Tema 2 – Estatística

Recorda – páginas 96 a 101

1. Por exemplo:

a) Número de avós

b) Altura

c) Lugar alcançado numa competição desportiva

d Disciplina preferida

2. Variável estatística: intenção de voto dos eleitores nas próximas eleições legislativas.
População: Cidadãos portugueses maiores de 18 anos. Amostra: Conjunto das 320 pessoas inquiridas.

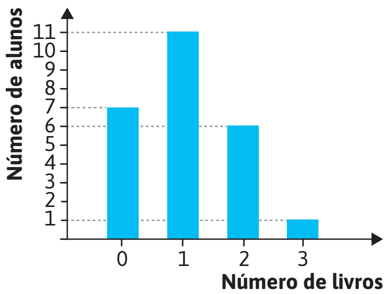
3.

a)

Número de livros lidos	Contagem	Frequência absoluta	Frequência relativa
0	𝍸 ||	7	$\frac{7}{25} = 0{,}23$
1	𝍸 𝍸 |	11	$\frac{11}{25} = 0{,}44$
2	𝍸 |	6	$\frac{6}{25} = 0{,}24$
3	|	1	$\frac{1}{25} = 0{,}04$
Total		**25**	**1**

b)

Hábitos de leitura



4. Opção (C)
Ordenando os dados do conjunto, obtemos:
43 55 59 65 73 76 76 82
Como o conjunto de dados tem oito elementos, o 1.º quartil é a média dos dois valores que se encontram nas 2.ª e 3.ª posições.
Ou seja, o 1.º quartil é igual a $\frac{55+59}{2} = 57$.

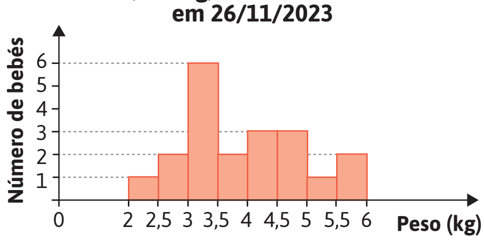
5.

a)

Peso, em kg, dos bebés nascidos em 26/11/2023	Frequência absoluta	Frequência relativa
[1,5; 2[	1	$\frac{1}{20} = 0{,}05$
[2; 2,5[	2	$\frac{2}{20} = 0{,}1$
[2,5; 3[	6	$\frac{6}{20} = 0{,}3$
[3; 3,5[	2	$\frac{2}{20} = 0{,}1$
[3,5; 4[	3	$\frac{3}{20} = 0{,}15$
[4; 4,5[	3	$\frac{3}{20} = 0{,}15$
[4,5; 5[	1	$\frac{1}{20} = 0{,}05$
[5; 5,5[	2	$\frac{2}{20} = 0{,}1$
Total	**20**	**1**

b)

Peso, em kg, dos bebés nascidos em 26/11/2023



Capítulo 1 – Introdução à estatística – página 102

1. Ao cuidado do aluno.

2.

a) População: conjunto de todos os associados da DECO.
Amostra: conjunto dos 512 associados inquiridos.
Variável estatística: grau de satisfação com os atuais prestadores de serviços de telecomunicações.

b) População: conjunto de todos os 83 671 recém-nascidos de mães residentes em Portugal, em 2022.
Amostra: conjunto de 2000 recém-nascidos.
Variável estatística: peso dos recém-nascidos.

3.

a) Sondagem

b) Recenseamento

4.

a) A amostra não é representativa, pois, se são adeptos de uma determinada equipa e foram assistir a um jogo de futebol, em princípio gostam, pelo menos, deste desporto.

b) A amostra não é representativa, porque os alunos de uma escola apenas representam uma faixa etária dos telespetadores.

c) A amostra não é representativa, porque as pessoas pertencem todas ao mesmo distrito.

d) A amostra pode não ser representativa dos clientes habituais e o fabrico ao fim de semana pode ser diferente do dos dias da semana.

5.

a) Amostragem aleatória simples.

b) Amostragem sistemática.

c) Amostragem estratificada.

Capítulo 2 – Dados univariados – página 114

6. Por exemplo:

a) O clube de futebol e a disciplina preferida.

b) O número de dias de férias dos trabalhadores de uma empresa e o número de pontos efetuados por uma equipa de basquetebol, num jogo.

c) O tempo que os alunos demoram a fazer o trajeto casa-escola e o comprimento dos recém-nascidos, num determinado mês, numa maternidade.

7. Discretas: B, C, E e F; Contínuas: A e D

8.

a) A variável é o número de animais de estimação que os colegas têm em casa. É uma variável quantitativa discreta.

b)

Número de animais de estimação	Frequência absoluta	Frequência absoluta acumulada	Frequência relativa	Frequência relativa acumulada
0	5	5	$\frac{5}{20}=\frac{1}{4}$	$\frac{5}{20}$
1	3	8	$\frac{3}{20}$	$\frac{8}{20}$
2	4	12	$\frac{4}{20}=\frac{1}{5}$	$\frac{12}{20}$
3	3	15	$\frac{3}{20}$	$\frac{15}{20}$
4	2	17	$\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$	$\frac{17}{20}$
5	3	20	$\frac{3}{20}$	1

c) 15

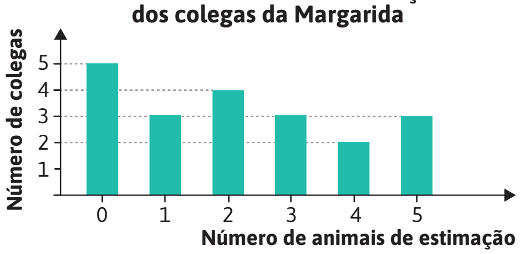
d) 12

e) $\frac{12}{20}=\frac{3}{5}$

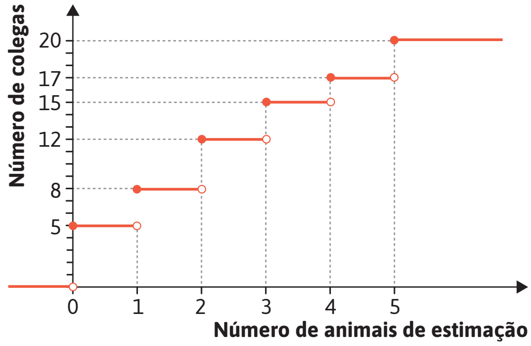
f) $\frac{5}{20}=\frac{1}{4}$, isto é, 25% dos colegas da Margarida têm pelo menos quatro animais de estimação.

9.

Número de animais de estimação dos colegas da Margarida



10.



11.

a) **i.** 75%
ii. 90%
iii. 20%

b) Sabemos que 90% dos jovens assistiu a menos de quatro concertos (isto é 0, 1, 2 ou 3) e 75% dos jovens assistiu a menos de três concertos (isto é 0, 1 ou 2). Logo, 15% dos jovens assistiu a exatamente três concertos, ou seja, seis dos 40 jovens ($0{,}15 \times 40 = 6$).

12.

a) Colocando por ordem crescente os comprimentos dos caules:
0,5 0,5 2 3 5 6 6 10 10 10,5 10,5 12 12 13 13 14 14,5 15 15 16,5 17 20,5 21
Parece adequado uma amplitude 5 para cada classe e um total de cinco classes.

b)

Classes	Frequência absoluta
[0, 5[	4
[5, 10[	3
[10, 15[	9
[15, 20[	4
[20, 25[	2

13. Se foi considerado um total de cinco classes na questão anterior, então esse valor satisfaz a regar de Sturges explicada no manual:
Para uma amostra de dimensão n, o número de classes k é o menor número inteiro que satisfaz a condição $2^k \geq n$.
Temos 22 dados e observe-se que 5 é o menor número inteiro que satisfaz $2^k \geq 22$, pois $2^5 = 32$ e $2^4 = 16$.

14.

a) **Velocidades dos veículos na autoestrada**

Velocidade	Frequência absoluta	Frequência absoluta acumulada	Frequência relativa acumulada
[60, 70[	12	12	$\frac{12}{200}$
[70, 80[	32	44	$\frac{44}{200}$
[80, 90[	50	94	$\frac{94}{200}$
[90, 100[	72	166	$\frac{166}{200}$
[100, 110[	20	186	$\frac{186}{200}$
[110, 120[	8	194	$\frac{194}{200}$
[120, 130[	6	200	1

b) $20 + 8 + 6 = 34$

Logo, $\frac{34}{200} = 0{,}17$, isto é, 17%.

15.

a) Por ordem crescente:

1481 1491 1493 1493 1494 1495 1500 1500
1501 1506 1507 1508 1508 1509 1512 1512
1512 1516 1516 1518 1522 1522 1525 1530

Peso das embalagens

148	1
149	1 3 3 4 5
150	0 0 1 6 7 8 8 9
151	2 2 2 6 6 8
151	2 2 5
153	0

148 | 1 significa 1481 gramas.

b) Por ordem crescente:

1483 1495 1496 1501 1507 1507 1509 1511
1511 1512 1512 1512 1514 1516 1517 1518
1518 1519 1526 1526 1526 1527 1530 1532

Peso das embalagens

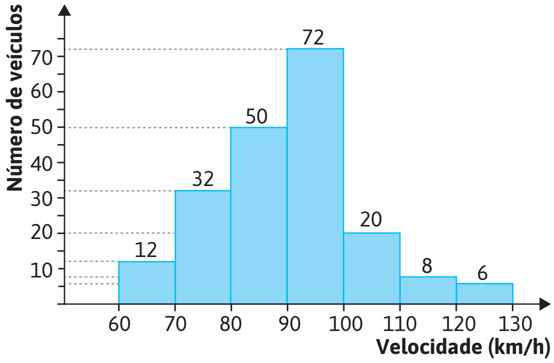
148	1
149	5 6
150	1 7 7 9
151	1 1 2 2 2 4 6 7 8 8 9
151	6 6 6 7
153	0 2

148 | 1 significa 1481 gramas.

c) No segundo diagrama de caule-e-folhas verifica-se uma maior concentração dos pesos das embalagens entre os 1510 e os 1519 gramas, ao contrário do anterior diagrama onde a maior parte das pesagens se encontrava entre os 1500 e os 1509 gramas.
Antes dos dados estarem organizados não era simples fazer esta observação.

16.

a) **Velocidades dos veículos na autoestrada**



b) Neste caso é preferível a construção do histograma, pois com 200 dados a construção do digrama de caule-e-folhas é pouco prática.

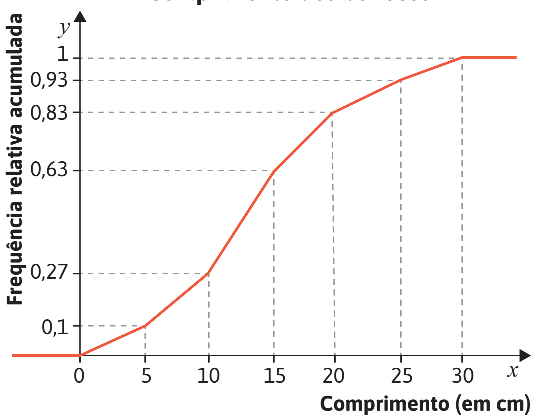
17.

a)

Classes	Frequência absoluta	Frequência absoluta acumulada	Frequência relativa	Frequência relativa acumulada
[0, 5[	3	3	$\frac{3}{30}$	$\frac{3}{30}$
[5, 10[	5	8	$\frac{5}{30}$	$\frac{8}{30}$
[10, 15[	11	19	$\frac{11}{30}$	$\frac{19}{30}$
[15, 20[	6	25	$\frac{6}{30}$	$\frac{25}{30}$
[20, 25[	3	28	$\frac{3}{30}$	$\frac{28}{30}$
[25, 30[	2	30	$\frac{12}{30}$	$\frac{30}{30}$

b) A alteração na largura da barra leva a crer que existem mais bonecos com comprimento entre os 20 e 30 cm do que, por exemplo, no intervalo entre os 5 e os 10 cm, cuja altura é a mesma (5 de frequência absoluta). No entanto, como a largura é maior leva a más interpretações.
Agrupando as duas últimas classes numa só, isto é, mantendo-se a última barra mais larga, a sua altura devia ser 2,5, pois se no intervalo [5, 10[se tem $5 \times 5 = 25$, logo no intervalo [20, 30[teríamos de ter $10 \times h = 25$, ou seja, $h = 2{,}5$.

18. **Comprimento dos bonecos**



19.

a) Consultando o gráfico da função cumulativa conclui-se que 45% dos atletas pesa menos de 55 kg.

b) Consultando o gráfico da função cumulativa conclui-se que uma frequência relativa acumulada igual a 70% diz respeito a um peso de 58 kg.

c) Amplitude da classe: 61 – 58 = 3
Diferença entre as frequências relativas acumuladas: 0,9 – 0,7 = 0,2 e 0,8 – 0,7 = 0,1
Assim, $\frac{0,2}{3} = \frac{0,1}{x}$, ou seja, $x = \frac{0,1 \times 3}{0,2} = 1,5$, de onde vem que 58 + 1,5 = 59,5 kg.

20. A moda é 2, pois é o valor da variável com maior frequência absoluta.

21. A classe modal é [110, 130[, pois é a classe que apresenta maior frequência absoluta.

22. **I.** Não existe classe modal, pois todas as classes têm a mesma frequência absoluta.
II. Existem duas classes modais, [*b*, *c*[e [*e*, *f*[, pois são as duas classes que apresentam maior frequência absoluta.

23.

a) 2 + 8 + 10 + 5 + 1 = 26

$$\bar{x} = \frac{0 \times 2 + 1 \times 8 + 2 \times 10 + 3 \times 5 + 4 \times 1}{26} = 1,8$$

1,8 é o número médio de golos por jogo nos 26 jogos observados.

b) 33 + 50 + 85 + 95 + 17 = 280

$$\bar{x} = \frac{60 \times 33 + 80 \times 50 + 100 \times 85 + 120 \times 95 + 140 \times 17}{280} \approx$$
$$\approx 100,9$$

100,9 é um valor aproximado do valor da média e corresponde à velocidade média dos 280 automóveis observados.

24.

a) 8 + 14 + 8 + 6 + 2 + 2 = 40

$$\bar{x} = \frac{0 \times 8 + 1 \times 14 + 2 \times 8 + 3 \times 6 + 4 \times 2 + 5 \times 2}{40} =$$
$$= \frac{66}{40} = 1,65$$

A Mariana tem o resultado correto para a média dos dados.

b) O António deve ter dividido a soma que consta no numerador por 6 (0, 1, 2, 3, 4, e 5) em vez de 40 (8 + 14 + 8 + 6 + 2 + 2):

$$\bar{x} = \frac{0 \times 8 + 1 \times 14 + 2 \times 8 + 3 \times 6 + 4 \times 2 + 5 \times 2}{6} =$$
$$= \frac{66}{6} = 11$$

25.

a) $$\bar{x} = \frac{12+14+17+13+19+19+16+18+17+18+19+16+11+18+19}{15} =$$
$$= 16,4$$

b)

Classificações	Frequência absoluta
[11, 14[	3
[14, 17[	3
[17, 20[	9

c) $$\bar{x} = \frac{12,5 \times 3 + 15,5 \times 3 + 18,5 \times 9}{15} = 16,7$$

A média é 16,7 valores.

26.

a) $$\bar{x} = \frac{67+85+95+76+67+44+56+69+69+69+94+72+69+58+48+78}{16} =$$
$$= 69,75$$

A média é 69,75 minutos.

b) $\bar{x} = 2 \times 69,75 = 139,5$
A média é 139,5 minutos.

c) Ao multiplicarmos todos os elementos da amostra por um mesmo número real, a média da nova amostra obtém-se a partir da média da amostra inicial multiplicando-a por esse número real.

$$\bar{x} = \frac{2\times67+2\times85+2\times95+2\times76+2\times67+2\times44+2\times56+2\times69+2\times69+2\times69+2\times94+2\times72+2\times69+2\times58+2\times48+2\times78}{16} =$$
$$= \frac{2 \times (67+85+95+76+67+44+56+69+69+69+94+72+69+58+48+78)}{16} =$$
$$= 2 \times \frac{67+85+95+76+67+44+56+69+69+69+94+72+69+58+48+78}{16} =$$
$$= 2 \times 69,75 = 139,5$$

27.

a) $$\bar{x} = \frac{77+79+68+104+66+79+79+88+54+105+58+77+95+79+82+86}{16} =$$
$$= 79,75$$

A média é 79,75 minutos.

b) A média aumenta 10 minutos.
Ao adicionarmos a todos os elementos da amostra um mesmo número real, a média da nova amostra obtém-se a partir da média da amostra inicial adicionando-lhe esse número real.

$$\bar{x} = [(67+10)+(85+10)+(95+10)+(76+10)+$$
$$+(67+10)+(44+10)+(56+10)+(69+10)+$$
$$+(69+10)+(69+10)+(94+10)+(72+10)+$$
$$+(69+10)+(58+10)+(48+10)+(78+10)] : 16 =$$
$$= \frac{(67+85+95+76+67+44+56+69+69+69+94+72+69+58+48+78)+10\times16}{16} =$$
$$= \frac{67+85+95+76+67+44+56+69+69+69+94+72+69+58+48+78}{16} + \frac{10\times16}{16} =$$
$$= 69,75 + 10$$

28. Seja *k* a soma de todas as idades incluindo a idade do Tomás.
Sabe-se que $\frac{k}{8} = 15$, ou seja, $k = 120$.
Assim, a nova média de idades após a saída do Tomás e entrada do Duarte é $\frac{k - 18 + 12}{8} = \frac{120 - 18 + 12}{8} =$ $= 14,25$

29.

a) $$\bar{x} = \frac{0 \times 10 + 1 \times 14 + 2 \times 7 + 3 \times 4 + 5 \times 1}{36} = 1,25$$

b)

Números de irmãos	Frequência absoluta	Desvio em relação à média
0	10	0 – 1,25 = –1,25
1	14	1 – 1,25 = –0,25
2	7	2 – 1,25 = 0,75
3	4	3 – 1,25 = 1,75
5	1	5 – 1,25 = 3,75

c) $-1{,}25 \times 10 + (-0{,}25) \times 14 + 0{,}75 \times 7 + 1{,}75 \times 4 +$
$+ 3{,}75 \times 1 = 0$

30.

a) Ordenando os valores da amostra:
0 0 0 0 1 1 **1** 2 2 2 3 4 5
Como são 13 dados a mediana ocupa a posição $\frac{13+1}{2} = 7$. Assim, a mediana é 1.

b) Ordenando os valores da amostra:
0 0 0 1 1 **1** **2** 2 2 3 4 5
Como são 12 dados a mediana é a média dos dois valores que se encontram nas posições $\frac{12}{2} = 6$ e $\frac{12}{2} + 1 = 7$. Assim, a mediana é $\frac{1+2}{2} = 1{,}5$.

c) $2 + 8 + 10 + 5 + 1 = 26$
Como são 26 dados a mediana é a média dos dois valores que se encontram nas posições $\frac{26}{0{,}2} = 13$ e $\frac{26}{2} + 1 = 14$. Assim, a mediana é $\frac{2+2}{2} = 2$.

31.

Velocidade	Frequência absoluta	Frequência absoluta acumulada	Frequência relativa acumulada
[50, 70[	33	33	$\frac{33}{280}$
[70, 90[	50	83	$\frac{83}{280}$
[90, 110[	85	168	$\mathbf{\frac{158}{280} = 0{,}6}$
[110, 130[	95	263	$\frac{263}{280}$
[130, 150[	17	280	1

A classe mediana é [90, 110[.

32. Classe mediana: [90, 110[
Amplitude da classe mediana: 20 (110 – 90 = 20)
Frequência relativa da classe mediana: $\frac{85}{280}$
Frequência relativa acumulada da classe anterior à classe mediana: $\frac{83}{280}$
Logo, $0{,}5 - \frac{83}{280} = \frac{57}{280}$
Assim, pretendemos o valor de x que verifique a seguinte proporção:

$$\frac{20}{\frac{85}{280}} = \frac{x}{\frac{57}{280}}$$

Como $x \approx 13{,}41$, então um valor aproximado da mediana é $90 + 13{,}41 = 103{,}41$.

33.

a) i. Média:

$$\bar{x} = \frac{10 + 11 + 13 + 14 + 16 + 14 + 19 + 17 + 20}{9} =$$
$$= \frac{134}{9} \approx 14{,}9$$

Dados ordenados:
10 11 13 14 **14** 16 17 19 20
Mediana: 14

ii. Média:

$$\bar{x} = \frac{13 + 14 + 16 + 14 + 10 + 19 + 11 + 17 + 20}{9} =$$
$$= \frac{194}{9} \approx 21{,}6$$

Dados ordenados:
10 11 13 14 **14** 16 17 19 80
Mediana: 14

b) A afirmação é verdadeira, pois com a alteração de apenas um dado (trocar o 20 pelo 80) verificou-se que a média alterou significativamente (de 14,9 para 21,6), mas a mediana manteve o mesmo valor (14).

34.

a) Moda: 6
Média:

$$\bar{x} = \frac{1\times0+2\times1+1\times2+4\times3+4\times4+6\times5+7\times6+4\times7+3\times8}{32} =$$
$$= 4{,}875$$

Mediana: são 32 dados, logo a mediana é a média dos dois valores que se encontram nas posições $\frac{32}{2} = 16$ e $\frac{32}{2} + 1 = 17$. Assim, a mediana é $\frac{5+5}{2} = 5$.

b) i. Ao cuidado do aluno.
ii. Moda: 6
Média:

$$\bar{x} = \frac{\mathbf{3\times0}+2\times1+1\times2+4\times3+4\times4+6\times5+7\times6+4\times7+\mathbf{1\times8}}{32} =$$
$$= 4{,}375$$

Mediana: são 32 dados, logo a mediana é a média dos dois valores que se encontram nas posições $\frac{32}{2} = 16$ e $\frac{32}{2} + 1 = 17$. Assim, a mediana é $\frac{5+5}{2} = 5$.

35.

a) A classe modal é [2, 4[.

b) Média:

$$\bar{x} = \frac{1\times24+3\times96+5\times43+7\times28+9\times25+11\times16+13\times8}{240} =$$
$$= \frac{1228}{240} \approx 5{,}12$$

c)

Duração da chamada (min)	Número de chamadas	Frequência absoluta acumulada	Frequência relativa acumulada
[0, 2[	24	24	10%
[2, 4[	96	120	**50%**
[4, 6[	43	163	≈ 70%
[6, 8[	28	191	
[8, 10[	25	216	
[10, 12[	16	232	
[12, 14[	8	240	

A mediana é, aproximadamente, 4.

36. **A.** A afirmação é falsa.
B. A afirmação é verdadeira.
C. A afirmação é falsa.
D. A afirmação é verdadeira.
E. A afirmação é verdadeira.
F. A afirmação é verdadeira.

37.

a) Por exemplo:
I. 0 0 0 2 2 2 3 3 3
II. 0 0 0 2 2 2 3 3 8
No conjunto de dados I:
Média $= \frac{3 \times 0 + 3 \times 2 + 3 \times 3}{9} = \frac{15}{9}$ e mediana = 2
No conjunto de dados II:
Média $= \frac{3 \times 0 + 3 \times 2 + 2 \times 3 + 1 \times 8}{9} = \frac{20}{9}$ e mediana = 2

b) Por exemplo:
I. 0 2 2 2 4 4 5 5 5
II. 1 3 3 3 3 4 4 4 4
No conjunto de dados I:
Média $= \frac{1 \times 0 + 3 \times 2 + 2 \times 4 + 3 \times 5}{9} = \frac{29}{9}$ e mediana = 4
No conjunto de dados II:
Média $= \frac{1 \times 1 + 4 \times 3 + 4 \times 4}{9} = \frac{29}{9}$ e mediana = 3

38. Dados ordenados:
200 200 200 200 200 225 225 225 250 250 350 1100
Média $= \frac{5 \times 200 + 3 \times 225 + 2 \times 250 + 350 + 1100}{12} \approx$
≈ 302 euros
Mediana = 225
Neste caso é preferível utilizar a mediana como medida de localização do centro de distribuição destes dados.

39.

a) Um bebé do sexo feminino com um ano e meio (18 meses) e com 78 cm situa-se no percentil 25. Significa que pelo menos 25% dos bebés têm comprimento inferior ou igual ao dessa criança (78 cm) e os outros 75% têm comprimento superior ou igual a 78 cm.

b) Percentil de ordem 50. Significa que pelo menos 50% dos bebés têm comprimento inferior ou igual a 65 cm.

40.

a) Dados ordenados:
1 **1** 2 **2** 3 **5** 7
$Q_1 = 1$; $Q_2 = M_e = 2$; $Q_3 = 5$

b) Dados ordenados:
1 **1 2 2 3 4 5** 7
$Q_1 = \frac{1+2}{2} = 1{,}5$; $Q_2 = M_e = \frac{2+3}{2} = 2{,}5$; $Q_3 = \frac{4+5}{2} = 4{,}5$

c) Dados ordenados:
1 **1 2** 2 **3** 4 **4 5** 7
$Q_1 = \frac{1+2}{2} = 1{,}5$; $Q_2 = M_e = 3$; $Q_3 = \frac{4+5}{2} = 4{,}5$

41.

Número de avarias	Número de semanas	Frequência absoluta acumulada
0	2	2
1	12	14
2	14	28
3	8	36
4	8	44
5	4	48
6	2	50

Como o número de dados é par (50) a mediana é a média dos dois valores que se encontram nas posições $\frac{50}{2} = 25$ e $\frac{50}{2} + 1 = 26$. Assim, a mediana é $\frac{2+2}{2} = 2$.
Como o conjunto de dados à esquerda da mediana tem 25 elementos, então o 1.º quartil ocupa a posição de ordem $\frac{25+1}{2} = 13$. Logo, $Q_1 = 1$.
Como o conjunto de dados à direita da mediana tem 25 elementos, então o 3.º quartil ocupa a posição de ordem $\frac{25+1}{2} = 13$ destes 25 elementos à direita.
Logo, $Q_3 = 4$.

42. Classe que contém o percentil de ordem 60: [35, 38[
A classe tem amplitude 3 e frequência relativa 0,7 – 0,45 = 0,25
Frequência relativa acumulada da classe anterior: 0,45
Logo, 0,6 – 0,45 = 0,15.
Assim, pretende-se determinar x tal que $\frac{3}{0{,}25} = \frac{x}{0{,}15}$.
Como $x = 1{,}8$, então um valor aproximado do percentil 60 é 35 + 1,8 = 36,8, o que significa que pelo menos 60% dos lobos-ibéricos têm peso inferior ou igual a 36,8 kg e os outros 40% têm peso superior ou igual a 36,8 kg.

43. Ordenando os dados por ordem crescente:
2,98 3,09 **3,15** 3,44 **3,45** **3,68** 3,70 **3,78** 4,01 4,10
$P_{50} = Q_2 = \frac{3{,}45 + 3{,}68}{2} = 3{,}565$
$P_{25} = Q_1 = 3{,}15$
$P_{75} = Q_3 = 3{,}78$
$P_{100} =$ máximo $= 4{,}10$

44. Ordenando os dados por ordem crescente:
0 2 2 3 4 5 6 **6 6** 6 6 **7 8** 8 10 11
$P_{75} = Q_3 = \frac{7+8}{2} = 7{,}5$
Sendo o percentil de ordem 75 igual a 7,5, existem quatro participantes que capturaram acima de 7,5 peixes (8, 8, 10 e 11). Assim, quatro participantes ganharam prémio.

45.

a) Mínimo = 600; $Q_1 = 800$; $Q_2 = M_e = 1000$; $Q_3 = 1400$; Máximo = 1800

b) Entre $Q_1 = 800$ e $Q_3 = 1400$, estão representados 50% dos funcionários.

c) Entre $Q_1 = 800$ e $M_e = 1000$, estão representados

25% dos funcionários, o que corresponde, num total de 1500 funcionários, a 375 funcionários (1500 : 4 = 375).

d) Esta distribuição é enviesada à direita.

46. As duas distribuições apresentam o mesmo valor mínimo, o mesmo Q_1 e a mesma mediana. No entanto, a amplitude dos dados é maior na empresa A e o Q_3 também, havendo uma maior concentração dos dados em relação à mediana na empresa B.

47. Empresa A:
- Amplitude: 1800 – 600 = 1200
- Amplitude interquartis: $Q_3 - Q_1 = 1400 - 800 = 600$

Empresa B:
- Amplitude: 1400 – 600 = 800
- Amplitude interquartis: $Q_3 - Q_1 = 1200 - 800 = 400$

48.

a) Matilde (dados ordenados):
13 **14** 14 14 15 **16** 17
- Amplitude: 17 – 13 = 4
- Amplitude interquartis: $Q_3 - Q_1 = 16 - 14 = 2$

Martim (dados ordenados):
11 **12** 12 12 12 **12** 15
- Amplitude: 15 – 11 = 4
- Amplitude interquartis: $Q_3 - Q_1 = 12 - 12 = 0$

b) A afirmação é verdadeira. Observe-se, por exemplo, a alínea anterior onde os dados referentes às idades dos amigos do Martim variam e, no entanto, a amplitude interquartis é nula.

49.

a) **I.** $\bar{x} = \frac{12+14+16+10+16+15+13+10+9+15}{10} = \frac{130}{10} =$
$= 13$

II. $\bar{x} = \frac{10+15+10+19+13}{5} = \frac{67}{5} = 13{,}4$

b) **I.** $s = \sqrt{\frac{(12-13)^2+(14-13)^2+(16-13)^2+(10-13)^2+(16-13)^2+(15-13)^2+(13-13)^2+(10-13)^2+(9-13)^2+(15-13)^2}{10-1}} \approx$
$\approx 2{,}62$

II. $s = \sqrt{\frac{(10-13{,}4)^2+(15-13{,}4)^2+(10-13{,}4)^2+(19-13{,}4)^2+(13-13{,}4)^2}{5-1}} \approx$
$\approx 3{,}78$

c) Os valores da amostra II encontram-se mais dispersos em relação à média da amostra do que os valores da amostra I.

50.

a) Parecem ser idênticos.

b)

Turma	$\bar{x}$	s^2	s
A	22	7,5	2,7
B	22	5,5	2,3

51. Recorrendo à calculadora gráfica, obtém-se:

Disciplina	$\bar{x}$	M_o	M_e	Q_2	Q_3	s^2	s
Português	≈3,4	3	3	3	4	1,1	1,1
Matemática	≈2,9	2	3	2	4	1,3	1,1

52. Recorrendo à calculadora gráfica e colocando nas listas

Lista 1	Lista 2
2,5	14
7,5	46
12,5	83
17,5	28
22,5	35
32,5	26
37,5	28

obtém-se $\bar{x} \approx 17{,}7$; $M_e = 12{,}5$; $Q_1 = 12{,}5$; $Q_3 = 22{,}5$; $s^2 \approx 107{,}1$; $s \approx 10{,}3$.

Aprende fazendo – páginas 160 a 169

1. Opção (B)
O estudo estatístico em causa é uma sondagem, pois é um estudo estatístico realizado a partir de uma amostra.

2. **I.** 2000 pessoas de Guimarães não constituem uma boa amostra para o estudo em causa, pois, tendencialmente, irão votar numa das maravilhas da sua região.
II. A amostra das 200 primeiras garrafas não constitui uma boa amostra, pois pode não refletir as condições de produção que podem ocorrer após se ter recolhido apenas as primeiras garrafas.

3.

a) Amostragem estratificada.

b) Amostragem aleatória simples.

c) Amostragem sistemática.

4. Quantitativas discretas: A, C e F
Quantitativas contínuas: B, D e E.

5.

a) População: os 1750 alunos de escola.
Amostra: os 400 alunos selecionados.

b) Variáveis qualitativas: C e D
Variáveis quantitativas discretas: B
Variáveis quantitativas contínuas: A, E e F.

6.

a) A variável estatística em estudo é o número de folhas das plantas de uma determinada espécie. É uma variável quantitativa discreta.

b)

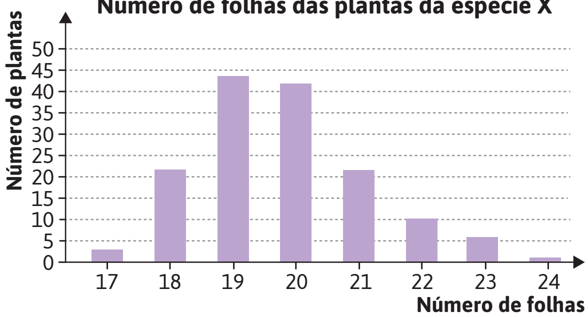
Número de folhas	Frequência absoluta	Frequência relativa	Frequência absoluta acumulada	Frequência relativa acumulada
17	3	$\frac{3}{150}=\frac{1}{50}$	3	$\frac{3}{150}=\frac{1}{50}$
18	22	$\frac{22}{150}=\frac{11}{75}$	25	$\frac{25}{150}=\frac{1}{6}$
19	44	$\frac{44}{150}=\frac{22}{75}$	69	$\frac{69}{150}=\frac{23}{50}$
20	42	$\frac{42}{150}=\frac{7}{25}$	111	$\frac{111}{150}=\frac{37}{50}$
21	22	$\frac{22}{150}=\frac{11}{75}$	133	$\frac{133}{150}$
22	10	$\frac{10}{150}=\frac{1}{15}$	143	$\frac{143}{150}$
23	6	$\frac{6}{150}=\frac{1}{25}$	149	$\frac{149}{150}$
24	1	$\frac{1}{150}$	150	$\frac{150}{150}=1$

c) $42 + 44 + 22 + 3 = 111$
ou
Observar que 111 é a frequência absoluta acumulada de 20.

d) $\frac{42+22+10+6+1}{150}=\frac{81}{150}=0{,}54$, ou seja, 54%.

e)

Número de folhas das plantas da espécie X



7.
a)

Número de espetadores	Frequência absoluta	Frequência absoluta acumulada	Frequência relativa	Frequência relativa acumulada
[0, 10[	7	7	$\frac{7}{30}$	$\frac{7}{30}$
[10, 20[	5	12	$\frac{5}{30}=\frac{1}{6}$	$\frac{12}{30}=\frac{2}{5}$
[20, 30[	10	22	$\frac{10}{30}=\frac{1}{3}$	$\frac{22}{30}=\frac{11}{15}$
[30, 40[	1	23	$\frac{1}{30}$	$\frac{23}{30}$
[40, 50[	3	26	$\frac{3}{30}=\frac{1}{10}$	$\frac{26}{30}=\frac{13}{15}$
[50, 60[	2	28	$\frac{2}{30}=\frac{1}{15}$	$\frac{28}{30}=\frac{14}{15}$
[60, 70[	2	30	$\frac{2}{30}=\frac{1}{15}$	$\frac{30}{30}=1$

b) Opção (C)
$1 + 3 = 4$

c) $\frac{22}{30}\approx 0{,}733$, isto é, aproximadamente 73,3%.

8.
a) **Pontuações obtidas nos treinos**

0	2 8 8 9
1	1 1 2 4 6 7 8 9
2	0 1 5 6 7 8 9
3	1 3 4 6 7 8
4	2 2 3 5
5	5 7
6	2 3 6
7	2 5
8	2 4 5 6

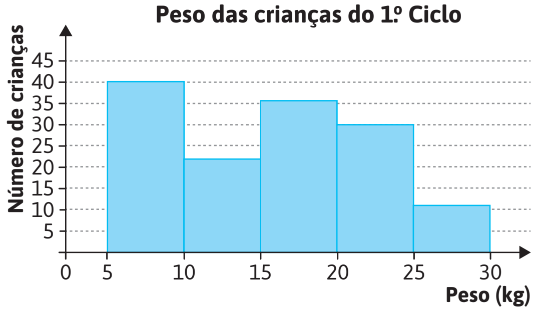
b) No diagrama de caule-e-folhas percebe-se melhor como é que as pontuações estão distribuídas. No entanto, perde-se a informação da ordem pela qual as pontuações foram obtidas, não se percebendo se houve ou não evolução durante os treinos.

9.
a)

Peso (em kg)	Número de crianças	Frequência relativa	Frequência relativa acumulada
[5, 10[	40	$\frac{40}{140}$	$\frac{40}{140}\approx 0{,}286$ 29%
[10, 15[	22	$\frac{22}{140}$	$\frac{62}{140}\approx 0{,}443$ 44%
[15, 20[	36	$\frac{36}{140}$	$\frac{98}{140}\approx 0{,}7$ 70%
[20, 25[	30	$\frac{30}{140}$	$\frac{128}{140}\approx 0{,}914$ 91%
[25, 30[	12	$\frac{12}{140}$	$\frac{140}{140}\approx 1$ 100%

b)

Peso das crianças do 1.º Ciclo



10.
a) Opção (B)
1 é o valor com maior frequência absoluta.

b) Opção (C)
$\bar{x}=\frac{0\times 4+2\times 6+2\times 3+3\times 2}{4+6+3+2}=\frac{18}{15}=1{,}2$

c) Opção (B)
Como são 15 dados, a mediana ocupa a posição $\frac{15+1}{2}=8$, ou seja, a mediana é 1.

11. Opção (A)
Ordenando os dados:
1 1 1 2 2 3 3 3 3 4 4 4 4 5

$n = 14$
Como o número de dados é par, 14, a mediana é a média dos dois valores que se encontram nas posições $\frac{14}{2} = 7$ e $\frac{14}{2} + 1 = 8$. Assim, a mediana é $\frac{3+3}{2} = 3$.

12. Opção (C)

$\bar{x} = 7 \Leftrightarrow \frac{3+4+1+0+1+5+6+3+7+2+k}{11} = 7$

$\Leftrightarrow 32 + k = 77$

$\Leftrightarrow k = 45$

13. Opção (C)

$\bar{x}_{\text{libras}} = 20$, logo $\bar{x}_{\text{euros}} = \bar{x}_{\text{libras}} \times 1{,}17 = 23{,}4$

14. Opção (C)

$\bar{x} = 1040$ e o aumento foi de 2,5%.
Logo, $1040 \times 0{,}025 = 26$.
Assim, $\bar{x}_{\text{atualizada}} = 1040 + 26 = 1066$.

15. Opção (D)

Se o terceiro quartil é 20, então pelo menos três quartos dos dados, ou seja, pelo menos 75% dos dados são inferiores ou iguais a 20 e os outros 25% dos dados sãp superiores ou iguais a 20.

16.

a) $\bar{x} = \frac{10{,}9 + 11{,}1 + 9{,}9 + 10{,}3 + 10{,}6 + 11{,}3 + 10{,}8}{7} =$

$= 10{,}7$ segundos

b) Ordenando os tempos:

$9{,}9 \quad \underbrace{10{,}3}_{Q_1} \quad 10{,}6 \quad \underbrace{\mathbf{10{,}8}}_{\text{mediana}} \quad 10{,}9 \quad 11{,}1 \quad 11{,}3$

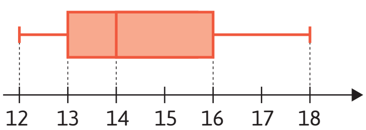
$P_{25} = Q_1 = 10{,}3$, o que significa que pelo menos 25% dos tempos registados são inferiores ou iguais a 10,3 segundos e os outros 75% dos tempos são superiores ou iguais a 10,3 segundos.

17.

a) Recorrendo à calculadora gráfica obtém-se $\bar{x} \approx 14{,}47$, $M_o = 14$, $M_e = 14$, $Q_1 = 13$ e $Q_3 = 16$.

b) Amplitude: $18 - 12 = 6$
Amplitude interquartis: $Q_3 - Q_1 = 16 - 13 = 3$

c) **Idades dos participantes nas Olímpiadas da Matemática**



18.

a) Média

$\bar{x} = \frac{7+12+24+36+14+5+41+17+19+24+31+12+6+19+42+46+51+17+4+19+12+25+32+16}{24} =$

$= 22{,}125$

Mediana

Ordenando os dados da amostra:

(4, 5, 6, 7, 12, 12, 12, 14, 16, 17, 17, 19, 19, 19, 24, 24, 25, 31, 32, 36, 41, 42, 46, 51)

Como o número de dados é par, 24, a mediana é a média dos dois valores que se encontram nas posições $\frac{24}{2} = 12$ e $\frac{24}{2} + 1 = 13$. Assim, a mediana é $\frac{19+19}{2} = 19$.

Percentil de ordem 75

Como o conjunto de dados à direita da mediana tem 12 elementos, então o 3.º quartil é a média dos dois valores que se encontram nas posições $\frac{12}{2} = 6$ e $\frac{12}{2} + 1 = 7$ destes 12 elementos. Assim, $Q_3 = P_{75} =$

$= \frac{31+32}{2} = 31{,}5$.

b)

Número de doentes por hora	Frequência absoluta
[0, 10[	4
[10, 20[	10
[20, 30[	3
[30, 40[	3
[40, 50[	3
[50, 60[	1

c) Média:

$\bar{x} = \frac{5 \times 4 + 15 \times 10 + 25 \times 3 + 35 \times 3 + 45 \times 3 + 55 \times 1}{24} =$

$= 22{,}5$

Mediana:

Classe mediana: [10, 20[

Amplitude da classe mediana: 10

Frequência relativa da classe mediana: $\frac{10}{24}$

Frequência relativa acumulada da classe anterior à classe mediana: $\frac{4}{24}$

Logo, $0{,}5 - \frac{4}{24} = \frac{1}{3}$.

Assim, pretendemos o valor de x que verifique a seguinte proporção:

$\frac{10}{\frac{10}{24}} = \frac{x}{\frac{1}{3}} \Leftrightarrow x = 8$

Como $x = 8$, então um valor aproximado da mediana é $10 + 8 = 18$.

d) Os valores mais corretos são os que se obtiveram na alínea a), pois foram calculados utilizando os dados da amostra.

19. Opção (D)

O desvio-padrão amostral é uma medida mais utilizada e mais fácil de interpretar do que a variância amostral, pois vem expresso nas mesmas unidades da variável em estudo, enquanto a variância é expressa no quadrado dessas unidades, o que dificulta a interpretação.

20.

a) $\bar{x} = \frac{21 + 23 + 26 + 19 + 19}{5} = 21{,}6$ anos

$\bar{y} = 21{,}6 + 13 = 34{,}6$ anos

b) $s_x^2 = \frac{(21 - 21{,}6)^2 + (23 - 21{,}6)^2 + (26 - 21{,}6)^2 + (19 - 21{,}6)^2 + (19 - 21{,}6)^2}{5 - 1} =$

$= \frac{35{,}2}{4} = 8{,}8$

Passados 13 anos as idades são: 34, 36, 39, 32 e 32

$s_y^2 = \frac{(34 - 34{,}6)^2 + (36 - 34{,}6)^2 + (39 - 34{,}6)^2 + (32 - 34{,}6)^2 + (32 - 34{,}6)^2}{5 - 1} =$

$= \frac{35{,}2}{4} = 8{,}8$

A variância amostral é 8,8 anos^2 em ambos os conjuntos de dados.

c) $s_x = s_y = \sqrt{8{,}8} \approx 3{,}0$

O desvio-padrão amostral é, aproximadamente, 3 anos em ambos os conjuntos de dados.

21.

a) $\bar{x} = \frac{7 + 9 + 6 + 5 + 10 + 5 + 7}{7} = \frac{49}{7} = 7$

b) O lucro médio diário é 5 × 7 = 35 euros.

c) O lucro médio diário na semana seguinte é (7 + 2) × 5 = 45 euros.

22.

a) Opção (A)

A classe modal, classe com maior frequência absoluta, é a classe [500, 750[.

b) Opção (B)

6 + 5 + 2 + 4 + 1 = 18

Salário	Número de trabalhadores	Frequência relativa acumulada
[500, 750[	6	$\frac{6}{18} \approx 0{,}33$
[750, 1000[	5	$\frac{11}{18} \approx 0{,}61$
[1000, 1250[	2	$\frac{13}{18} \approx 0{,}72$
[1250, 1500[	4	$\frac{17}{18} \approx 0{,}94$
[1500, 1750[	1	1

O percentil de ordem 40 é o valor que divide a amostra em duas partes, uma com pelo menos 40% dos elementos da amostra menores ou iguais a esse valor, e outra onde 60% dos elementos são maiores ou iguais a esse valor. Assim, pela análise das frequências relativas acumuladas, podemos concluir que o percentil de ordem 40 deste conjunto de dados se encontra na classe [750, 1000[.

23.

a) Opção (D)

Por definição de percentil de ordem 75.

b) $\bar{x} = \frac{0{,}5 + 0{,}6 + 0{,}6 + 0{,}7 + ... + 4{,}1 + 4{,}1 + 4{,}2}{40} =$

$= 2{,}345$ mm

c)

Diâmetro (em mm)	Frequência absoluta
[0,5; 1[	7
[1; 1,5[	6
[1,5; 2[	4
[2; 2,5[	5
[2,5; 3[	3
[3; 3,5[	3
[3,5; 4[	7
[4; 4,5[	5

$\bar{x} = \frac{0{,}75 \times 7 + 1{,}25 \times 6 + 1{,}75 \times 4 + 2{,}25 \times 5 + 2{,}75 \times 3 + 3{,}25 \times 3 + 3{,}75 \times 7 + 4{,}25 \times 5}{40} =$

$= 2{,}4125$ mm

24.

a) $\bar{x} = \frac{6 + 5 + 7 + 5{,}1 + 5{,}2 + 6{,}4 + 6{,}7 + 6{,}8 + 5{,}9 + 5{,}8 + 6{,}7 + 7{,}1}{12} =$

$= \frac{73{,}7}{12} \approx 6{,}14\ \ell$

b) Colocando os valores da amostra por ordem crescente:

$\underbrace{\underbrace{5 \quad 5{,}1 \quad \mathbf{5{,}2}}_{25\%} \quad \underbrace{5{,}8 \quad 5{,}9 \quad 6}_{25\%}}_{50\%} \quad \underbrace{6{,}4 \quad 6{,}7 \quad 6{,}8 \quad 6{,}7 \quad 7 \quad 7{,}1}_{50\%}$

Verifica-se assim que, dos 25% dos adultos com menor capacidade pulmonar, aquele que tem maior capacidade pulmonar tem 5,2 litros.

25.

a)

Número de tios	Frequência absoluta
0	0,2 × 25 = 5
1	0,28 × 25 = 7
2	0,28 × 25 = 7
3	0,04 × 25 = 1
4	0,16 × 25 = 4
5	0,04 × 25 = 1

b) $\bar{x} = \frac{0 \times 5 + 1 \times 7 + 2 \times 7 + 3 \times 1 + 4 \times 4 + 5 \times 1}{25} =$

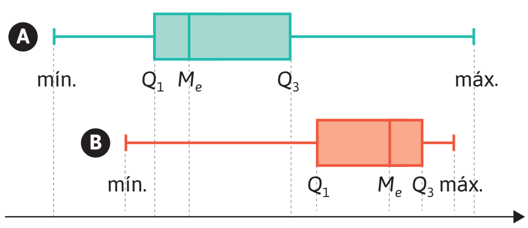
$= \frac{45}{25} = 1{,}8$

c) Por definição de percentil de ordem 75, sabemos que há 25% de colegas do Pedro com mais tios do que o percentil P_{75}.

0,25 × 25 = 6,25

Assim, há seis amigos do Pedro com mais do que P_{75} tios.

26.



A. A afirmação é verdadeira.
A amplitude, que é a diferença entre o valor máximo e o valor mínimo de um conjunto de dados, é maior na distribuição A do que na distribuição B.

B. A afirmação é falsa.
A amplitude interquartis, que é a diferença entre o 3.º quartil e o 1.º quartil, é maior na distribuição A do que na distribuição B.

C. A afirmação é verdadeira.
No diagrama B há menor dispersão acima da mediana do que no diagrama A.

D. A afirmação é verdadeira.
O diagrama A apresenta maior dispersão do que o diagrama B na zona dos valores mais elevados.

27.

a) Ordenando os dados da amostra:
5 6 7 7 8 9 11 12 12 13 15 16 17 18 18
19 20 21 22 23 29 32 35 36 37 41 44 44
45 49 62 65

Como o número de dados é par, 32, a mediana, ou seja, o percentil de ordem 50, é a média dos dois valores que se encontram nas posições $\frac{32}{2} = 16$ e $\frac{32}{2} + 1 = 17$. Assim, a mediana é $\frac{19 + 20}{2} = 19{,}5$.

Como o conjunto de dados à esquerda da mediana tem 16 elementos, então o 1.º quartil é a média dos dois valores que se encontram nas posições $\frac{16}{2} = 8$ e $\frac{16}{2} + 1 = 9$ destes 16 elementos. Assim, 1.º quartil é $\frac{12 + 12}{2} = 12$.

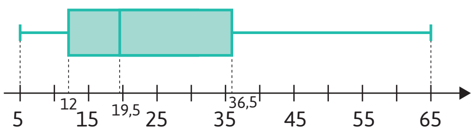
Como o conjunto de dados à direita da mediana tem 16 elementos, então o 3.º quartil é a média dos dois valores que se encontram nas posições $\frac{16}{2} = 8$ e $\frac{16}{2} + 1 = 9$ destes 16 elementos. Assim, o 3.º quartil é $\frac{36 + 37}{2} = 36{,}5$.

Logo, $P_{25} = Q_1 = 12$, $P_{50} = Q_2 = M_e = 19{,}5$ e $P_{75} = Q_3 = 36{,}5$.

b) Amplitude: $65 - 5 = 60$
Amplitude interquartis: $Q_3 - Q_1 = 36{,}5 - 12 = 24{,}5$

c) Os 25% de percursos com maior duração encontram-se depois do P_{75}, que foi calculado na alínea anterior: 36,5. Assim, destes 25%, aquele que tem menor duração é de 37 min.

d) **Duração do percurso casa-escola**



e) $\bar{x} = \frac{5 + 6 + 7 + 7 + 8 + 9 + 11 + 12 + 12 + \ldots + 45 + 49 + 62 + 65}{32} = \frac{798}{32} \approx 24{,}9$ min.

f) A média passa a ser 24,3 min.
$\bar{x} = \frac{6 + 7 + 7 + 8 + 9 + 11 + 12 + 12 + \ldots + 45 + 49 + 62}{30} = \frac{728}{30} \approx 24{,}3$

A mediana mantém-se. Como o número de dados é par, 30, a mediana é a média dos dois valores que se encontram nas posições $\frac{30}{2} = 15$ e $\frac{30}{2} + 1 = 16$.

Assim, a mediana é $\frac{19 + 20}{2} = 19{,}5$.

g) Opção (D)
A média passa a ser $\bar{x} + 10 = 24{,}9 + 10 = 34{,}9$.

28. Opção (A)
A afirmação I é verdadeira, já que o total das idades passa a ser menor e, portanto, a média diminui. A afirmação II pode ser falsa, uma vez que nada se sabe quanto à dispersão dos dados. A afirmação III pode ser falsa, uma vez que não se sabe a média inicial das idades.

29.

a) Seja x a classificação a obter à disciplina de Cálculo Infinitesimal:

$\bar{x} \geq 13{,}5 \Leftrightarrow \frac{36 \times 13 - 12 + x}{32} \geq 13{,}5$

$\Leftrightarrow 456 + x \geq 486$

$\Leftrightarrow x \geq 30$

Logo, não é possível obter média igual ou superior a 13,5 melhorando apenas a nota de Cálculo Infinitesimal.

b) Seja k o total das classificações da Francisca de forma que a sua média seja 13,5.

$\frac{k}{36} = 13{,}5 \Leftrightarrow k = 486$

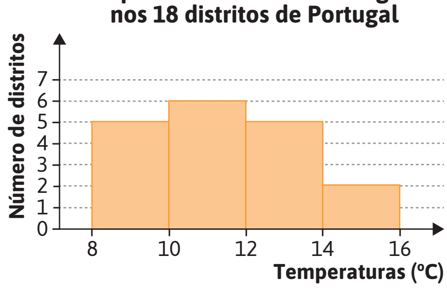
Com média 13 as suas classificações somam 468 ($13 \times 36 = 468$).
Como $486 - 468 = 18$, para obter média igual a 13,5, a Francisca terá de melhorar 18 valores.

30.

a)

Temperaturas (em °C)	Números de distritos	Frequência absoluta acumulada
[8, 10[	5	$\frac{40}{140}$
[10, 12[	6	$\frac{22}{140}$
[12, 14[	5	$\frac{36}{140}$
[14, 16[	2	$\frac{30}{140}$

b) **Temperaturas mínimas em agosto nos 18 distritos de Portugal**



c) Recorrendo à fórmula PERCENTIL e colocando os valores numa lista podemos obter o percentil de qualquer ordem, por exemplo:

B1 | =PERCENTIL(B2:B19; 0,1)

	A	B	C	D	E	F
1		8,38				
2		10,2				
3		8,5				
4		9,8				
5		8				
6		11,6				
7		13,4				
8		9,6				
9		8,1				
10		10,9				
11		12,4				
12		10,1				
13		12,6				
14		11				
15		14,3				
16		10,8				
17		12,1				
18		12,9				
19		15,9				

B1 | =PERCENTIL(B2:B19; 0,85

	A	B	C	D	E	F
1		13,125				
2		10,2				
3		8,5				
4		9,8				
5		8				
6		11,6				
7		13,4				
8		9,6				
9		8,1				
10		10,9				
11		12,4				
12		10,1				
13		12,6				
14		11				
15		14,3				
16		10,8				
17		12,1				
18		12,9				
19		15,9				

Assim, $P_{10} = 8{,}38$, $P_{15} = 9{,}105$, $P_{50} = 10{,}95$, $P_{75} = 12{,}55$ e $P_{85} = 13{,}125$.

d) Todos os percentis referentes às temperaturas mínimas do mês de agosto de 2014 são mais baixos do que os percentis de igual ordem referentes às temperaturas mínimas do mês de julho de 2013, o que significa que as temperaturas foram, em geral, mais baixas em agosto de 2014 do que em julho de 2013.

31.

a) $\bar{x} = \frac{35+0+10+77+65+1+26+78+2+1+2+76+11+3+2+62+1+118+16+30+12+83+39+71}{24} \approx$

$\approx 34{,}2$

$s = \sqrt{\frac{(35-34{,}2)^2+(0-34{,}2)^2+(10-34{,}2)^2+(77-34{,}2)^2+(65-34{,}2)^2+\ldots+(39-34{,}2)^2+(71-34{,}2)^2}{24-1}} \approx$

$\approx 35{,}3$

b) $\bar{x} = \frac{34{,}2 \times 24 + 14 \times 5}{24} \approx 37{,}1$

32. Opção (C)

A afirmação I é verdadeira, pois o máximo valor possível para a média da amostra seria no caso de todos os valores serem iguais a 15 exceto o primeiro que é igual a 10. E, neste caso, obteríamos

$\bar{x} = \frac{10 + 23 \times 15}{24} \approx 14{,}79.$

Como $14{,}79 < 15$, a afirmação é verdadeira.

A afirmação II é verdadeira, pois os dados 10 e 15 são distintos e o desvio-padrão é igual a zero se e só se todos os dados forem iguais.

A afirmação III não é necessariamente verdadeira, pois se, por hipótese, as 12.ª e 13.ª observações forem ambas iguais a 10, verifica-se que $M_e = 10$.

33. Opção (B)

O desvio-padrão de qualquer distribuição é sempre não negativo, pelo que se elimina a opção A. Como os valores da amostra não são todos iguais, então o desvio-padrão não é zero, pelo que se elimina a opção C. Também decorre de os valores da amostra não serem todos iguais que a média não é igual ao maior deles, pelo que se elimina a opção D.

34.

a) Seja $\bar{x}$ a média de rifas vendidas pelo Rodrigo e $\bar{y}$ a média de rifas vendidas pelo Guilherme.

$\bar{x} = \frac{2+5+7+5+3+0+9+12+17+6}{10} = \frac{66}{10} = 6{,}6$

$\bar{y} = \frac{0+6+9+3+6+4+7+3+7}{9} = \frac{45}{9} = 5$

b) A afirmação é falsa. A média de rifas vendidas pelos dois irmãos é:

$\frac{2+5+7+5+3+0+9+12+17+6+0+6+9+3+6+4+7+3+7}{9} =$

$= \frac{66+45}{19} = \frac{111}{19} \approx 5{,}842$

c) Calculemos o desvio-padrão amostral de cada um dos conjuntos de dados.

Rodrigo:

$s_x = \sqrt{\frac{(2-6{,}6)^2+(5-6{,}6)^2+(7-6{,}6)^2+(5-6{,}6)^2+(3-6{,}6)^2+(0-6{,}6)^2+(9-6{,}6)^2+(12-6{,}6)^2+(17-6{,}6)^2+(6-6{,}6)^2}{10-1}} \approx$

$\approx 5{,}02$

Guilherme:

$s_y = \sqrt{\frac{(0-5)^2+(6-5)^2+(9-5)^2+(3-5)^2+(6-5)^2+(4-5)^2+(7-5)^2+(3-5)^2+(7-5)^2}{9-1}} \approx$

$\approx 2{,}74$

O Rodrigo apresentou maior variabilidade no número de rifas vendidas, porque tem desvio-padrão superior.

Capítulo 3 – Dados bivariados – página 170

1.

a) Variável explanatória: “idade”

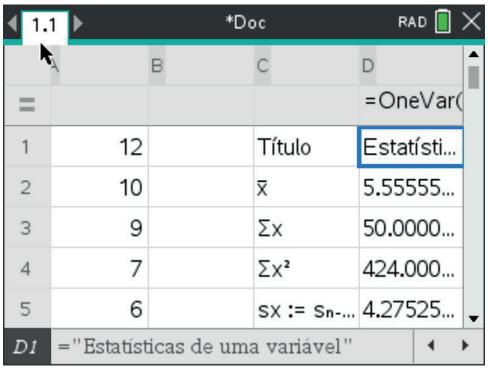
Variável resposta: “percentagem de massa muscular”

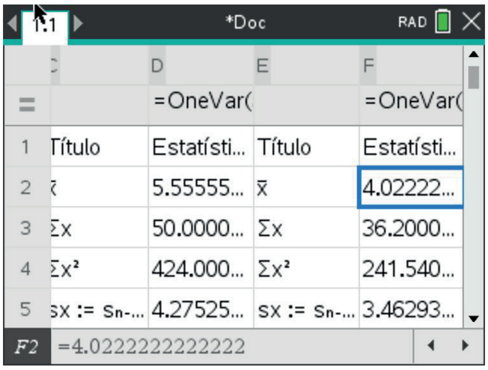
b) Variável explanatória: “temperatura ambiental”

Variável resposta: “comprimento da barra”

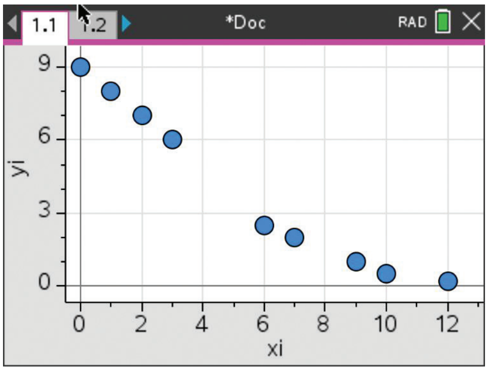
2.

a) $\bar{x} = 5{,}56$ e $\bar{y} = 4{,}02$

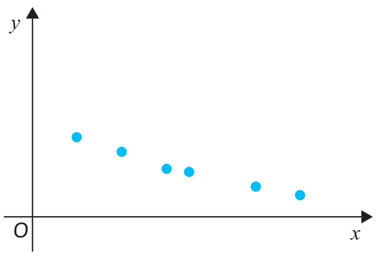




b)

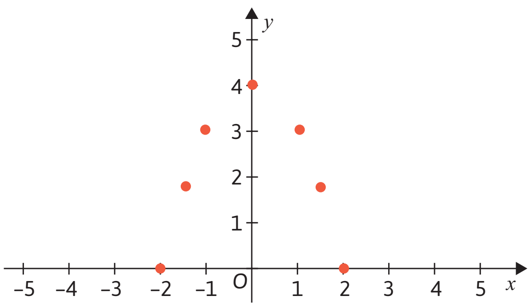


3.



Esta nuvem de pontos sugere que existe uma associação linear entre as variáveis.

4.



Esta nuvem de pontos sugere que não existe uma associação linear entre as variáveis.

5.

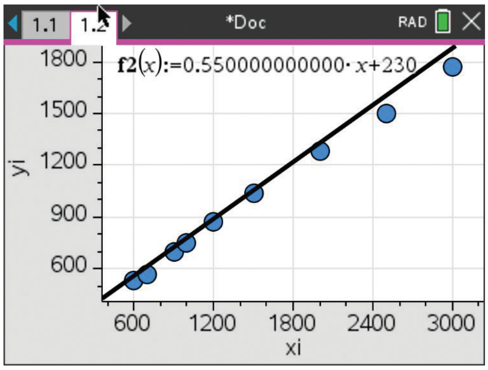
a) $\bar{x} = \frac{600 + 700 + 900 + 1000 + 1200 + 1500 + 2000 + 2500 + 3000}{9} =$

$= 1489$

$\bar{y} = \frac{533 + 568 + 695 + 746 + 869 + 1038 + 1282 + 1501 + 1769}{9} =$

$= 1000$

b)

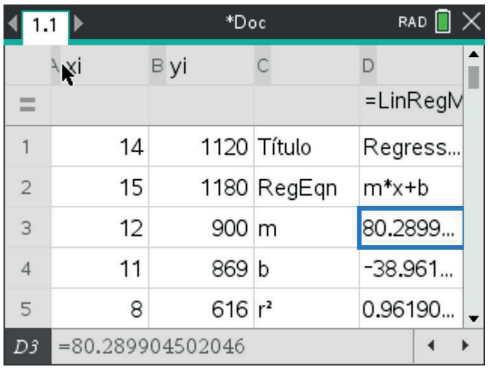


c) O desvio vertical do ponto (x_i, y_i) em relação à reta t: $y = 0{,}55x + 230$ é dado por $e_i = y_i - 0{,}55x_i - 230$.
Assim:
(600, 533): $e_1 = 533 - 0{,}55 \times 600 - 230 = -27$
(700, 568): $e_2 = 568 - 0{,}55 \times 700 - 230 = -47$
(900, 695): $e_3 = 695 - 0{,}55 \times 900 - 230 = -30$
(1000, 746): $e_4 = 746 - 0{,}55 \times 1000 - 230 = -34$
(1200, 869): $e_5 = 869 - 0{,}55 \times 1200 - 230 = -21$
(1500, 1038): $e_6 = 1038 - 0{,}55 \times 1500 - 230 = -17$
(2000, 1282): $e_7 = 1282 - 0{,}55 \times 2000 - 230 = -48$
(2500, 1501): $e_8 = 1501 - 0{,}55 \times 2500 - 230 = -104$
(3000, 1769): $e_9 = 1769 - 0{,}55 \times 3000 - 230 = -111$

d) $-27 - 47 - 30 - 34 - 21 - 17 - 48 - 104 - 111 = -439$

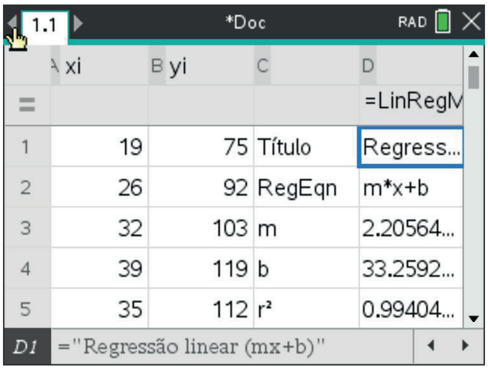
e) A reta t não pode ser a reta dos mínimos quadrados, porque a soma dos desvios verticais de cada um dos pontos não é igual a zero.

6. Recorrendo à calculadora gráfica, obtemos:



Assim, a equação da reta dos mínimos quadrados, com os coeficientes arredondados às centésimas, é $y = 80{,}29x - 38{,}96$.
Se $x = 13$, então $y = 80{,}29 \times 13 - 38{,}96 = 1004{,}81$.
Com recurso à calculadora gráfica, uma estimativa da energia, em calorias, gasta pelo Dinis nesse treino é, aproximadamente, 1005 calorias.

7. Recorrendo à calculadora gráfica, obtemos:



	A xi	B yi	C	D
=				=LinRegM
1	19	75	Título	Regress...
2	26	92	RegEqn	m*x+b
3	32	103	m	2.20564...
4	39	119	b	33.2592...
5	35	112	r²	0.99404...

D1 ="Regressão linear (mx+b)"

Assim, a equação da reta dos mínimos quadrados, com os coeficientes arredondados às centésimas, é $y = 2{,}21x + 33{,}26$.

Se $x = 40$, então $y = 2{,}21 \times 40 + 33{,}26 = 121{,}66$.

Com recurso à calculadora gráfica, uma estimativa do número de gelados vendidos na gelataria nesse dia é, aproximadamente, 122.

8. Gráfico A: 0,85, pois a associação linear positiva é forte.

Gráfico B: 0,15, pois a associação linear positiva não é forte.

Gráfico C: –0,9, pois a associação linear negativa é forte.

Gráfico D: –1, pois a associação linear é total, ou seja, todos os pontos estão sobre uma mesma reta de declive negativo.

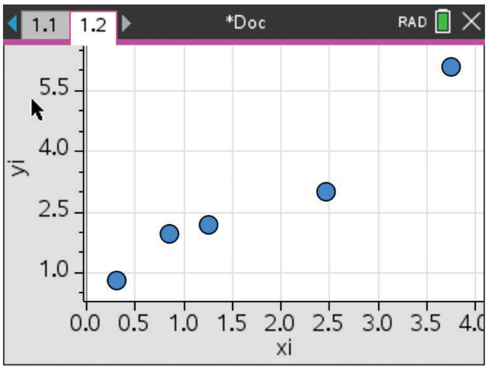
Gráfico E: 1, pois a associação linear é total, ou seja, todos os pontos estão sobre uma mesma reta de declive positivo.

9.

a) Variável explanatória: "taxa de fluxo das águas"

Variável resposta: "quantidade de massa de solo transportado"

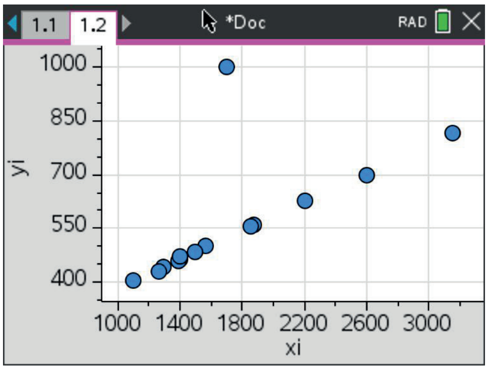
b) **i.**



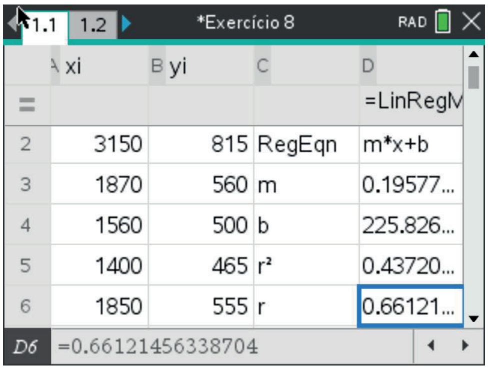
ii. $\bar{x} = 1{,}728$; $\bar{y} = 2{,}806$

iii. $a = 1{,}39$ (2 c.d.)

10. O diagrama de dispersão seguinte inclui todos os dados da tabela, incluindo o rendimento mensal de 1700 €.

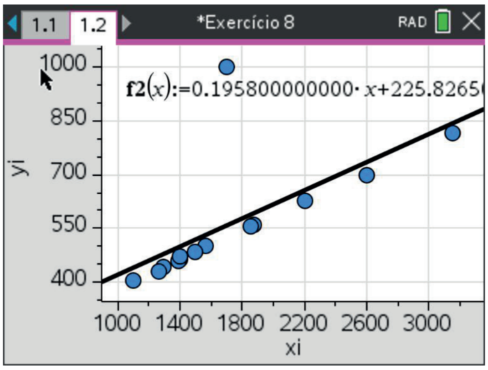


Na calculadora, com os dados do rendimento mensal na lista 1 e os dados das despesas com a alimentação na lista 2, incluindo o rendimento mensal de 1700 €, obtém-se o valor 0,6612 para o coeficiente de correlação linear entre as variáveis:

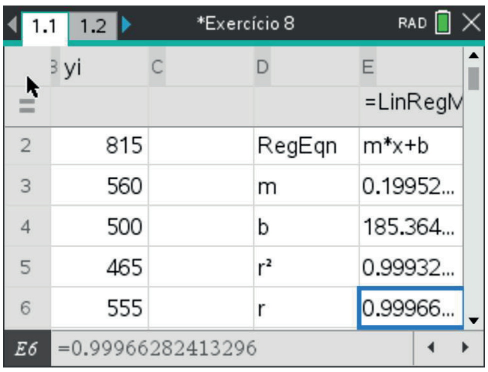


	A xi	B yi	C	D
=				=LinRegM
2	3150	815	RegEqn	m*x+b
3	1870	560	m	0.19577...
4	1560	500	b	225.826...
5	1400	465	r²	0.43720...
6	1850	555	r	0.66121...

D6 =0.66121456338704

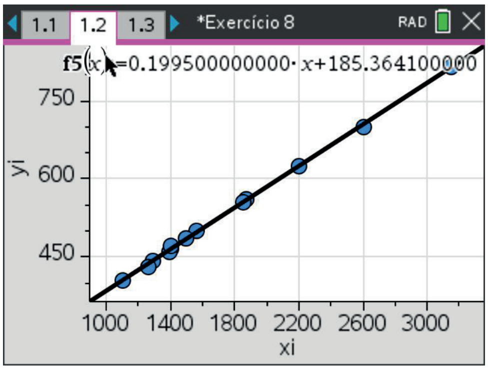


No entanto, se se introduzirem na calculadora os dados do rendimento mensal na lista 1 e os dados das despesas com a alimentação na lista 2, excluindo o rendimento mensal de 1700 €, obtém-se o valor 0,9997 para o coeficiente de correlação linear entre as variáveis:



	B yi	C	D	E
=				=LinRegM
2	815		RegEqn	m*x+b
3	560		m	0.19952...
4	500		b	185.364...
5	465		r²	0.99932...
6	555		r	0.99966...

E6 =0.99966282413296



Além disso, também se verifica que o valor de m passa de 0,1958 para 0,1995 e que o valor de b passa de 225,8265 para 185,3641, aproximadamente. Obtém-se assim uma reta de regressão mais ajustada aos restantes pontos do diagrama de dispersão, pelo que, excluindo o rendimento de 1700 €, se obtém um aumento de fiabilidade da previsão se se pretender efetuar previsões a partir da reta de regressão.

11. No estudo da relação entre o consumo de café (variável explanatória) e o risco de desenvolver doenças cardíacas (variável resposta), exemplos de variáveis perturbadoras podem ser o consumo de álcool, o tabagismo, a dieta, o nível de atividade física, o histórico familiar de doenças cardíacas, entre outros.

12. Pela observação do gráfico, podemos concluir que as temperaturas máxima e mínima registadas em 2022 são superiores em relação aos valores médios.
O valor médio da temperatura máxima do ar aumentou, aproximadamente, 2 ºC em relação ao valor médio, sendo o 6 ºC o valor mais alto desde 1931. De destacar que os nove anos com valores mais altos da temperatura máxima do ar registaram-se todos depois de 2000.
O valor médio da temperatura mínima, também aumentou, aproximadamente, 1 ºC em relação ao valor normal, sendo o 7 ºC o valor mais alto desde 1931.

Aprende fazendo – páginas 194 a 202

1. Opção (A)

$\bar{x} = \dfrac{20 + 34 + 36 + 40}{4} = 32{,}5$

$\bar{y} = \dfrac{30 + 40 + 50 + 56}{4} = 44$

$SS_x = (20 - 32{,}5)^2 + (34 - 32{,}5)^2 + (36 - 32{,}5)^2 +$
$+ (40 - 32{,}5)^2 = 227$

$SS_y = (30 - 44)^2 + (40 - 44)^2 + (50 - 44)^2 + (56 - 44)^2 =$
$= 392$

$r = \dfrac{(20 - 32{,}5)(30 - 44) + (34 - 32{,}5)(40 - 44) + (36 - 32{,}5)(50 - 44) + (40 - 32{,}5)(56 - 44)}{\sqrt{227 \times 392}} \approx$

$\approx 0{,}94$

2. Opção (C)
O coeficiente de correlação linear é um número que pertence ao intervalo [–1, 1]. Tratando-se de uma associação linear negativa forte esse valor está próximo de –1.

3. Opção (C)

$\bar{x} = \dfrac{21 + 22 + 23 + 24 + 25}{5} = 23$

$\bar{y} = \dfrac{12{,}1 + 11{,}5 + 8{,}7 + 7{,}5 + 8{,}2}{5} = 9{,}6$

$SS_x = (21 - 23)^2 + (22 - 23)^2 + (23 - 23)^2 + (24 - 23)^2 +$
$+ (25 - 23)^2 = 10$

$a = \dfrac{21 \times 12{,}1 + 22 \times 11{,}5 + 23 \times 8{,}7 + 24 \times 7{,}5 + 25 \times 8{,}2 - 5 \times 23 \times 9{,}6}{10} \approx$

$\approx -1{,}18$

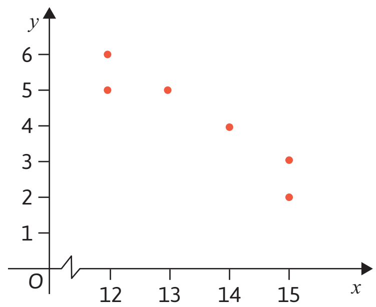
$b = \bar{y} - a\bar{x} \approx 9{,}6 + 1{,}18 \times 23 = 36{,}74$

4. Opção (D)
$y = 0{,}35x + 307$
$0{,}35 \times 15 + 307 \approx 312$ patentes

5. Opção (A)
O coeficiente de correlação linear r_1 corresponde ao gráfico C, uma vez que este é o único que apresenta uma associação linear negativa forte.
O coeficiente de correlação linear r_2 corresponde ao gráfico A, uma vez que este é o único que apresenta uma associação linear positiva.
O coeficiente de correlação linear r_3 corresponde ao gráfico B, uma vez que este é o único que apresenta uma associação linear negativa fraca.

6. Opção (C)
O coeficiente de correlação linear é um número que pertence ao intervalo [–1, 1]. Tratando-se de uma uma associação linear positiva forte esse valor está próximo de 1.

7.



Esta nuvem de pontos sugere que existe uma associação linear entre as variáveis.

8. Todas as nuvens apresentadas sugerem a existência de associação linear negativa entre as variáveis. Na amostra representada no gráfico A essa associação é a mais fraca e na amostra representada no gráfico C essa associação é a mais forte.
Então, r_1 corresponde ao gráfico A, r_2 corresponde ao gráfico C e r_3 corresponde ao gráfico B.

9.
a) A variável explanatória é a variável “massa”. A variável resposta é a variável “quantidade de medicamento”.

b) $r = \dfrac{15{,}25}{\sqrt{101{,}5 \times 2{,}315}} \approx 0{,}999$

Logo, as variáveis têm uma associação linear positiva.

Cálculos auxiliares

- $\bar{x} = \dfrac{3+4+5+8+10+15}{6} = 7{,}5$
- $\bar{y} = \dfrac{0{,}5+0{,}6+0{,}8+1{,}2+1{,}5+2{,}3}{6} = 1{,}15$

x_i	y_i	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$
3	0,5	–4,5	–0,65	2,925	20,25	0,4225
4	0,6	–3,5	–0,55	1,925	12,25	0,3025
5	0,8	–2,5	–0,35	0,875	6,25	0,1225
8	1,2	0,5	0,05	0,025	0,25	0,0025
10	1,5	2,5	0,35	0,875	6,25	0,1225
15	2,3	7,5	1,15	8,625	56,25	1,3225
				15,25	**101,5**	**2,315**

c) $a = \dfrac{3 \times 0{,}5 + 4 \times 0{,}6 + 5 \times 0{,}8 + 8 \times 1{,}2 + 10 \times 1{,}5 + 15 \times 2{,}3 - 6 \times 7{,}5 \times 1{,}15}{101{,}5} \approx$

$\approx 0{,}15$

$b = \bar{y} - a\bar{x} \approx 0{,}02$

Assim, a equação reduzida da reta dos mínimos quadrados é $y = 0{,}15x + 0{,}02$.

d) $0{,}15 \times 12 + 0{,}02 = 1{,}82$

Uma criança com 12 kg deve tomar, aproximadamente, 1,82 mℓ de medicamento.

10.

a) A variável explanatória é "número de km" e a variável resposta é "valor da venda".

b) $r = \dfrac{-1544{,}6667}{\sqrt{237{,}7683 \times 17\,731{,}3333}} \approx -0{,}75$

Logo, as variáveis têm uma associação linear positiva.

Cálculos auxiliares

- $\bar{x} = \dfrac{248+273+145+210+142+270}{6} = \dfrac{644}{3} \approx 214{,}6667$
- $\bar{y} = \dfrac{12{,}5+13{,}9+17{,}5+12{,}5+29{,}9+12{,}2}{6} = \dfrac{197}{2} \approx 16{,}4167$

x_i	y_i	$x_i y_i$	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$
248	12,5	3100	33,3333	–3,9167	–130,5556	1111,1111	15,3403
273	13,9	3794,7	58,3333	–2,5167	–146,8056	3402,7778	6,3336
145	17,5	2537,5	–69,6667	1,0833	–75,4722	4853,4444	1,1736
210	12,5	2625	–4,6667	–3,9167	18,2778	21,7778	15,3403
142	29,9	4245,8	–72,6667	13,4833	–979,7889	5280,4444	181,8003
270	12,2	3294	55,3333	–4,2167	–233,3222	3061,7778	17,7803
		19 597			**–1547,6667**	**17 731,3333**	**237,7683**

c) $a = \dfrac{19\,597 - 6 \times 214{,}6667 \times 16{,}4167}{17\,731{,}3333} \approx -0{,}0873 \approx -0{,}09$

$b = \bar{y} - a\bar{x} = 16{,}4167 + 0{,}0873 \times 214{,}6667 \approx 35{,}15$

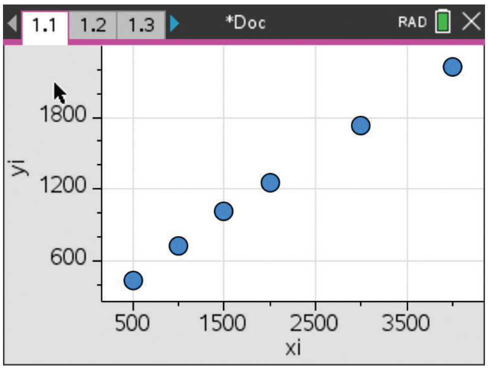
Assim, a equação reduzida da reta dos mínimos quadrados é $y = 0{,}09x + 35{,}15$.

d) $x = -0{,}09 \times 250 + 35{,}15 \Leftrightarrow x = 12{,}61$

O valor da venda de um carro com 250 000 km é, aproximadamente, 12,61 milhares de euros.

11.

a)



Esta nuvem de pontos sugere que existe uma associação linear forte entre as variáveis.

b) Recorrendo à calculadora gráfica, $y = 0{,}5x + 227{,}8$.

c) $y = 0{,}5 \times 750 + 227{,}8 = 602{,}8$

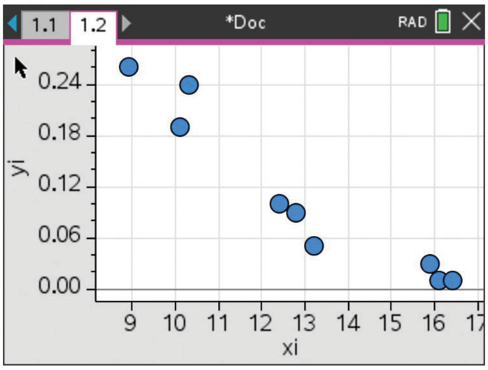
O valor do ordenado líquido de um funcionário com um ordenado bruto de 750 euros é 602,8 euros.

d) 589 – 602,8 = –13,8 euros.

12.

a) A variável explanatória é "temperatura" e a variável resposta é "volume de gás".

b) **i.**



A nuvem de pontos parece indicar a existência de uma associação linear negativa entre as variáveis.

ii. Recorrendo à calculadora gráfica, $\bar{x} = 12{,}9$ e $\bar{y} = 0{,}11$.

iii. Recorrendo à calculadora gráfica,

$y = -0{,}033x + 0{,}539$.

iv. Opção (A)

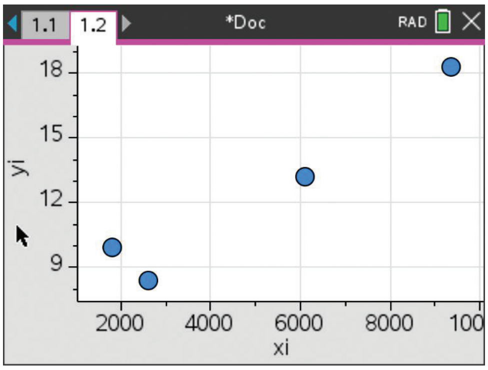
v. $y = -0{,}033 \times 7 + 0{,}539 = 0{,}308$

O consumo esperado num mês em que a temperatura média é 7 ºC é, aproximadamente, 0,308 m^3.

13. Opção (B)

14.

a)



A nuvem de pontos parece indicar a existência de uma associação linear positiva entre as variáveis.

b) Recorrendo à calculadora gráfica, $y = 0{,}001x + 6{,}389$.

c) $y = 0{,}001 \times 3000 + 6{,}389 = 9{,}389$

A média é 9,389 espetadores por sessão.

15. **A.** A afirmação é falsa.

Quando o coeficiente de correlação entre duas variáveis é nulo, podemos concluir que não existe associação linear entre as variáveis, mas nada podemos afirmar sobre quaisquer outros tipos de associação.

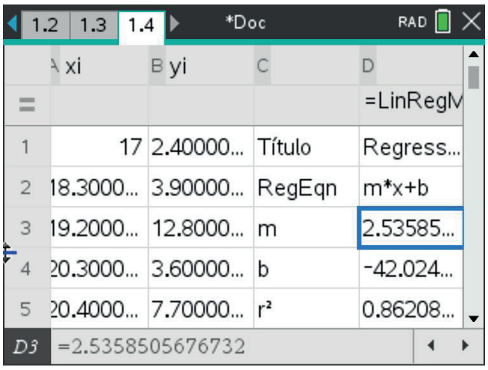
B. A afirmação é falsa.

Um valor do coeficiente de correlação próximo de –1 indica uma associação linear negativa forte entre as variáveis.

C. A afirmação é verdadeira.

O sinal do coeficiente de correlação tem sempre o mesmo sinal do declive da reta dos mínimos quadrados.

16.



	A xi	B yi	C	D
=				=LinRegM
1	17	2.40000...	Título	Regress...
2	18.3000...	3.90000...	RegEqn	m*x+b
3	19.2000...	12.8000...	m	2.53585...
4	20.3000...	3.60000...	b	-42.024...
5	20.4000...	7.70000...	r²	0.86208...

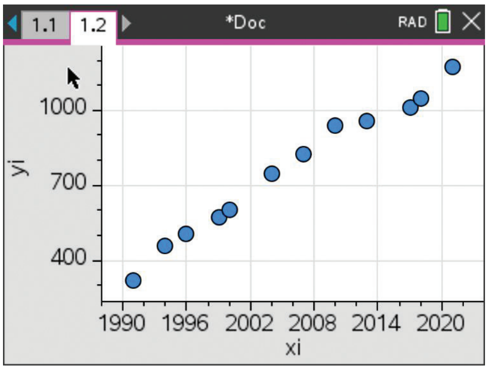
D3 =2.5358505676732

Recorrendo à calculadora gráfica, verificamos que a equação da reta dos mínimos quadrados, com os coeficientes arredondados às milésimas, é $y = 2{,}536x - 42{,}024$.

O tempo estimado, em minutos, com aproximação às décimas, que um turista desse grupo com índice de massa corporal 23,5 demoraria a subir aquela escadaria é $2{,}536 \times 23{,}5 - 42{,}024 \approx 17{,}6$.

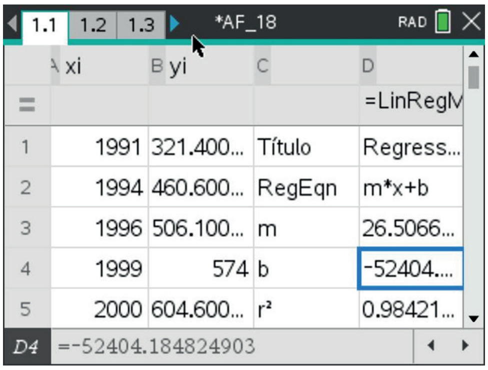
17.

a)



Existe uma associação linear entre as duas variáveis.

b)



	A xi	B yi	C	D
=				=LinRegM
1	1991	321.400...	Título	Regress...
2	1994	460.600...	RegEqn	m*x+b
3	1996	506.100...	m	26.5066...
4	1999	574	b	-52404....
5	2000	604.600...	r²	0.98421...

D4 =-52404.184824903

Como podemos ver no ecrã da calculadora, a equação da reta dos mínimos quadrados, com os coeficientes arredondados às milésimas é $y = 26{,}507x - 52\,404{,}185$.

c) $y = 26{,}507 \times 2019 - 52\,404{,}185 = 1113{,}448$

O vencimento médio mensal, em euros, de um trabalhador do sexo feminino por conta de outrem, esperado no ano de 2019, é 1113,45 euros.

18. O coeficiente de correlação é um número pertencente ao intervalo [–1, 1], pelo que r_2 não pode ser um coeficiente de correlação.

Uma vez que o declive da reta dos mínimos quadrados relativa a esta amostra é positivo, então o coeficiente de correlação desta amostra tem de ser positivo. Logo, r_3 pode corresponder ao coeficiente de correlação linear desta amostra.

19. O diagrama de dispersão representado na figura mostra uma forte associação linear negativa entre o ano (x) e a diferença entre o salário médio mensal de mulheres e homens, em função do salário mensal dos homens (em percentagem), em profissionais altamente qualificados (y). Logo, o valor de r não pode ser –0,092, o que exclui a opção III.

Uma vez que existe uma associação linear negativa o declive da reta dos mínimos quadrados, parâmetro a, terá de ser negativo, o que exclui a opção II.

Logo, a opção correta é a opção I.

20.

a) O valor de P não está compreendido entre 169 e 171, pois, se a média das frequências cardíacas é 166,5 pulsações por minuto, então

$$\frac{1493 + P}{10} = 166{,}5 \Leftrightarrow P = 172$$

Logo, a afirmação A é falsa.
A mediana nunca poderá ser igual a 170, pois independentemente do valor de P, ordenando-se os dados, verifica-se que 170 nunca será o resultado da média dos valores centrais.
Assim, a afirmação B é falsa.
A afirmação C também é falsa, porque o diagrama de dispersão sugere uma associação entre as duas variáveis no mesmo sentido, isto é, à medida que a temperatura ambiente aumenta, também a frequência cardíaca dos atletas tende a aumentar. Logo, o coeficiente de correlação não pode ser negativo.

b) $y = -0{,}71 \times 31{,}7 + 147{,}1 \approx 170$
Não é previsível que, no ano 2006, a temperatura ambiente no final da prova tenha sido 31,7 ºC, porque, nesse ano, o número de pulsações por minuto do atleta vencedor foi 165.

Teste final – páginas 203 a 205

1. Opção (C)
Sendo a média dos quatro testes 15,25, então a soma das quatro classificações dos testes é $4 \times 15{,}25 = 61$.
Assim,

$$\frac{61 + 2x}{8} = 15{,}5 \Leftrightarrow 61 + 2x = 93$$
$$\Leftrightarrow 2x = 93 - 61$$
$$\Leftrightarrow 2x = 32$$
$$\Leftrightarrow x = 16$$

2. Opção (B)
Num certo conjunto de dados, $Q_1 = 10$ significa que pelo menos 25% dos dados são inferiores ou iguais a 10 e os outros 75% são superiores ou iguais a 10.

3.
a) $$\bar{x} = \frac{0 \times 6 + 1 \times 8 + 2 \times 8 + 3 \times 1 + 4 \times 2}{25} = 1{,}4$$

$$s = \sqrt{\frac{(0-1{,}4)^2 \times 6 + (1-1{,}4)^2 \times 8 + (2-1{,}4)^2 \times 8 + (3-1{,}4)^2 \times 1 + (4-1{,}4)^2 \times 2}{25-1}} \approx$$
$\approx 1{,}15$

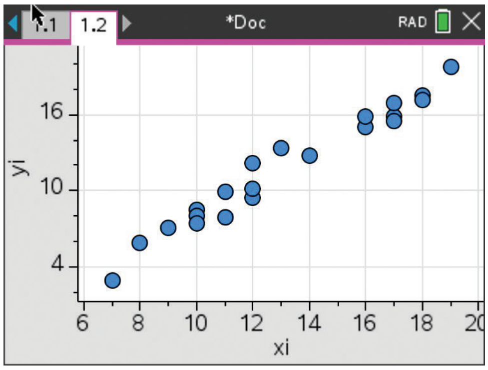
b)

Número de irmãos	Frequência absoluta	Frequência relativa	Frequência relativa acumulada (%)
0	6	$\frac{6}{25} = 0{,}24$	24%
1	8	$\frac{8}{25} = 0{,}32$	56%
2	8	$\frac{8}{25} = 0{,}32$	88%
3	1	$\frac{1}{25} = 0{,}04$	92%
4	2	$\frac{2}{25} = 0{,}08$	100%

c) Observando as frequências relativas acumuladas, tem-se que $Q_1 = 1$, $M_e = 1$ e $Q_3 = 2$.

d) O percentil de ordem 75, P_{75}, corresponde ao 3.º quartil. Assim, $Q_3 = 2$, o que significa que pelo menos 75% dos dados são inferiores ou iguais a 2 e os outros 25% são superiores ou iguais a 2, ou seja, pelo menos 75% dos alunos tem dois ou menos irmãos e os outros 25% dos alunos têm dois ou mais irmãos.

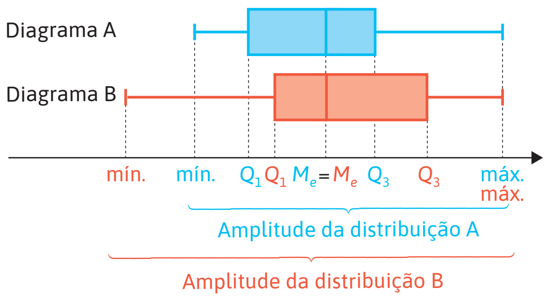
4.
a)



Recorrendo à calculadora, obtemos $a \approx 1{,}22$, $b \approx -4{,}23$ e $r \approx 0{,}98$.
Logo, $y = 1{,}22x - 4{,}23$ e $r \approx 0{,}98$.

b) Se $x = 15$, temos:
$y = 1{,}22 \times 15 - 4{,}23 \Leftrightarrow y = 18{,}3 - 4{,}23 \Leftrightarrow y \approx 14{,}1$
Assim, a estimativa é 14,1 valores.

5. Opção (D)



Verifica-se que as afirmações das opções (A), (B) e (C) são verdadeiras, sendo a afirmação da opção (D) a afirmação falsa, já que a amplitude (diferença entre o valor máximo e o valor mínimo da distribuição) é maior na distribuição B do que na distribuição A.

6. Opção (C)
A opção (A) não é correta, porque $s_A < s_B$.
A opção (B) não é correta, porque $s_B = s_C$.
A opção (C) é a correta, porque $s_C > s_A$.
A opção (D) não é correta, uma vez que aumentar um valor a todos os alunos não altera o desvio-padrão.

7.
a) A frequência relativa acumulada da classe [70, 90[é 12,5% e a da classe anterior, [50, 70[, é 10%. Podemos assim concluir que a frequência relativa da classe [70, 90[é 2,5% (12,5% – 10%).
Logo, sendo N o número total de carros, vem que

$$\frac{550}{N} = \frac{2{,}5}{100} \Leftrightarrow N = 22\,000.$$

b)

Classes	Centro da classe	Frequência relativa acumulada	Frequência relativa
[50, 70[	60	10%	10%
[70, 90[	80	12,5%	2,5%
[90, 110[	100	30%	17,5%
[110, 130[	120	90%	60%
[130, 150[	140	100%	10%

Assim,

$\bar{x} = 60 \times 0{,}10 + 80 \times 0{,}025 + 100 \times 0{,}175 + 120 \times$
$\times\, 0{,}6 + 140 \times 0{,}1 = 111{,}5$

A média da velocidade registada nesse dia foi 111,5 km/h.

8. Opção (B)

Por observação das nuvens de pontos, podemos afirmar que nos gráficos II e III se apresentam distribuições com correlação linear negativa. Assim, só na opção (B) se encontra uma tabela com uma correspondência correta entre os gráficos e os respetivos coeficientes de correlação.

Tema 3 – Geometria sintética no plano

Recorda – páginas 6 e 7

1. $\frac{\overline{DF}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \frac{\overline{DF}}{2} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \overline{DF} = \frac{8}{3}$

$\frac{\overline{EF}}{\overline{BC}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{AB}} \Leftrightarrow \frac{\overline{EF}}{3} = \frac{4}{3} \Leftrightarrow \overline{EF} = 4$

2.

a) Os triângulos são semelhantes pelo critério LAL

$\left(\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{A'C'}} \text{ e } B\hat{A}C = B'\hat{A}'C'\right)$

b) Os triângulos são semelhantes pelo critério AA

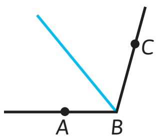
($B\hat{A}C = B'\hat{A}'C'$ e $C\hat{B}A = C'\hat{B}'A'$, pois $C'B'A' = 180^\circ - 70^\circ - 70^\circ = 40^\circ$)

c) Os triângulos são semelhantes pelo critério LLL

$\left(\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}}\right)$

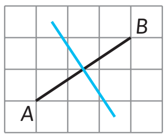
3. Bissetriz

4.



5. Opção (A)

6.



Capítulo 1 – Pontos notáveis do triângulo – página 8

Explora o incentro

a) Intersetam-se no mesmo ponto.

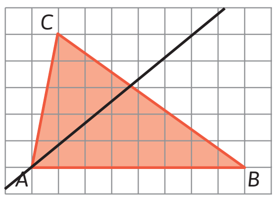
b) Incentro do triângulo.

c) A distância do incentro a cada um dos lados do triângulo é a mesma.

d) Sim. O centro é o incentro e o raio é a distância do incentro a cada um dos lados.

1.

a) **i.** Bissetriz do ângulo *BAC*.



ii. Ponto de interseção das bissetrizes dos ângulos do triângulo – ponto *I*.