \\ 2x - 1, & x \geq 0 \end{cases}$$

Função por ramos

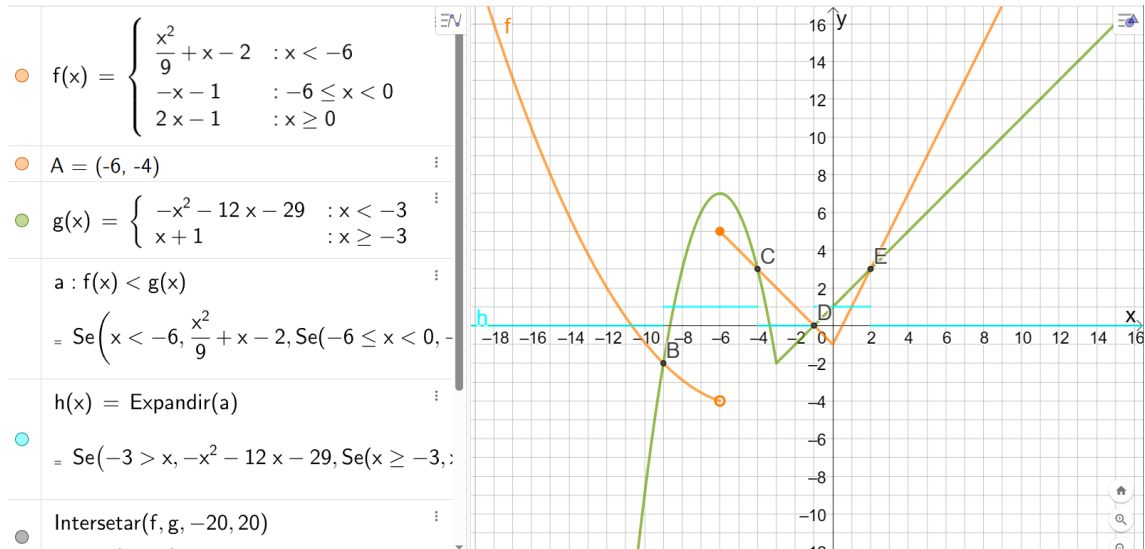
$$g(x) = \begin{cases} -x^2 - 12x - 29, & x < -3 \\ x + 1, & x \geq -3 \end{cases}$$

Função por ramos

Traçar o gráfico Exibir os valores



GeoGebra



R.: $S =] - 9, -4[\cup] - 1, 2[$

APLICAR Pág.155

8.

8.1.
$$H(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0 \\ \frac{1}{2} & \text{se } x = 0 \\ 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

8.2.
$$D'_H = \left\{ 0, \frac{1}{2}, 1 \right\}$$

8.3. Mínimo absoluto da função: 0; minimizantes: $]-\infty, 0[$

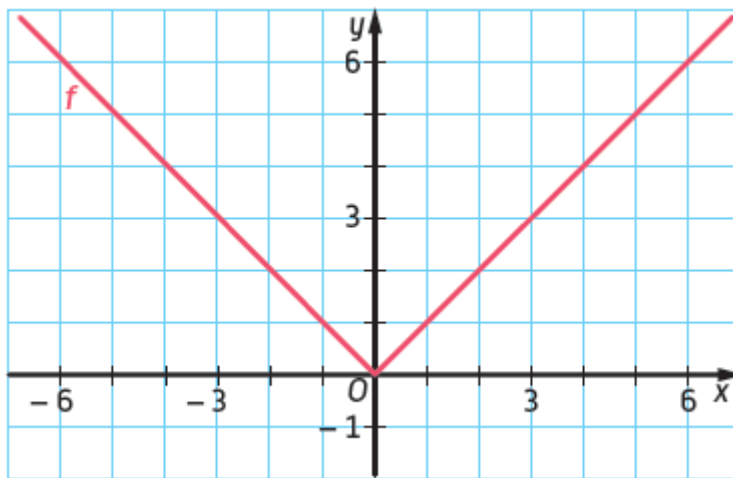
TAREFA 3 Pág.156

1.

x	-4	-2	-1	0	1	2	5
$g(x)$	4	2	1	0	1	2	5

2. -17 e 17

3.



4. Fazendo uma reflexão de eixo Ox da parte da reta que está contida no 3.º quadrante.

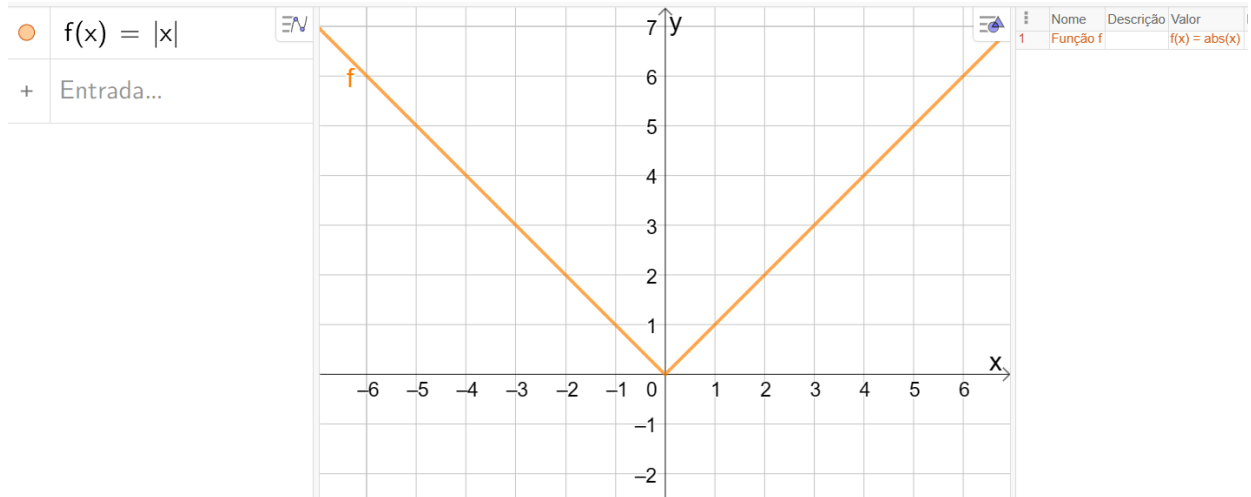
5. 0 é o único zero de g . A função g é positiva em $\mathbb{R} \setminus \{0\}$.

6. g é decrescente em $]-\infty, 0]$ e crescente em $[0, +\infty[$.

7.

Numworks

Geogebra



APLICAR Pág.156

9.

9.1. $|+1,3| = |-1,3|$

9.2. $\left|\frac{199}{400}\right| < \left|-\frac{301}{600}\right|$

9.3. $|-3\pi - 6| > -3|\pi + 2|$

9.4. $|5 - \sqrt{17}| = 5 - \sqrt{17}$

9.5. $|\sqrt{3} - 2| > \sqrt{3} - 2$

9.6. $|\sqrt[3]{9} - 3| = |3 - \sqrt[3]{9}|$

10.

10.1. $] -5,5[$

10.2. $]-\infty, \frac{10}{3}] \cup \left[\frac{10}{3}, +\infty[$

10.3. \emptyset

10.4. \mathbb{R}

10.5. $]1,5[$

10.6. $] \pi - 10, \pi - 3[\cup] \pi + 3, \pi + 10[$

APLICAR Pág.157

Aplicar

11.

11.1. $f(-1) = |-1| = 1$

$f(1) = |1| = 1$

11.2. $f(0) = |0| = 0$

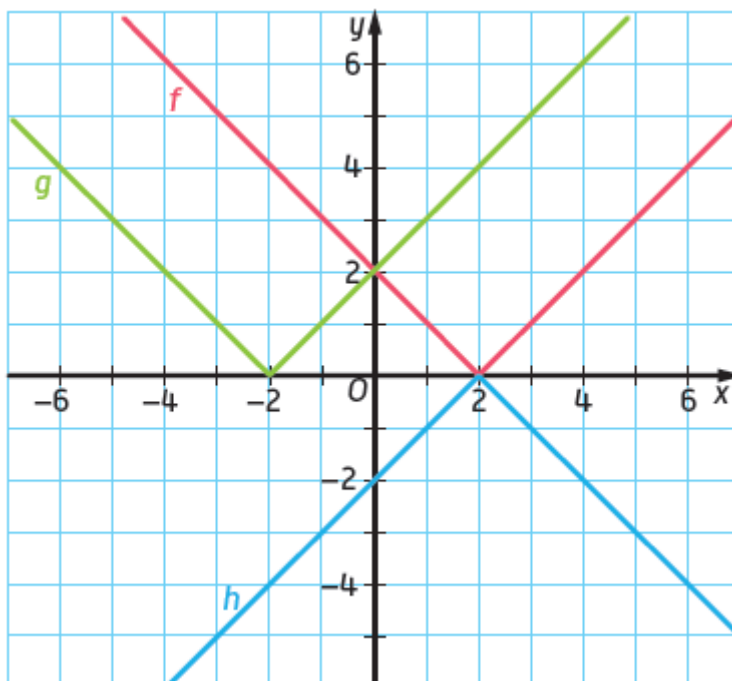
R.: (0, 0)

TAREFA 4 Pág.158

1.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$f(x)$	6	5	4	3	2	1	0	1	2
$g(x)$	2	1	0	1	2	3	4	5	6
$h(x)$	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	-1	-2

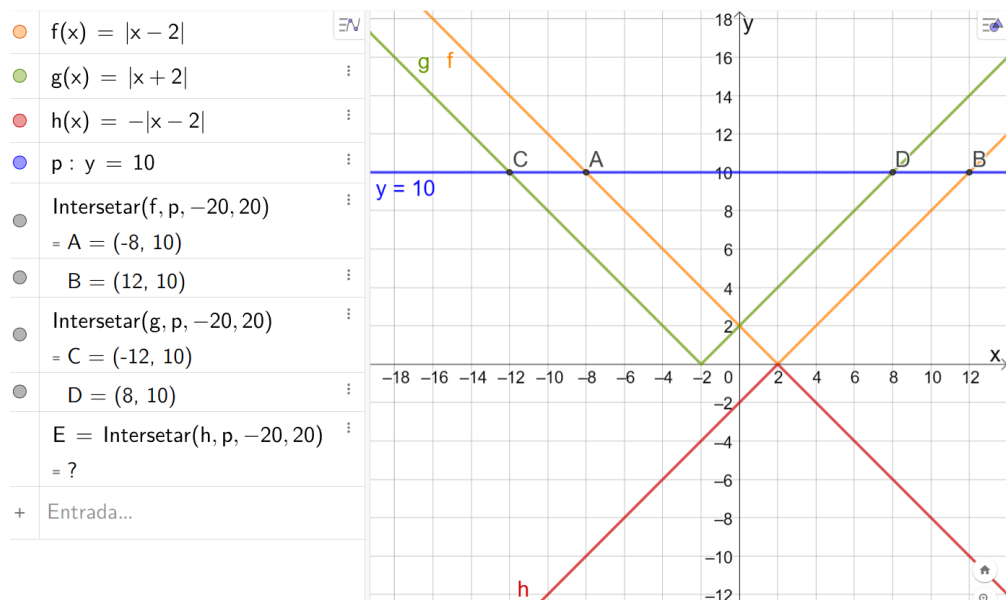
2.



3.

- 2 é o único zero da função f . A função f é positiva em $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. 0 é mínimo absoluto da função f . f é decrescente em $]-\infty, 2]$ e crescente em $[2, +\infty[$.
- -2 é o único zero da função g . A função g é positiva em $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$. 0 é mínimo absoluto da função g . g é decrescente em $]-\infty, -2]$ e crescente em $[-2, +\infty[$.
- 2 é o único zero da função h . A função h é negativa em $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. 0 é máximo absoluto da função h . h é crescente em $]-\infty, 2]$ e decrescente em $[2, +\infty[$.

4. Resolução gráfica



Resolução analítica

$$f(x) = 10 \Leftrightarrow |x - 2| = 10 \Leftrightarrow x - 2 = 10 \vee x - 2 = -10 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x = 10 + 2 \vee x = -10 + 2 \Leftrightarrow x = 12 \vee x = -8$$

$$g(x) = 10 \Leftrightarrow |x + 2| = 10 \Leftrightarrow x + 2 = 10 \vee x + 2 = -10 \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow x = 10 - 2 \vee x = -10 - 2 \Leftrightarrow x = 8 \vee x = -12$$

$$h(x) = 10 \Leftrightarrow -|x - 2| = 10 \Leftrightarrow |x - 2| = -10.$$

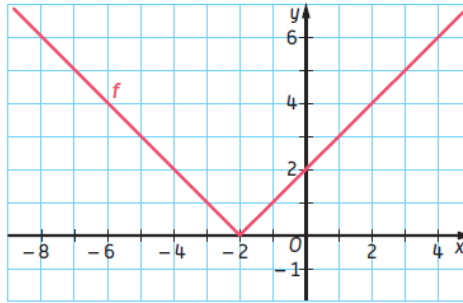
A equação é impossível, pois o valor absoluto de um número não pode ser negativo.

R.: Os objetos que têm imagem 10, pela função f são -8 e 12 . Os objetos que têm imagem 10, pela função g , são -12 e 8 . Nenhum objeto tem imagem 10, pela função h .

APLICAR Pág.158

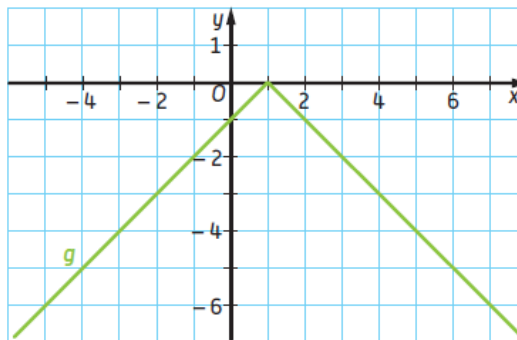
12.

• $f(x) = |x + 2| = \begin{cases} x + 2 & \text{se } x + 2 \geq 0 \\ -(x + 2) & \text{se } x + 2 < 0 \end{cases} = \begin{cases} x + 2 & \text{se } x \geq -2 \\ -x - 2 & \text{se } x < -2 \end{cases}$



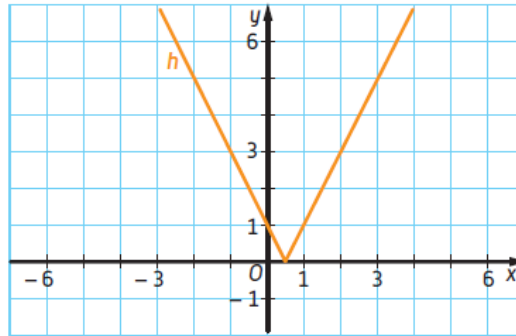
- $D_f = \mathbb{R}$
- $D'_f = [0, +\infty[$
- -2 é o zero de f . A função f é positiva em $\mathbb{R} \setminus \{-2\}$.
- 0 é mínimo absoluto da função f . f é decrescente em $] -\infty, -2]$ e crescente em $[-2, +\infty[$.

• $g(x) = -|x - 1| = \begin{cases} -(x - 1) & \text{se } x - 1 \geq 0 \\ -[-(x - 1)] & \text{se } x - 1 < 0 \end{cases} = \begin{cases} -x + 1 & \text{se } x \geq 1 \\ x - 1 & \text{se } x < 1 \end{cases}$



- $D_g = \mathbb{R}$
- $D'_g =]-\infty, 0]$
- 1 é o zero de g . A função g é negativa em $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.
- 0 é máximo absoluto da função g . g é crescente em $] -\infty, 1]$ e decrescente em $[1, +\infty[$.

$$\bullet \quad h(x) = |-2x + 1| = \begin{cases} -2x + 1 & \text{se } -2x + 1 \geq 0 \\ -(2x + 1) & \text{se } -2x + 1 < 0 \end{cases} = \begin{cases} -2x + 1 & \text{se } x \leq \frac{1}{2} \\ 2x - 1 & \text{se } x > \frac{1}{2} \end{cases}$$



- $D_f = \mathbb{R}$
- $D'_h = [0, +\infty[$
- $\frac{1}{2}$ é o zero de h . A função h é positiva em $\mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}\}$.
- 0 é mínimo absoluto da função f . f é decrescente em $]-\infty, \frac{1}{2}]$ e crescente em $[\frac{1}{2}, +\infty[$.

APLICAR Pág.159

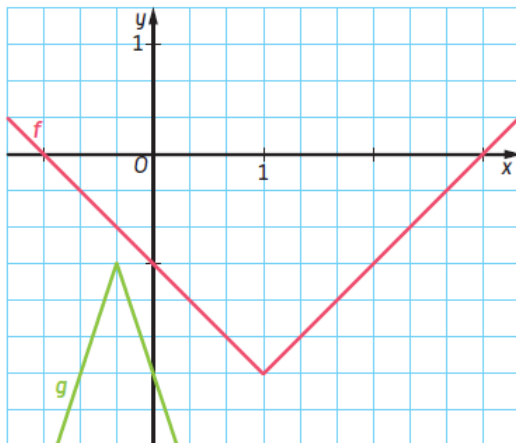
13.

13.1.

$$f(x) = |x - 1| - 2 = \begin{cases} x - 1 - 2 & \text{se } x - 1 \geq 0 \\ -(x - 1) - 2 & \text{se } x - 1 < 0 \end{cases} = \begin{cases} x - 3 & \text{se } x \geq 1 \\ -x - 1 & \text{se } x < 1 \end{cases}$$

$$g(x) = -|3x + 1| - 1 = \begin{cases} -(3x + 1) - 1 & \text{se } 3x + 1 \geq 0 \\ -[-(3x + 1)] - 1 & \text{se } 3x + 1 < 0 \end{cases} = \begin{cases} -3x - 2 & \text{se } x \geq -\frac{1}{3} \\ 3x & \text{se } x < -\frac{1}{3} \end{cases}$$

13.2.



$$D'_f = [-2, +\infty[\text{ e } D'_g =]-\infty, -1]$$

13.3.

x	$-\infty$	-1		3	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
f	\searrow	-2 min. abs.	\nearrow

x	$-\infty$	$+\infty$
$g(x)$	$-$	

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	$+\infty$
g	\nearrow	-1 max. abs.	\searrow

TAREFA 5 Pág.160

1.

1.1.

- a) $f(x) = 5 \Leftrightarrow |x| = 5 \Leftrightarrow x = -5 \vee x = 5$
Os objetos são -5 e 5 .
- b) $f(x) = -5 \Leftrightarrow |x| = -5$.
A equação é impossível, pois o valor absoluto de um número não pode ser negativo. Não há qualquer objeto cuja imagem por f seja -5 .
- c) $f(x) = 0 \Leftrightarrow |x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$
O objeto é 0 .

1.2.

- a) $f(x) > 2 \Leftrightarrow |x| > 2 \Leftrightarrow x < -2 \vee x > 2$
 $x \in]-\infty, -2[\cup]2, +\infty[$
- b) $f(x) \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow |x| \leq \frac{1}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2}$
 $x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$
- c) $f(x) < -1 \Leftrightarrow |x| < -1$
A inequação é impossível, pois o valor absoluto de um número não pode ser negativo. Não há qualquer valor de x nestas condições.

2.

2.1.

- a) $g(x) = 5 \Leftrightarrow |x| + 2 = 5 \Leftrightarrow |x| = 3 \Leftrightarrow x = -3 \vee x = 3$

Os objetos são -3 e 3 .

b) $g(x) = 2 \Leftrightarrow |x| + 2 = 2 \Leftrightarrow |x| = 0 \Leftrightarrow x = 0$

O objeto é 0 .

c) $g(x) = 1 \Leftrightarrow |x| + 2 = 1 \Leftrightarrow |x| = -1$

A equação é impossível, pois o valor absoluto de um número não pode ser negativo.

Não há qualquer objeto cuja imagem, por g , seja 1 .

2.2.

a) $h(x) = 5 \Leftrightarrow |x + 4| = 5 \Leftrightarrow x + 4 = -5 \vee x + 4 = 5 \Leftrightarrow x = -9 \vee x = 1$

Os objetos são -9 e 1 .

b) $h(x) = 0 \Leftrightarrow |x + 4| = 0 \Leftrightarrow x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = -4$

O objeto é -4 .

c) $h(x) = -3 \Leftrightarrow |x + 4| = -3$.

A equação é impossível, pois o valor absoluto de um número não pode ser negativo. Não há qualquer objeto cuja imagem, por h , seja -3 .

2.3.

a) $g(x) > 2 \Leftrightarrow |x| + 2 > 2 \Leftrightarrow |x| > 0$

$$x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$$

b) $h(x) \leq 7 \Leftrightarrow |x + 4| \leq 7 \Leftrightarrow -7 \leq x + 4 \leq 7 \Leftrightarrow -11 \leq x \leq 3$

$$x \in [-11, 3]$$

c) $h(x) < -2 \Leftrightarrow |x + 4| < -2$

A inequação é impossível, pois o valor absoluto de um número não pode ser negativo.

Não há qualquer valor de x nestas condições.

APLICAR Pág.161

14.

14.1. $S = \{-7, 7\}$

14.2. $S = \{0\}$

14.3. $S = \emptyset$

14.4. $|x| = \frac{3}{8} \Leftrightarrow x = -\frac{3}{8} \vee x = \frac{3}{8}$

$$S = \left\{ -\frac{3}{8}, \frac{3}{8} \right\}$$

14.5. $|x| = -\sqrt{3} \quad S = \emptyset$

14.6. $|x| - 2 = 5 \Leftrightarrow |x| = 5 + 2 \Leftrightarrow |x| = 7 \Leftrightarrow x = -7 \vee x = 7$

$$S = \{-7, 7\}$$

15.

15.1. $|2x| = 6 \Leftrightarrow 2x = -6 \vee 2x = 6 \Leftrightarrow x = -\frac{6}{2} \vee x = \frac{6}{2} \Leftrightarrow x = -3 \vee x = 3$

$$S = \{-3, 3\}$$

$$15.2. |-3x| = 18 \Leftrightarrow -3x = -18 \vee -3x = 18 \Leftrightarrow x = \frac{-18}{-3} \vee x = \frac{18}{-3} \Leftrightarrow x = 6 \vee x = -6$$

$$S = \{-6, 6\}$$

$$15.3. |x - 1| = 5 \Leftrightarrow x - 1 = -5 \vee x - 1 = 5 \Leftrightarrow x = -5 + 1 \vee x = 5 + 1 \Leftrightarrow x = -4 \vee x = 6$$

$$S = \{-4, 6\}$$

$$15.4. |x + 23| = -21$$

$$S = \emptyset$$

$$15.5. 2|x - 3| - 1 = 5 \Leftrightarrow 2|x - 3| = 5 + 1 \Leftrightarrow 2|x - 3| = 6 \Leftrightarrow |x - 3| = \frac{6}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow |x - 3| = 3 \Leftrightarrow x - 3 = -3 \vee x - 3 = 3 \Leftrightarrow x = -3 + 3 \vee x = 3 + 3 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = 6$$

$$S = \{0, 6\}$$

APLICAR Pág.162

16. Seja x a massa final de uma embalagem (em gramas)

$$|x - 120 - 10| \leq 2\% \times 120 \Leftrightarrow |x - 130| \leq 2,4$$

R.: $|x - 130| \leq 2,4$

APLICAR Pág.163

17.

$$17.1. |x| < 6 \Leftrightarrow -6 < x < 6$$

$$S =]-6, 6[$$

$$17.2. |x| + 2 > 7 \Leftrightarrow |x| > 7 - 2 \Leftrightarrow |x| > 5 \Leftrightarrow x < -5 \vee x > 5$$

$$S =]-\infty, -5[\cup]5, +\infty[$$

$$17.3. |x| + 5 > 1 \Leftrightarrow |x| > 1 - 5 \Leftrightarrow |x| > -4$$

O módulo de um número é sempre maior do que qualquer número negativo.

$$S = \mathbb{R}$$

$$17.4. 2 - |x| \geq 6 \Leftrightarrow -|x| \geq 6 - 2 \Leftrightarrow -|x| \geq 4 \Leftrightarrow |x| \leq -4$$

$$S = \emptyset$$

18.

$$18.1. |x - 1| < 12 \Leftrightarrow -12 < x - 1 < 12 \Leftrightarrow -12 + 1 < x - 1 + 1 < 12 + 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -11 < x < 13$$

$$S =]-11, 13[$$

18.2. $|5x| \geq -8$

$S = \mathbb{R}$

18.3. $|x + 8| - 3 \geq 3 \Leftrightarrow |x + 8| \geq 3 + 3 \Leftrightarrow |x + 8| \geq 6 \Leftrightarrow x + 8 \leq -6 \vee x + 8 \geq 6 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x \leq -6 - 8 \vee x \geq 6 - 8 \Leftrightarrow x \leq -14 \vee x \geq -2$

$S =]-\infty, -14[\cup]-2, +\infty[$

18.4. $1 - |x - 2| > 4 \Leftrightarrow -|x - 2| > 4 - 1 \Leftrightarrow -|x - 2| > 3 \Leftrightarrow |x - 2| < -3$

$S = \emptyset$

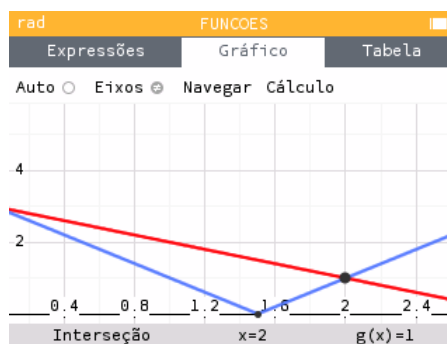
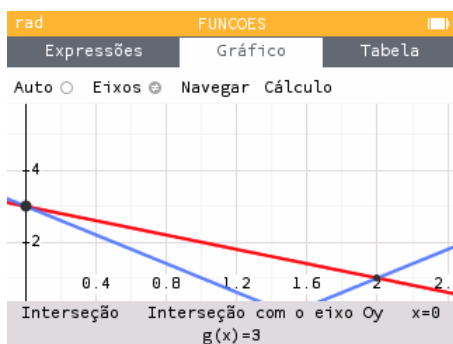
18.5. $3 + |3x + 5| \leq 3 \Leftrightarrow |3x + 5| \leq 3 - 3 \Leftrightarrow |3x + 5| \leq 0 \Leftrightarrow |3x + 5| = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 3x + 5 = 0 \Leftrightarrow 3x = -5 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{3}$

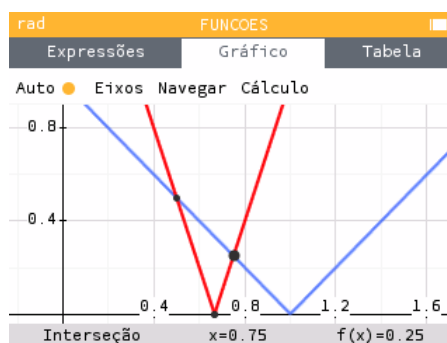
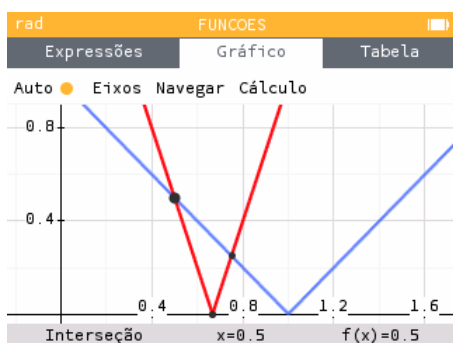
$S = \left\{-\frac{5}{3}\right\}$

19.

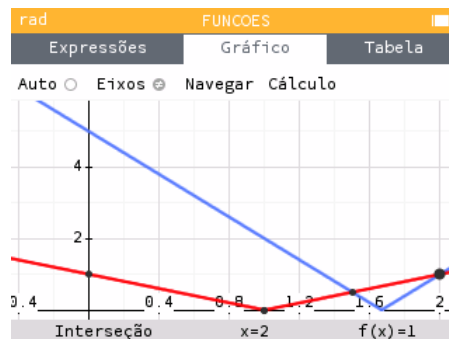
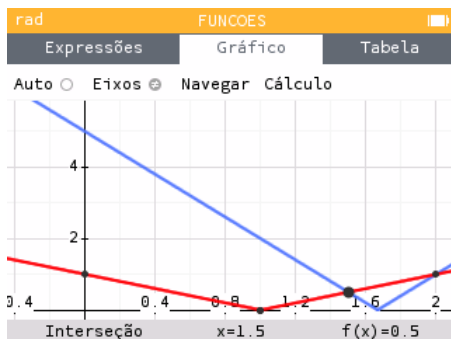
19.1. $S = \{0, 2\}$



19.2. $S =]0,5; 0,75[$



19.3. $S =]-\infty; -1,5] \cup [2, +\infty[$



20.

20.1. $|x - (-2,5)| = |x - 1|$

20.2. $|x - (-3)| < |x - 1,5|$

APLICAR + Pág.165

Itens de seleção

1.

- $-2 < x \leq 0$

$h(x) = 0 \Leftrightarrow 9 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 3 \vee x = -3$

Como -3 e 3 não pertencem ao intervalo que está a ser considerado ($] -2,0]$), a função h não tem zeros nesse intervalo.

- $0 < x < 3$

$h(x) = 0 \Leftrightarrow -3x + 6 = 0 \Leftrightarrow -3x = -6 \Leftrightarrow x = \frac{-6}{-3} \Leftrightarrow x = 2$

Como 2 pertence ao intervalo que está a ser considerado ($] 0,3 [$), 2 é zero da função h .

- $x \geq 3$

$h(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Como 0 não pertence ao intervalo que está a ser considerado ($[3, +\infty [$), a função h não tem zeros nesse intervalo.

R.: (D)

2. A função f é decrescente em $] -\infty, 0]$ e crescente em $[0, +\infty [$.

R.: (C)

3. O módulo de um número nunca é negativo.

R.: (A)

4. $|T - 50| < 50 \Leftrightarrow -50 < T - 50 < 50 \Leftrightarrow 0 < T < 100$

R.: (C)

$$5. |x - 5| + 2 > 1 \Leftrightarrow |x - 5| > 1 - 2 \Leftrightarrow |x - 5| > -1$$

Qualquer número real é solução da equação, pois o módulo de qualquer número real é maior do que qualquer número negativo.

R.: (D)

APLICAR + Págs. 166 a 171

Itens de construção

6.

6.1.

a) 0,7728 €

b) $14,532 \text{ m}^3 \times 0,7728 \text{ €/m}^3 \approx 11,23 \text{ €}$

6.2.

$$a) f(x) = \begin{cases} 0,4133 & \text{se } 0 < x \leq 5 \\ 0,7728 & \text{se } 5 < x \leq 15 \\ 1,8188 & \text{se } 15 < x \leq 25 \\ 2,3148 & \text{se } x > 25 \end{cases}$$

$$b) g(x) = \begin{cases} 0,4133x & \text{se } 0 < x \leq 5 \\ 0,7728x & \text{se } 5 < x \leq 15 \\ 1,8188x & \text{se } 15 < x \leq 25 \\ 2,3148x & \text{se } x > 25 \end{cases}$$

7.

$$7.1. f(x) = \begin{cases} 2 & \text{se } x \leq -2 \\ -x & \text{se } -2 < x \leq 2 \\ -2 & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

$$7.4. f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{1}{2} & \text{se } x \leq 1 \\ 1 & \text{se } 1 < x \leq 2 \\ (x - 3)^2 - 2 & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

$$7.2. f(x) = \begin{cases} x + 3 & \text{se } x \leq 1 \\ 2 & \text{se } 1 < x \leq 3 \\ x - 1 & \text{se } 3 < x \leq 5 \\ -2x + 14 & \text{se } x > 5 \end{cases}$$

$$7.5. f(x) = \begin{cases} -\frac{x}{3} - 2 & \text{se } x < -3 \\ 2 & \text{se } x = -3 \\ \frac{x}{3} & \text{se } x > -3 \end{cases}$$

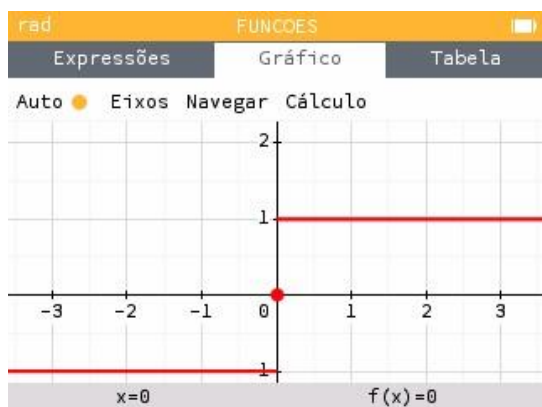
$$7.3. f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{se } x \leq 1 \\ -3 & \text{se } 1 < x \leq 3 \\ x - 6 & \text{se } 3 < x < 6 \end{cases}$$

$$7.6. f(x) = \begin{cases} (x + 4)^2 & \text{se } x \leq -2 \\ 7 & \text{se } -1 < x < 1 \\ (x - 4)^2 & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$$

8.

8.1. $\text{sgn}\left(-\frac{5}{3}\right) = -1$, $\text{sgn}(\sqrt{11}) = 1$

8.2.



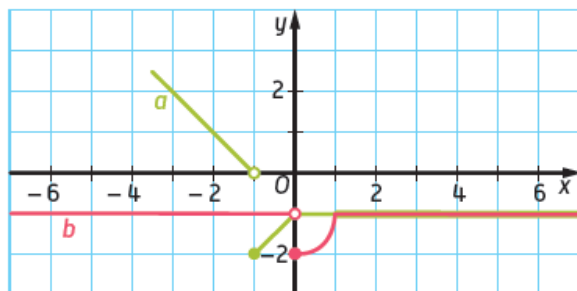
8.3. $D = \mathbb{R}$; $D' = \{-1,0,1\}$

8.4. 1 é o máximo absoluto e -1 é o mínimo absoluto da função.

9.

9.1. $a\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + b\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = -1 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 2 = -1 + \frac{2}{4} - 2 = -3 + \frac{1}{2} = -\frac{6}{2} + \frac{1}{2} = -\frac{5}{2}$

9.2.



9.3. a é decrescente em $]-\infty, -1]$, crescente em $[-1,0]$ e constante em $[0, +\infty[$.

9.4. Analiticamente...

- $x \in]-\infty, -1[$
 $-x - 1 = 0 \Leftrightarrow -1 = x$
 -1 não pertence a $]-\infty, -1[$, logo, a função não tem zeros nesse intervalo.

- $x \in [-1,0[$

$x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$

1 não pertence a $[-1,0[$, logo, a função não tem zeros nesse intervalo.

- $x \in [0, +\infty[$

Todas as imagens são iguais a -1 , logo, a função não tem zeros nesse intervalo

R.:(A)

9.5. Analiticamente...

- $x \in]-\infty, -1[$

$$a(x) = b(x) \Leftrightarrow -x - 1 = -1 \Leftrightarrow -x = -1 + 1 \Leftrightarrow -x = 0 \Leftrightarrow x = 0$$

Como $0 \notin]-\infty, -1[$, conclui-se que a equação não tem soluções em $]-\infty, -1[$.

- $x \in [-1, 0[$

$$a(x) = b(x) \Leftrightarrow x - 1 = -1 \Leftrightarrow x = -1 + 1 \Leftrightarrow x = 0$$

Como $0 \notin [-1, 0[$, conclui-se que a equação não tem soluções em $[-1, 0[$.

- $x \in [0, 1[$

$$a(x) = b(x) \Leftrightarrow -1 = x^2 - 2 \Leftrightarrow -1 + 2 = x^2 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{1} \Leftrightarrow x = \pm 1$$

Como nem -1 nem 1 pertencem a $[0, 1[$, conclui-se que a equação não tem soluções em $[0, 1[$.

- $x \in [1, +\infty[$

$$a(x) = b(x) \Leftrightarrow -1 = -1$$

Para qualquer valor no intervalo $[1, +\infty[$, $a(x) = b(x)$.

$$S = [1, +\infty[$$

R.: (C)

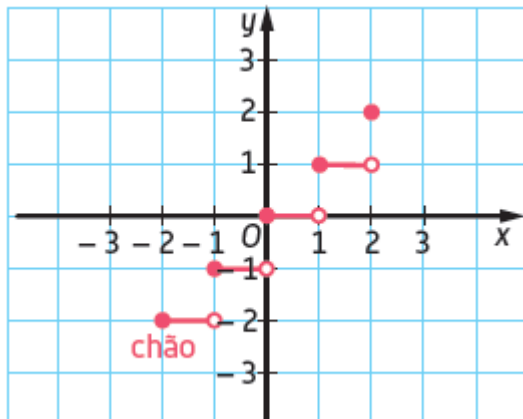
10.

10.1.

- a) $ch\tilde{a}o(1,58) = 1$; $teto(1,58) = 2$
- b) $ch\tilde{a}o(-5,37) = -6$; $teto(-5,37) = -5$
- c) $ch\tilde{a}o(4) = 4$; $teto(4) = 4$

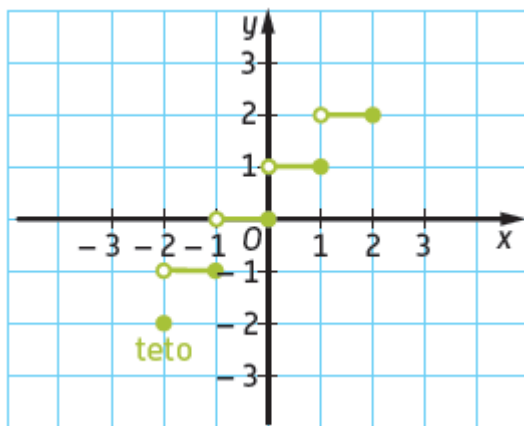
10.2.

$$ch\tilde{a}o(x) = \begin{cases} -2 & \text{se } -2 \leq x < -1 \\ -1 & \text{se } -1 \leq x < 0 \\ 0 & \text{se } 0 \leq x < 1 \\ 1 & \text{se } 1 \leq x < 2 \\ 2 & \text{se } x = 2 \end{cases}$$



10.3.

$$teto(x) = \begin{cases} -2 & \text{se } x = -2 \\ -1 & \text{se } -2 < x \leq -1 \\ 0 & \text{se } -1 < x \leq 0 \\ 1 & \text{se } 0 < x \leq 1 \\ 2 & \text{se } 1 < x \leq 2 \end{cases}$$



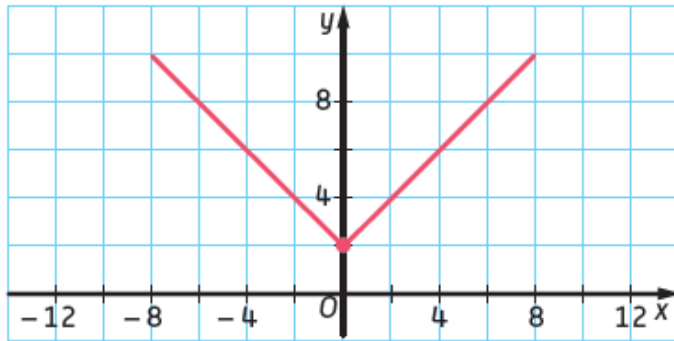
10.4. $D'_{ch\tilde{a}o} = D'_{teto} = \mathbb{Z}$

10.5.

```
import math
x=float(input("valor de x: "))
print("ch\~ao(",x,") =",math.floor(x))
print("teto(",x,") =",math.ceil(x))
```

11.

$$11.1. a(x) = |x| + 4 = \begin{cases} x + 4 & \text{se } x \geq 0 \\ -x + 4 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

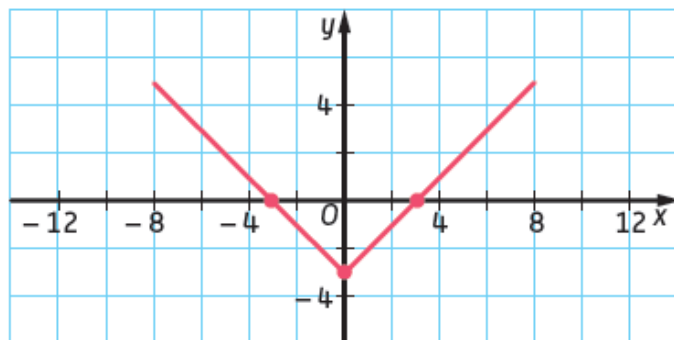


$$D'_a = [4, +\infty[$$

x	$-\infty$	$+\infty$
$a(x)$	+	

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$a(x)$	↘	4 mín abs	↗

$$11.2. b(x) = |x| - 3 = \begin{cases} x - 3 & \text{se } x \geq 0 \\ -x - 3 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

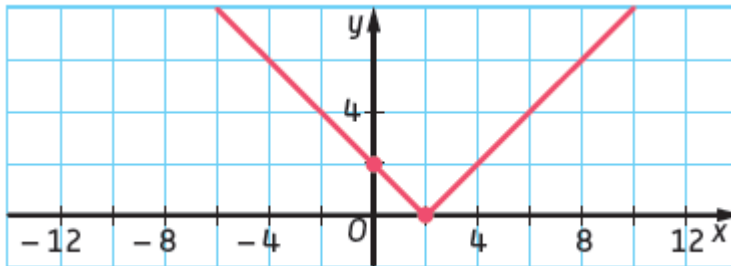


$$D'_b = [-3, +\infty[$$

x	$-\infty$	-3	3	$+\infty$	
$b(x)$	+	0	-	0	+

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$b(x)$	↘	-3 mín abs	↗

$$11.3. c(x) = |x - 2| = \begin{cases} x - 2 & \text{se } x - 2 \geq 0 \\ -(x - 2) & \text{se } x - 2 < 0 \end{cases} = \begin{cases} x - 2 & \text{se } x \geq 2 \\ -x + 2 & \text{se } x < 2 \end{cases}$$

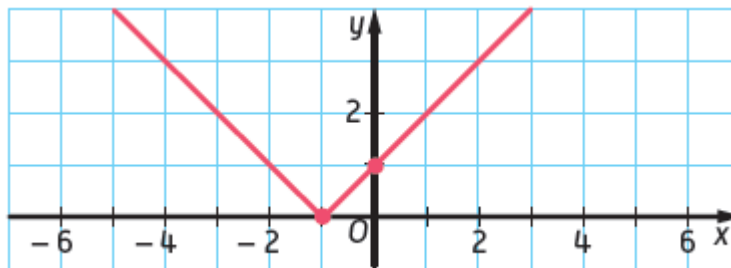


$$D'_c = [0, +\infty[$$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$c(x)$	+	0	+

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$c(x)$	↘	0 mín abs	↗

$$11.4. d(x) = |x + 1| = \begin{cases} x + 1 & \text{se } x + 1 \geq 0 \\ -(x + 1) & \text{se } x + 1 < 0 \end{cases} = \begin{cases} x + 1 & \text{se } x \geq -1 \\ -x - 1 & \text{se } x < -1 \end{cases}$$

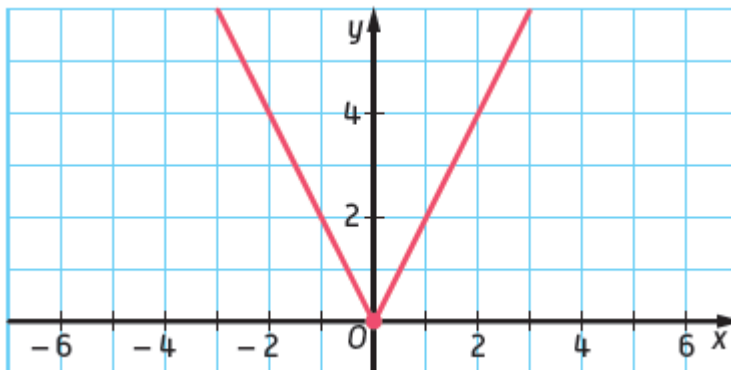


$$D'_d = [0, +\infty[$$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$d(x)$	+	0	+

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$d(x)$	↘	0 mín abs	↗

$$11.5. e(x) = 3|x| = \begin{cases} 3x & \text{se } x \geq 0 \\ 3(-x) & \text{se } x < 0 \end{cases} = \begin{cases} 3x & \text{se } x \geq 0 \\ -3x & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

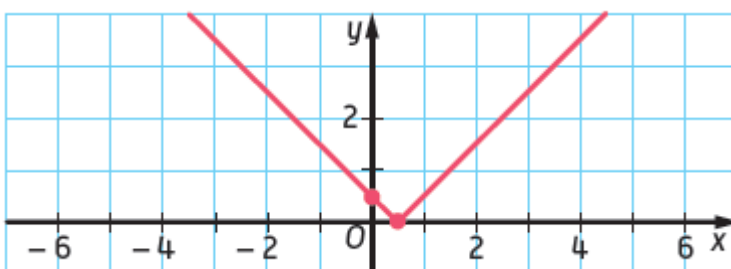


$$D'_e = [0, +\infty[$$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$e(x)$	+	0	+

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$e(x)$	↘	0 mín abs	↗

$$11.6. f(x) = |2x - 1| = \begin{cases} 2x - 1 & \text{se } 2x - 1 \geq 0 \\ -(2x - 1) & \text{se } 2x - 1 < 0 \end{cases} = \begin{cases} 2x - 1 & \text{se } x \geq \frac{1}{2} \\ -2x + 1 & \text{se } x < \frac{1}{2} \end{cases}$$

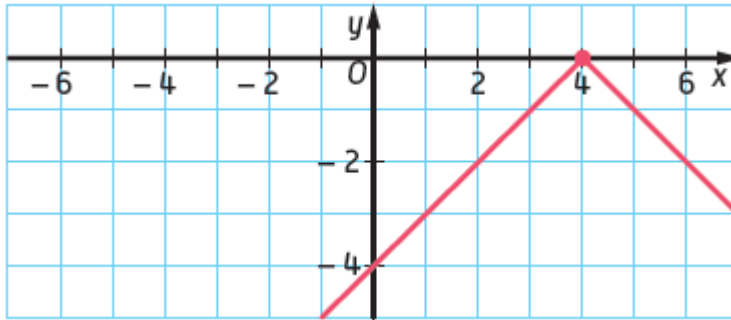


$$D'_f = [0, +\infty[$$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	+	0	+

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f(x)$	↘	0 mín abs	↗

$$11.7. g(x) = -|x - 4| = \begin{cases} -(x - 4) & \text{se } x - 4 \geq 0 \\ -[-(x - 4)] & \text{se } x - 4 < 0 \end{cases} = \begin{cases} -x + 4 & \text{se } x \geq 4 \\ x - 4 & \text{se } x < 4 \end{cases}$$

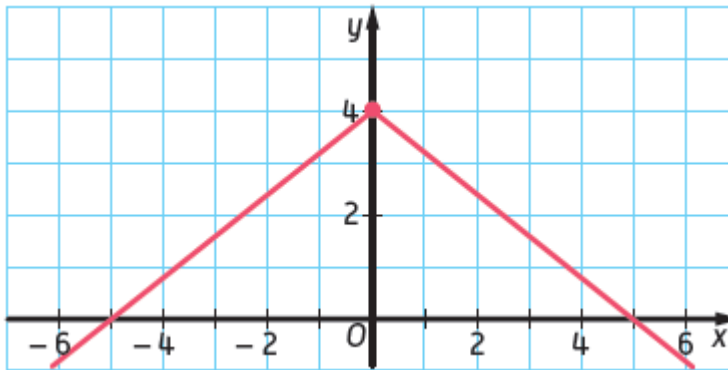


$$D'_g =]-\infty, 0]$$

x	$-\infty$	4	$+\infty$
$g(x)$	-	0	-

x	$-\infty$	4	$+\infty$
$g(x)$	↗	0 máx abs	↘

$$11.8. h(x) = 5 - |x| = \begin{cases} 5 - x & \text{se } x \geq 0 \\ 5 - (-x) & \text{se } x < 0 \end{cases} = \begin{cases} -x + 5 & \text{se } x \geq 0 \\ x + 5 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

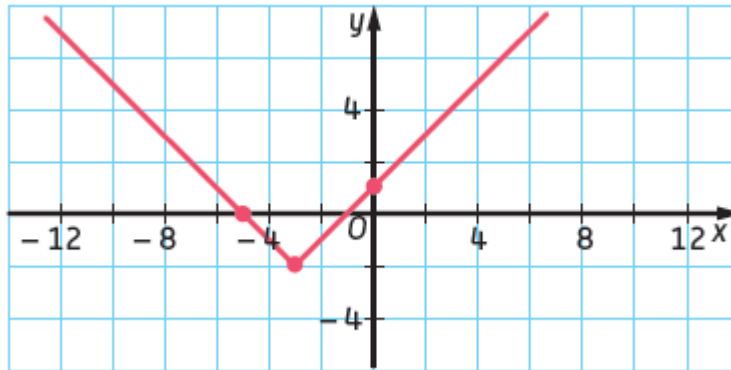


$$D'_h =]-\infty, 5]$$

x	$-\infty$	-5	5	$+\infty$	
$h(x)$	-	0	+	0	-

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$h(x)$	↗	5 máx abs	↘

$$11.9. i(x) = |x + 3| - 2 = \begin{cases} x + 3 - 2 & \text{se } x + 3 \geq 0 \\ -(x + 3) - 2 & \text{se } x + 3 < 0 \end{cases} = \begin{cases} x + 1 & \text{se } x \geq -3 \\ -x - 5 & \text{se } x < -3 \end{cases}$$



$$D'_i = [-2, +\infty[$$

x	$-\infty$	-5		-1	$+\infty$
$i(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$i(x)$	\searrow	-2 mín abs	\nearrow

12.

12.1.

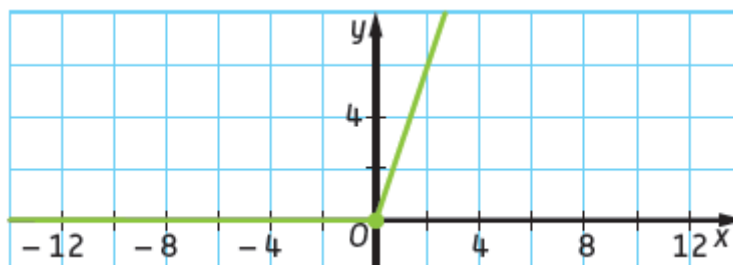
a) $f(6) = |6| + 6 = 6 + 6 = 12$

b) $f(-2) = |-2| + (-2) = 2 - 2 = 0$

c) $f(0) = |0| + 0 = 0 + 0 = 0$

12.2. $f(x) = |x| + x = \begin{cases} x + x & \text{se } x \geq 0 \\ -x + x & \text{se } x < 0 \end{cases} = \begin{cases} 2x & \text{se } x \geq 0 \\ 0 & \text{se } x < 0 \end{cases}$

12.3.



12.4. A função f é positiva em $]0, +\infty[$ e nula em $]-\infty, 0]$.

12.5. A função f é crescente em $[0, +\infty[$ e constante em $]-\infty, 0]$.

12.6.

a) $2x = 4 \Leftrightarrow x = \frac{4}{2} = 2$

R.: $S = \{2\}$

b) A função f nunca é negativa, logo, a equação é impossível. R.: $S = \emptyset$

c) A função f é nula em $]-\infty, 0]$. R.: $S =]-\infty, 0]$

13.

13.1.

a) $f(0) = |0 - 2| - 5 = 2 - 5 = -3$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow |x - 2| - 5 = 0 \Leftrightarrow |x - 2| = 5$

$x - 2$ é 5 ou -5 e, portanto, x é 7 ou -3

R.: $(-3, 0)$, $(7, 0)$ e $(0, -3)$

b) $g(0) = 4 - |0 + 1| = 4 - 1 = 3$

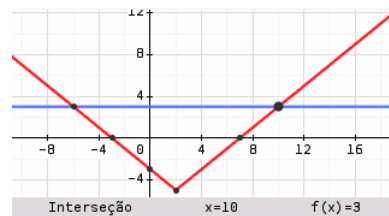
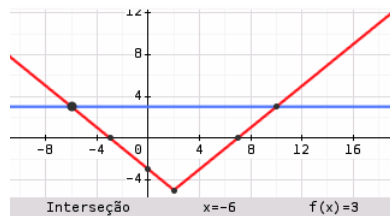
$g(x) = 0 \Leftrightarrow 4 - |x + 1| \Leftrightarrow 4 = |x + 1|$

$x + 1$ é 4 ou -4 e, portanto, x é 3 ou -5

R.: $(-5, 0)$, $(3, 0)$ e $(0, 3)$

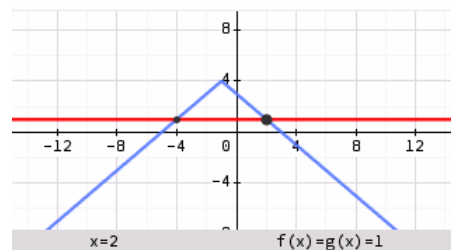
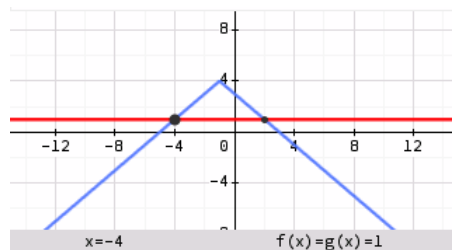
13.2.

a)



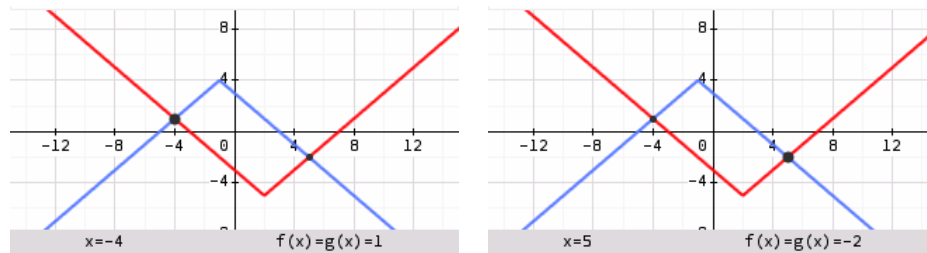
R.: $]-6, 10[$

b)



R.: $]-\infty, -4] \cup [2, +\infty[$

c)



R.:]-4,5[

14.

14.1. $5\% \times 14 = 0,05 \times 14 = 0,7$

R.: 700 g

14.2. A cadela é da raça Boxer, pois a massa mínima para ser aplicada a tabela é 50 % da massa ideal para a raça. Como $\frac{14}{50\%} = 28$, conclui-se que a cadela é da raça Boxer.

14.3. Massa ideal de uma cadela *Bichon Frisé*: 8 kg

$$8 \text{ kg} - 50\% \times 8 \text{ kg} = 8 \text{ kg} - 4 \text{ kg} = 4 \text{ kg}$$

$$8 \text{ kg} + 50\% \times 8 \text{ kg} = 8 \text{ kg} + 4 \text{ kg} = 12 \text{ kg}$$

$$R.: g(x) = \begin{cases} 480 & \text{se } 4 \leq x \leq 5 \\ \square & \square \\ 400 & \text{se } 5 < x \leq 12 \end{cases}$$

15.

15.1.

a) $0,145 \times 7070 \text{ €} = 1025,15 \text{ €}$

b) $0,145 \times 7116 \text{ €} + 0,23 \times (10\ 500 - 7116)\text{€} = 1810,14 \text{ €}$

c) $0,32141 \times 36757 \text{ €} + 0,435 \times (37800 - 36757)\text{€} \approx 12\ 267,77 \text{ €}$

15.2.

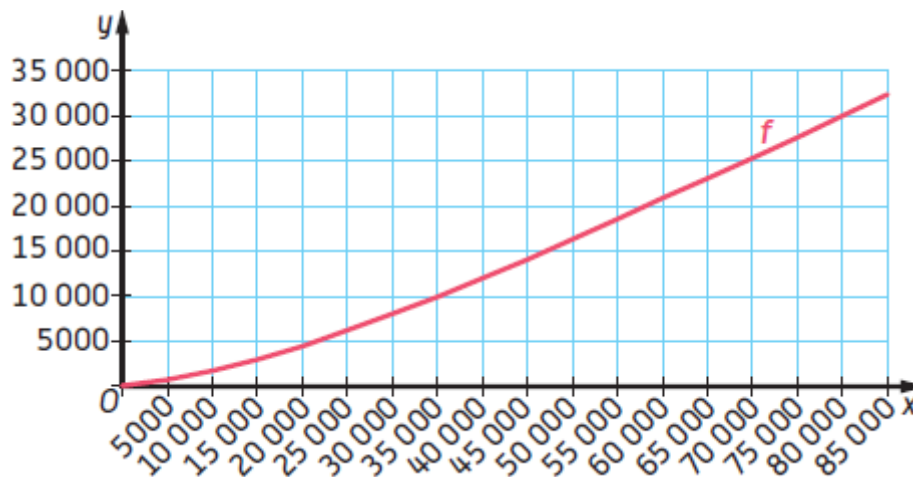
$$i(x) = \begin{cases} 0,145x & \text{se } 0 \leq x < 7116 \\ 0,145 \times 7116 + 0,23(x - 7116) & \text{se } 7116 < x \leq 10736 \\ 0,17366 \times 10\ 736 + 0,265(x - 10\ 736) & \text{se } 10736 < x \leq 15216 \\ 0,20055 \times 15\ 216 + 0,285(x - 15\ 216) & \text{se } 15\ 216 \leq x < 19\ 696 \\ 0,21976 \times 19\ 696 + 0,35(x - 19\ 696) & \text{se } 19\ 696 < x \leq 25\ 076 \\ 0,2477 \times 25\ 076 + 0,37(x - 25\ 076) & \text{se } 25\ 076 < x \leq 36\ 757 \\ 0,28657 \times 36\ 757 + 0,435(x - 36\ 757) & \text{se } 36\ 757 < x \leq 48\ 033 \\ 0,32141 \times 48\ 033 + 0,45(x - 48\ 033) & \text{se } 48\ 033 < x \leq 75\ 009 \\ 0,36766 \times 75\ 009 + 0,48(x - 75\ 009) & \text{se } x > 75\ 009 \end{cases} =$$

$$= \begin{cases} 0,145x & \text{se } 0 \leq x < 7116 \\ 1031,82 + 0,23(x - 7116) & \text{se } 7116 < x \leq 10736 \\ 1864,41376 + 0,265(x - 10736) & \text{se } 10736 < x \leq 15216 \\ 3051,5688 + 0,285(x - 15216) & \text{se } 15216 \leq x < 19696 \\ 4328,39296 + 0,35(x - 19696) & \text{se } 19696 < x \leq 25076 \\ 6211,3252 + 0,37(x - 25076) & \text{se } 25076 < x \leq 36757 \\ 10533,4535 + 0,435(x - 36757) & \text{se } 36757 < x \leq 48033 \\ 15438,2865 + 0,45(x - 48033) & \text{se } 48033 < x \leq 75009 \\ 27577,8089 + 0,48(x - 75009) & \text{se } x > 75009 \end{cases} =$$

$$= \begin{cases} 0,145x & \text{se } 0 \leq x < 7116 \\ 0,23x - 604,86 & \text{se } 7116 < x \leq 10736 \\ 0,265x - 980,62624 & \text{se } 10736 < x \leq 15216 \\ 0,285x - 1284,9912 & \text{se } 15216 \leq x < 19696 \\ 0,35x - 2565,20704 & \text{se } 19696 < x \leq 25076 \\ 0,37x - 3066,7948 & \text{se } 25076 < x \leq 36757 \\ 0,435x - 5455,8415 & \text{se } 36757 < x \leq 48033 \\ 0,45x - 6176,5635 & \text{se } 48033 < x \leq 75009 \\ 0,48x - 8426,5111 & \text{se } x > 75009 \end{cases}$$

Nota: Os valores arredondados às centésimas dos termos independentes das expressões dos diferentes ramos correspondem às parcelas a abater que aparecem nas “tabelas práticas de IRS”.

15.3.



16.

16.1.

- a) A distância entre os pontos P e Q é mínima quando estes coincidem e tal acontece quando o Ponto P pertence à reta r , ou seja, quando P é o ponto de interseção das retas r e t , isto é, quando P coincide com A (o ponto A pertence à reta t pois $y_A = \frac{x_A}{2}$).

R.: A função f tem mínimo absoluto 0 e minimizante 2.

b)

Cálculo da ordenada do ponto Q , em função da sua abcissa x que é igual à abcissa do ponto P , tendo em conta que Q pertence à reta AB :

$$AB: y = mx + b$$

$$\begin{cases} 1 = m \times 2 + b \\ 0 = m \times 3 + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 2m = b \\ -3m = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 2m = -3m \\ = -3m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m + 3m = -1 \\ = -1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ -3 \times (-1) = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ 3 = b \end{cases}$$

$$AB: y = -x + 3$$

$$P(x, \frac{x}{2})$$

$$Q(x, -x + 3)$$

$$f(x) = |y_P - y_Q| = \left| \frac{x}{2} - (-x + 3) \right| = \left| \frac{x}{2} + x - 3 \right| = \left| \frac{3x}{2} - 3 \right|$$

$$\mathbf{R.:} f(x) = \left| \frac{3x}{2} - 3 \right|$$

16.2.

a) Se considerarmos para base do triângulo o lado $[OB]$, o comprimento da base é constante e igual a 3. Quando o ponto P coincidir com a origem do referencial, os vértices do triângulo coincidem e, portanto, não existe triângulo, ou seja, a função toma o valor zero.

R.: A função g tem mínimo absoluto 0 e minimizante 0.

$$\mathbf{b)} \quad A_{[OBP]} = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2} = \frac{3 \times |y_P|}{2} = \frac{3 \times \left| \frac{x}{2} \right|}{2} = \frac{3}{2} \left| \frac{x}{2} \right|$$

$$g(x) = \frac{3}{2} \left| \frac{x}{2} \right| = \begin{cases} \frac{3}{2} \times \frac{x}{2} & \text{se } \frac{x}{2} \geq 0 \\ \frac{3}{2} \times \left(-\frac{x}{2}\right) & \text{se } \frac{x}{2} < 0 \end{cases} = \begin{cases} \frac{3x}{4} & \text{se } x \geq 0 \\ -\frac{3x}{4} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

$$\mathbf{R.:} g(x) = \begin{cases} \frac{3x}{4} & \text{se } x \geq 0 \\ -\frac{3x}{4} & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

AVALIAR Págs.172 e 173

1.

$$1.1. f(-3) + f(-2) \times f(5) = [-3 + 2] + [(-2)^2 - 1] \times [5 - 2] = -1 + 3 \times 3 = 8$$

$$f(-3) + f(-2) \times f(5) = 8$$

1.2.

- $x < -2$

$$x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$$

Como $0 \notin]-\infty, -2[$, a função f não tem zeros neste intervalo.

- $-2 \leq x < 2$

$$x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{1} \Leftrightarrow x = \pm 1$$

Como $\{-1, 1\} \subset [-2, 2[$, a função f tem zeros -1 e 1 neste intervalo.

- $x \geq 2$

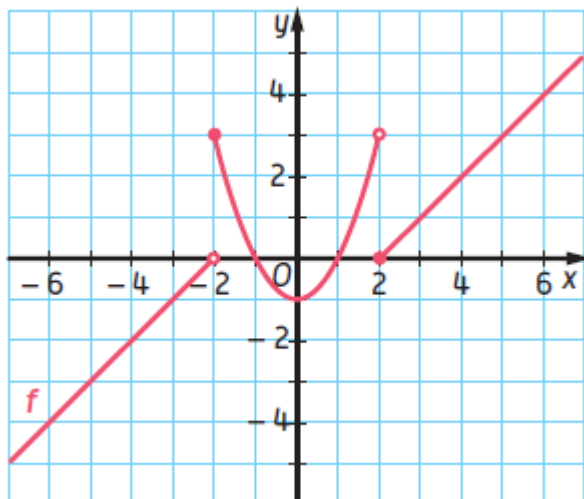
$$x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$$

Como $2 \in [2, +\infty[$, a função f tem zero 2 neste intervalo.

- $f(0) = 0^2 - 1 = -1$

R.: O gráfico da função f interseca o eixo dos xx nos pontos de coordenadas $(-1, 0)$, $(1, 0)$ e $(2, 0)$ e interseca o eixo dos yy no ponto de coordenada $(0, -1)$.

1.3.



1.4. f é crescente em $]-\infty, -2]$, em $[0, 2[$ e em $[2, +\infty[$. f é decrescente em $[-2, 0]$.

3 é máximo relativo, quando x é -2 ; -1 e 2 são mínimos relativos, respetivamente quando x é 0 e 2 . f não tem extremos absolutos.

2.

- Em $x \leq -1$, $g(x) = ax + b$
 $g(-1) = 0 \Leftrightarrow -a + b = 0 \Leftrightarrow a = b$
 $g(-2) = 1 \Leftrightarrow -2a + b = 1 \Leftrightarrow b = 2a + 1$
 Logo, $a = 2a + 1 \Leftrightarrow a = -1$
 $a = b = -1$
 $g(x) = -x - 1$.
- Em $-1 < x \leq 2$, $g(x) = ax^2 + 1$ com $g(1) = 0$
 $g(1) = 0 \Leftrightarrow a \times 1^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow a = -1$, logo, $g(x) = -x^2 + 1$.
- Em $x > 2$, g é constante e igual a -3 .

$$f(x) = \begin{cases} -x - 1 & \text{se } x \leq -1 \\ -x^2 + 1 & \text{se } -1 < x \leq 2 \\ -3 & \text{se } x > 2 \end{cases}$$

3. Nos primeiros 10 m^3 tem um valor fixo de $2,5$ ao qual se acrescenta um euro por metro cúbico, logo, o valor é dado por $2,5 + x$.

A partir dos 10 m^3 temos o valor fixo correspondente ao valor a pagar pelos 10 m^3 ($2,5 + 10 = 12,5$) ao qual teremos de acrescentar 2 euros por cada metro cúbico consumido após os primeiros 10 m^3 . Logo, o valor é dado por $12,5 + 2(x - 10)$.

R.: (D)

4.

4.1. Para que $f(x)$ seja 10 , o valor de $|x - 3|$ tem de ser 10 .

Assim, o valor de $x - 3$ terá de ser 10 ou -10 e, portanto, x é 13 ou -7 .

R.: -7 e 13 .

$$4.2. f(x) = \begin{cases} x - 3 & \text{se } x - 3 \geq 0 \\ -(x - 3) & \text{se } x - 3 < 0 \end{cases} = \begin{cases} x - 3 & \text{se } x \geq 3 \\ -x + 3 & \text{se } x < 3 \end{cases}$$

4.3. $f(x) < m$ é impossível quando $m < 0$, visto que o valor absoluto de um número não pode ser negativo.

5.

5.1. O gráfico A corresponde ao plano II, pois permanece constante nos 14 euros durante os primeiros 130 minutos. O gráfico B corresponde ao plano I, uma vez que permanece constante e igual a 12 nos primeiros 100 minutos.

5.2. $12 + 0,09 \times 40 = 12 + 3,6 = 15,6$

R.: No plano I, 90 minutos custam 12 euros e 140 minutos custam 15,60 euros.

5.3. No plano II, os primeiros 130 minutos custam 14 euros, logo, a um valor total de 150 euros corresponde um valor de 136 euros ($150 - 14 = 136$) a pagar pelos minutos seguintes.

Cada minuto a partir dos 130 minutos custa 0,12 euros, logo, foram 1133 minutos ($\frac{136}{0,12} = 1100$).

$130 + 1133 = 1263$

R.: 1263 minutos

5.4. O primeiro ponto de interseção dos gráficos corresponde ao tempo em que se paga 14 euros com o plano I. Ora, como se paga 12 euros pelos primeiros 100 minutos, paga-se 2 euros pelos minutos seguintes e, como cada minuto seguinte é faturado a 0,09 euros, são cerca de 22 minutos ($\frac{2}{0,09} \approx 22,22$).

Pela análise do gráfico, conclui-se que os gráficos dos dois planos voltam a intersestar-se entre os 150 e os 200 minutos.

n.º de minutos	Custo (em euros)	
	Plano I	Plano II
150	$12 + 0,09 \times (150 - 100) = 16,5$	$14 + 0,12 \times (150 - 130) = 16,4$
151	$16,5 + 0,09 = 16,59$	$16,4 + 0,12 = 16,52$
152	$16,59 + 0,09 = 16,68$	$16,52 + 0,12 = 16,64$
153	$16,68 + 0,09 = 16,77$	$16,64 + 0,12 = 16,76$
154	$16,77 + 0,09 = 16,86$	$16,76 + 0,12 = 16,88$

O custo volta a ser mais baixo no plano I aos 154 minutos.

R.: É mais vantajoso optar pelo plano II para chamadas com duração maior do que 23 minutos e menor do que 153 minutos.

5.5.

$$g(x) = \begin{cases} 12 & \text{se } 0 \leq x \leq 100 \\ 12 + 0,09(x - 100) & \text{se } x > 100 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 14 & \text{se } 0 \leq x \leq 130 \\ 14 + 0,12(x - 130) & \text{se } x > 130 \end{cases}$$

PREPARAR EXAME Págs.176 e 179

1.

1.1. $[-7, -4[\cup [-3, 2]$

1.2. (C)

1.3. 3

1.4. $[-3, -1] \cup]5, 8]$

2. Rejeita-se o I pelo facto de, neste gráfico, a altura de ambos os recipientes estar a aumentar.

Rejeita-se o II, pois, por exemplo, no gráfico a altura da água no recipiente A não começa a diminuir logo no início da contagem do tempo.

R.: III

3.

- Como o declive da reta, a , é positivo e a ordenada na origem, b , é negativa, então, $a \times b < 0$ e $a - b > 0$.
- A função f é uma função afim, de declive diferente de zero, então, tem apenas um zero.
- O zero da função é um número positivo, $-\frac{b}{a}$, logo, f é positiva em $]-\frac{b}{a}, +\infty[$.

R.: (B)

4.

- A afirmação I é falsa, uma vez que se $b^2 - 4ac = 0$ a equação $g(x) = 0$ tem uma única solução e, portanto, a função g tem um zero.
- A afirmação II é falsa, pois, como tem domínio \mathbb{R} , a função g tem um único extremo que corresponde à ordenada do vértice da parábola que a representa graficamente e, como $a > 0$, a parábola tem concavidade voltada para cima e, portanto, a função tem um mínimo absoluto.
- A afirmação III é verdadeira, visto que $0 \in D_g$ e $g(0) = c$, logo, a equação $g(x) = c$ tem pelo menos uma solução – o zero de g .

5. Como a função é positiva em $]0, 4[$ e é representada graficamente por uma parábola, com concavidade voltada para baixo. Assim, o coeficiente de x^2 é negativo. Excluimos, assim, as opções (A) e (C). Temos ainda que 0 e 4 são os zeros da função, logo, excluimos a opção (B).

R.: (D)

6.

6.1. O vértice de f é $(0, 0)$.

Como a representação gráfica da função g obtém-se fazendo uma deslocação horizontal de 3 unidades para a direita. Assim, o vértice de g será $(0 + 3, 0)$, ou seja, $(3, 0)$.

R.: (C)

6.2. A representação gráfica da função h obtém-se fazendo uma deslocação vertical de 2 unidades para cima da parábola que representa graficamente a função f .

7.

$$7.1. h(0) = -4,9 \times 0^2 + 39,2 \times 0 + 52 = 52$$

R.: O projétil foi lançado a 52 m de altura.

$$7.2. h(x) = 52 \Leftrightarrow -4,9 t^2 + 39,2t + 52 = 52 \Leftrightarrow -4,9 t^2 + 39,2t = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t(-4,9 t + 39,2) = 0 \Leftrightarrow t = 0 \vee -4,9 t + 39,2 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = 0 \vee -4,9 t = -39,2 \Leftrightarrow t = 0 \vee t = \frac{-39,2}{-4,9} \Leftrightarrow t = 0 \vee t = 8$$

$$h\left(\frac{0+8}{2}\right) = h(4) = -4,9 \times 4^2 + 39,2 \times 4 + 52 = 130,4$$

R.: A altura máxima do projétil foi de 130 m.

7.3. $h(x) > 60$

$$h(x) = 60 \Leftrightarrow -4,9 t^2 + 39,2t + 52 = 60 \Leftrightarrow -4,9 t^2 + 39,2t - 8 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-39,2 \pm \sqrt{39,2^2 - 4 \times (-4,9) \times (-8)}}{2 \times (-4,9)} \Leftrightarrow t = \frac{-39,2 \pm \sqrt{1379,84}}{-9,8}$$

Assim, o tempo que o projétil esteve acima dos 60 metros é dado pela diferença:

$$\frac{-39,2 - \sqrt{1379,84}}{-9,8} - \frac{-39,2 + \sqrt{1379,84}}{-9,8} = \frac{\sqrt{1379,84}}{9,8} + \frac{\sqrt{1379,84}}{9,8} \approx 7,6$$

R.: O projétil esteve a mais de 60 metros do nível da água do mar durante 7,6 s.

8.

- $0 \leq x \leq 1, q(x) = 5 \times 3 \times x = 15x$

- $2 \leq x \leq 2, q(x) = 15x + \frac{(x-1) \times 4 \times (x-1)}{2} \times 5 = 15x + 10(x-1)^2$



$$y = \frac{4(x-1)}{1} = 4(x-1)$$

- $0 \leq x \leq 2,2,$

$$q(x) = 3 \times 5 \times 2 + 3 \times 5 \times (x-2) + \frac{4 \times 1}{2} \times 5 + 4 \times 5 \times (x-2) + 1 \times 5 \times (x-2) =$$

$$= 30 + 15(x-2) + 10 + 20(x-2) + 5(x-2) = 40 + 40(x-2)$$

R.: (D)

9.

$$9.1. f(x) = \begin{cases} x-7 & \text{se } x-7 \geq 0 \\ -(x-7) & \text{se } x-7 < 0 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x-7 & \text{se } x \geq 7 \\ -x+7 & \text{se } x < 7 \end{cases}$$

9.2. A função f é sempre não nula, logo,

$$f(x) \leq 0 \Leftrightarrow f(x) = 0 \Leftrightarrow |x - 7| = 0 \Leftrightarrow x - 7 = 0 \Leftrightarrow x = 7$$

R.: (B)

10.

10.1. Como $B\hat{A}C = 30^\circ$, temos que $A\hat{C}B = 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$.

O ponto I é o centro da circunferência tangente aos 3 lados do triângulo $[ABC]$, logo, o ponto I é o incentro do triângulo $[ABC]$ e, portanto, $\hat{C}I$ é bissetriz do ângulo ACB . Assim, temos que $I\hat{C}P = \frac{A\hat{C}B}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$.

Como $[IP]$ é um raio de uma circunferência tangente em P ao segmento de reta $[PC]$, temos que $C\hat{P}I = 90^\circ$.

Assim, como $C\hat{P}I = C\hat{B}A$ e $I\hat{C}P = B\hat{A}C$, conclui-se, pelo critério AA de semelhança de triângulos, que os triângulos $[ABC]$ e $[IPC]$ são semelhantes.

10.2. O círculo de raio $[IP]$ tem $3\pi \text{ cm}^2$ de área, logo, como a área de um círculo é dada por $\pi \times \text{raio}^2$, conclui-se que $\text{raio} = \overline{IP} = \sqrt{3} \text{ cm}$.

Os triângulos $[IPC]$ e $[ICQ]$ são congruentes pois são triângulos retângulos com a hipotenusa comum e um dos catetos com igual comprimento ($\overline{IP} = \overline{IQ}$, pois, $[IP]$ e $[IQ]$ são raios da mesma circunferência). Assim, $\overline{CQ} = \overline{PC} = 3 \text{ cm}$.

O triângulo $[IPC]$ é retângulo em P , logo, pelo Teorema de Pitágoras, temos

$$\overline{IC} = \sqrt{\overline{IP}^2 + 3^2} = \sqrt{3 + 9} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}.$$

$$\overline{BC} = \overline{BP} + \overline{PC} = \overline{BI} + \overline{PC} = \sqrt{3} + 3$$

Como os triângulos $[ABC]$ e $[IPC]$ são semelhantes, temos

$$\frac{\overline{PC}}{\overline{IP}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} \Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{3}} = \frac{\overline{AB}}{\sqrt{3} + 3} \Leftrightarrow \overline{AB} = \frac{3(\sqrt{3} + 3)}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow \overline{AB} = \sqrt{3}(\sqrt{3} + 3) \Leftrightarrow \overline{AB} = 3 + 3\sqrt{3}$$

$$\overline{AC} = 2\overline{BC} = 2(\sqrt{3} + 3) = 6 + 2\sqrt{3}$$

$$\text{Perímetro}_{[ABC]} = 6 + 2\sqrt{3} + 3 + 3\sqrt{3} + \sqrt{3} + 3 = 12 + 6\sqrt{3} \approx 22,4$$

R.: O perímetro do triângulo $[ABC]$ é, aproximadamente, 22,4 cm.

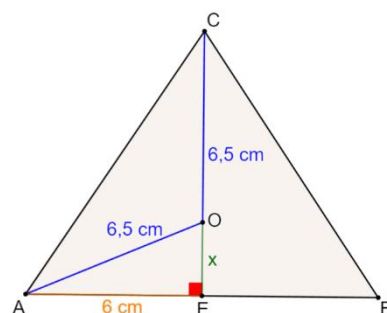
11.

11.1. Como o circuncentro é equidistante dos 3 vértices do triângulo, temos que $\overline{AO} = \overline{CO} = 6,5 \text{ cm}$.

Seja E o ponto médio de $[AB]$, então, $\overline{AE} = 6 \text{ cm}$.

O ponto C é equidistante dos pontos A e B , logo, CE é a mediatriz de $[AB]$ e, portanto, contém o circuncentro O do triângulo $[ABC]$. Assim, o triângulo $[AEO]$ é retângulo, logo, pelo Teorema de Pitágoras, temos

$$\overline{OE} = \sqrt{\overline{AO}^2 - \overline{AE}^2} = \sqrt{6,5^2 - 6^2} = \sqrt{6,25} = 2,5$$



Como o ponto E é a projeção ortogonal do ponto O no segmento $[AB]$, conclui-se que o circuncentro O do triângulo $[ABC]$ dista 2,5 cm do lado $[AB]$.

11.2. O segmento de reta $[CE]$ é uma mediana do triângulo $[ABC]$, pois E é o ponto médio do lado $[AB]$ do triângulo $[ABC]$ (ver resolução de 11.1), logo,

Contém o baricentro G do triângulo $[ABC]$ e $\overline{CG} = \frac{2}{3}\overline{CE}$.

Assim, $\overline{CG} = \frac{2}{3}\overline{CE} = \frac{2}{3}(6,5 + 2,5) = \frac{2}{3} \times 9 = 6$.

$\overline{OG} = \overline{OC} - \overline{GC} = 6,5 - 6 = 0,5$

Como $\overline{GH} = 2\overline{GO}$, temos que $\overline{GH} = 2 \times 0,5 = 1$.

R.: A distância entre o baricentro e o ortocentro é de 1 cm.

11.3. Área_{círculo 9 pontos} = $\pi \times \left(\frac{6,5}{2}\right)^2 \approx 33,2$

R.: A área do círculo de 9 pontos do triângulo $[ABC]$ é aproximadamente igual a 33,2 cm².