Tema 2 – Estatística

1. Introdução à Estatística

Exercícios – página 17

1.

1.1. A população é o conjunto dos funcionários das empresas da região do Vale do Ave.
A amostra é o conjunto dos 719 funcionários inquiridos.
A variável estatística em estudo é o nível de escolaridade dos funcionários.

1.2. A população é o conjunto dos clientes do hipermercado.
A amostra é o conjunto dos 218 clientes inquiridos.
A variável estatística em estudo é o grau de satisfação dos clientes.

2.

2.1. O estudo em causa é um recenseamento, já que foram inquiridos todos os alunos do 12.º ano, ou seja, a totalidade dos elementos da população.

2.2. O estudo em causa é uma sondagem, já que foi inquirida apenas uma parte dos participantes na maratona e não a totalidade da população.

3.

3.1. Trata-se de uma amostra enviesada, já que é composta apenas por indivíduos que se deslocam ao veterinário, e que, portanto, têm animais, não sendo representativa da população. Trata-se de um exemplo de amostragem por conveniência.

3.2. Trata-se de uma amostra enviesada, pois, além de apenas visar os leitores do jornal, exige dos indivíduos que respondam ao inquérito *online*. Pode ser visto como um exemplo de amostra por resposta voluntária, mas também de amostragem por conveniência.

3.3. Ao inquirir alunos que já estão no ensino superior sobre a importância de ter um curso superior, está-se a selecionar uma amostra enviesada, já que as respostas obtidas não serão representativas da população. Mais uma vez, trata-se de um exemplo de amostragem por conveniência.

3.4. Como apenas são selecionados indivíduos na cidade do Porto, na rua, não é selecionada uma amostra representativa da população portuguesa, pois não é selecionada uma amostra a nível nacional, por exemplo. Trata-se de uma amostragem por conveniência.

4.

4.1. À partida, se os indivíduos estão a passear em Monsanto é porque a terão escolhido, por a preferirem em relação a outras aldeias ou são habitantes da aldeia. Logo, a amostra selecionada é enviesada.

4.2. Seria mais adequado, por exemplo, selecionar uma amostra estratificada, por concelhos, a nível nacional.

5. $\frac{2472}{4479} = \frac{x}{100} \Leftrightarrow x = \frac{2472 \times 100}{4479}$
Logo, $x \approx 55,19$.
Assim, devem ser escolhidas 55 pessoas, com idades entre os 25 e os 64 anos.
$\frac{913}{4479} = \frac{x}{100} \Leftrightarrow x = \frac{913 \times 100}{4479}$
Logo, $x \approx 20,38$.
Então, devem ser escolhidas 20 pessoas com, pelo menos, 65 anos.

2. Dados univariados

Exercícios – páginas 18 a 27

6.

6.1. A variável estatística é o número de concertos de música assistidos no último ano. Trata-se de uma variável quantitativa discreta.

6.2.

Número de concertos	Frequência absoluta	Frequência absoluta acumulada	Frequência relativa	Frequência relativa acumulada
0	3	3	$\frac{3}{40} = 0,075$	0,075
1	6	9	$\frac{6}{40} = 0,15$	0,225
2	8	17	$\frac{8}{40} = 0,2$	0,425
3	10	27	$\frac{10}{40} = 0,25$	0,675
4	9	36	$\frac{9}{40} = 0,225$	0,9
5	3	39	$\frac{3}{40} = 0,075$	0,975
6	1	40	$\frac{1}{40} = 0,025$	1
Total	**40**		**1**	

6.3. 9 alunos assistiram a um ou menos concertos.

6.4. $\frac{9+3+1}{40} \times 100 = 32,5$
32,5% dos alunos assistiram a pelo menos quatro concertos.

7.

7.1. A variável em estudo é o número de alunos que chegaram atrasados às aulas do primeiro tempo da manhã. Trata-se de uma variável quantitativa discreta.

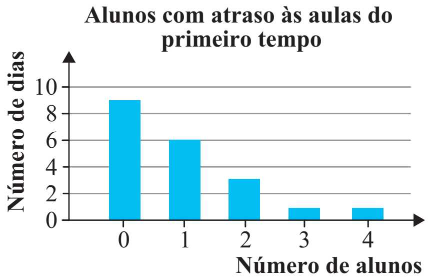
7.2. Houve pelo menos dois alunos que chegaram atrasados 5 dias.

7.3. $\frac{9}{20} \times 100 = 45$
Em 45% dos dias, nenhum aluno chegou atrasado.

7.4.

Número de alunos	Frequência absoluta	Frequência absoluta acumulada	Frequência relativa	Frequência relativa acumulada
0	9	9	$\frac{9}{20} = 0,45$	0,45
1	6	15	$\frac{6}{20} = 0,3$	0,75
2	3	18	$\frac{3}{20} = 0,15$	0,90
3	1	19	$\frac{1}{20} = 0,05$	0,95
4	1	20	$\frac{1}{20} = 0,05$	1
Total	**20**		**1**	

7.5.



8.

8.1. $1 + 2 + 4 + 5 + 6 + 4 + 2 + 1 = 25$
A amostra é composta por 25 alunos.
$5 + 6 + 4 + 2 + 1 = 18$

8.2. 18 alunos estudaram 6 ou mais horas.

8.3.

Tempo de estudo (em horas)	Frequência absoluta	Frequência absoluta acumulada	Frequência relativa	Frequência relativa acumulada
[0, 2[	1	1	$\frac{1}{25} = 0,04$	0,04
[2, 4[	2	3	$\frac{2}{25} = 0,08$	0,12
[4, 6[	4	7	$\frac{4}{25} = 0,16$	0,28
[6, 8[	5	12	$\frac{5}{25} = 0,2$	0,48
[8, 10[	6	18	$\frac{6}{25} = 0,24$	0,72
[10, 12[	4	22	$\frac{4}{25} = 0,16$	0,88
[12, 14[	2	24	$\frac{2}{25} = 0,08$	0,96
[14, 16[	1	25	$\frac{1}{25} = 0,04$	1
Total	**25**		**1**	

9. **Sesta das crianças**

5	4 5 8
6	1 2 5 7 7 7
7	1 2
8	2 3 3 4
9	1

5 | 4 representa 54 minutos.

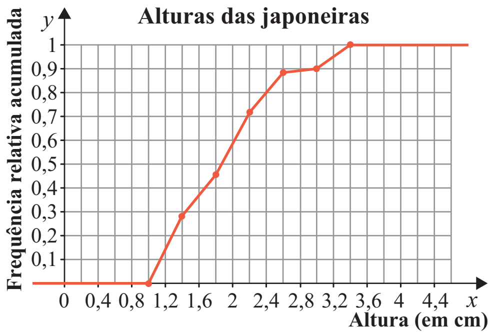
10.

10.1. A variável estatística é a altura das japoneiras, em metros.
Trata-se de uma variável quantitativa contínua.

10.2.

Altura das árvores (em metros)	Frequência absoluta	Frequência absoluta acumulada	Frequência relativa	Frequência relativa acumulada
[1,0; 1,4[	14	14	$\frac{14}{50} = 0,28$	0,28
[1,4; 1,8[	9	23	$\frac{9}{50} = 0,18$	0,46
[1,8; 2,2[	13	36	$\frac{13}{50} = 0,26$	0,72
[2,2; 2,6[	8	44	$\frac{8}{50} = 0,16$	0,88
[2,6; 3,0[	1	45	$\frac{1}{50} = 0,02$	0,9
[3,0; 3,4[	5	50	$\frac{5}{50} = 0,1$	1
Total	**50**		**1**	

10.3.



11.

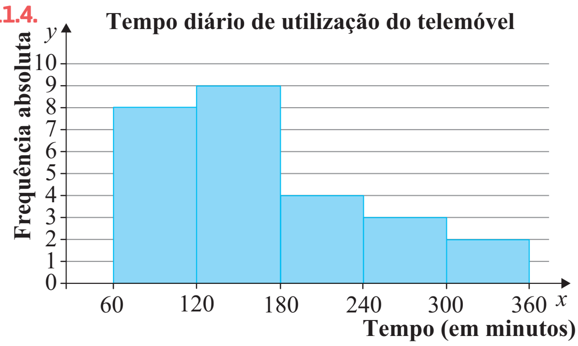
11.1. $\frac{3}{26} \times 100 \approx 12$
12% dos alunos usaram o telemóvel menos de 90 minutos.

11.2. $\frac{13}{26} \times 100 = 50$
50% dos alunos usaram o telemóvel mais de 150 minutos.

11.3.

Tempo de utilização (em minutos)	Frequência absoluta	Frequência absoluta acumulada	Frequência relativa	Frequência relativa acumulada
[60, 120[	8	8	$\frac{8}{26} = 0,30$	0,30
[120, 180[	9	17	$\frac{9}{26} = 0,35$	0,65
[180, 240[	4	21	$\frac{4}{26} = 0,15$	0,80
[240, 300[	3	24	$\frac{3}{26} = 0,12$	0,92
[300, 360[	2	26	$\frac{2}{26} = 0,08$	1
Total	**26**		**1**	

11.4.



12.

Peso das mochilas

Escola A		Escola B	
2	5 9	2	1 2 3 3 4 5
3	0 1 2 2 4 7	3	1 1 2 4 5
4	1 2 3 6	4	1

2 | 5 representa 2,5 quilogramas.

Mais de 50% das crianças da escola A usam mochilas com "peso" igual ou superior a 3 quilogramas. Já na escola B, 50% das crianças usam mochilas com "peso" inferior a 3 quilogramas. As crianças da escola B, de um modo geral, usam mochilas mais leves do que as crianças da escola A.

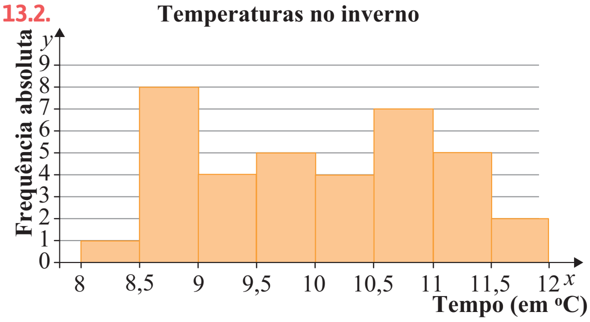
13.

13.1.

Temperaturas registadas (em °C)	Frequência absoluta	Frequência absoluta acumulada	Frequência relativa	Frequência relativa acumulada
[8; 8,5[	1	1	$\frac{1}{36} \approx 0{,}03$	0,03
[8,5; 9[	8	9	$\frac{8}{36} \approx 0{,}22$	0,25
[9; 9,5[	4	13	$\frac{4}{36} \approx 0{,}11$	0,36
[9,5; 10[	5	18	$\frac{5}{36} \approx 0{,}14$	0,50
[10; 10,5[	4	22	$\frac{4}{36} \approx 0{,}11$	0,61
[10,5; 11[	7	29	$\frac{7}{36} \approx 0{,}19$	0,81
[11; 11,5[	5	34	$\frac{5}{36} \approx 0{,}14$	0,94
[11,5; 12[	2	36	$\frac{2}{36} \approx 0{,}06$	1
Total	**36**		**1**	

13.2.

Temperaturas no inverno



14.

14.1. $\frac{3}{7} = \frac{0{,}075}{a} \Leftrightarrow a = \frac{7 \times 0{,}075}{3} \Leftrightarrow a = 0{,}175$

$\frac{3}{b} = \frac{0{,}075}{0{,}375} \Leftrightarrow b = \frac{3 \times 0{,}375}{0{,}075} \Leftrightarrow b = 15$

$\frac{3}{c} = \frac{0{,}075}{0{,}3} \Leftrightarrow c = \frac{3 \times 0{,}3}{0{,}075} \Leftrightarrow c = 12$

$\frac{3}{2} = \frac{0{,}075}{d} \Leftrightarrow d = \frac{2 \times 0{,}075}{3} \Leftrightarrow d = 0{,}05$

Assim, os valores de *a*, *b*, *c* e *d* são 0,175, 15, 12 e 0,05, respetivamente.

14.2. 15 + 12 + 2 + 1 = 30

Há 30 habitações com, pelo menos, 3 habitantes.

14.3. $\frac{10}{40} \times 100 = 25$

25% das habitações têm, no máximo, 2 habitantes.

15.

15.1.

Número de pessoas	Frequência absoluta	Frequência relativa
1	30	$\frac{30}{150} = 0{,}2$
2	36	0,24
3	33	$\frac{33}{150} = 0{,}22$
4	21	0,14
5	15	$\frac{15}{150} = 0{,}1$
6	9	$\frac{9}{150} = 0{,}06$
7	6	$\frac{6}{150} = 0{,}04$
Total	**150**	**1**

Cálculos auxiliares

0,24 × 150 = 36

0,14 × 36 = 21

150 – 30 – 36 – 21 – 15 – 9 – 6 = 33

15.2. 150 – 30 = 120

120 pessoas visitam o museu, pelo menos, duas vezes por ano.

15.3 0,2 + 0,24 + 0,22 = 0,66

66% das pessoas visitam o museu, no máximo, três vezes por ano.

15.4. 1 – 0,2 – 0,24 = 0,56

56% das pessoas visitam o museu, pelo menos, três vezes por ano.

16. Dados ordenados:

1	1	1	1	2	2	2	2	2	3
3	3	3	3	3	3	3	3	3	4

$$\bar{x} = \frac{1+1+1+1+2+2+2+2+2+3+3+3+3+3+3+3+3+3+3+4}{20} = 2{,}4$$

$M_o = 3$

$M_e = \frac{3+3}{2} = 3$

17. $$\bar{x} = \frac{0 \times 2 + 1 \times 22 + 2 \times 25 + 3 \times 35 + 4 \times 10 + 5 \times 3 + 6 \times 2 + 7 \times 1}{2 + 22 + 25 + 35 + 10 + 3 + 2 + 1} =$$

$$= \frac{251}{100} = 2{,}51$$

$M_o = 3$

$M_e = \frac{3+3}{2} = 3$

18.

18.1. $$\bar{x} = \frac{7+7+8+10+11+11+12+12+12+13+13+13+14+14+15+15+15+15+15+16+16+16+16+17+17+18+18+18+19+19+20}{30} = 14{,}3$$

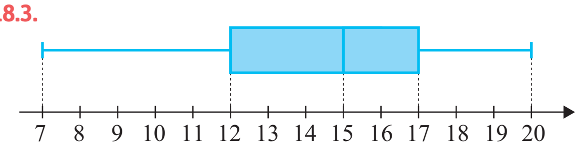
$M_o = 15$

18.2. $Q_2 = M_e = \frac{15+15}{2} = 15$

$Q_1 = 12$

$Q_3 = 17$

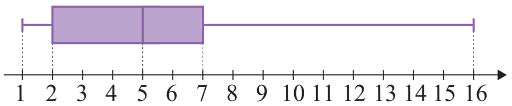
18.3.



19.

19.1. $\overline{x} = \frac{1\times15+2\times12+3\times10+4\times11+5\times10+6\times9+7\times9+8\times5+9\times4+10\times3+11\times4+12\times3+13\times2+14\times1+15\times1+16\times1}{100} \approx 5{,}37$

19.2. Mínimo: 1
Máximo: 16
Mediana: $\frac{5+5}{2} = 5$
Primeiro quartil: $\frac{2+2}{2} = 2$
Terceiro quartil: $\frac{7+7}{2} = 7$
Os valores do primeiro e do terceiro quartis, apresentados no diagrama de extremos e quartis do enunciado, não estão corretos.
O diagrama correto é:



19.3. a) A afirmação é falsa, porque metade dos alunos leram pelo menos 5 livros durante um ano letivo, uma vez que o valor da mediana é 5.

b) A afirmação é verdadeira, uma vez que o valor do primeiro quartil é 2.

c) A afirmação é falsa, porque 25% dos alunos da turma leram 2 livros ou menos durante um ano letivo, pois o valor do primeiro quartil é 2.

20.

20.1. Classe modal: [120, 180[

20.2.

Número de horas a ouvir música	Marca da classe	Número de alunos
[0, 60[	$\frac{0+60}{2} = 30$	4
[60, 120[	$\frac{60+120}{2} = 90$	5
[120, 180[	$\frac{120+180}{2} = 150$	10
[180, 240[	$\frac{180+240}{2} = 210$	6
Total		**25**

$$x \approx \frac{30\times4+90\times5+150\times10+210\times6}{25} = 133{,}2$$

20.3. Classe mediana: [120, 180[

20.4. Amplitude da classe mediana: 60
Frequência relativa da classe mediana: $\frac{10}{25} = 0{,}4$
Frequência relativa acumulada da classe mediana:
$\frac{4+5+10}{25} = 0{,}76$
$0{,}76 - 0{,}5 = 0{,}26$
Então:
$\frac{60}{x} = \frac{0{,}4}{0{,}26} \Leftrightarrow x = \frac{60\times0{,}26}{0{,}4} \Leftrightarrow x = 39$
Assim, $M_e \approx 120 + 39 = 159$.

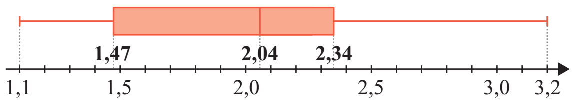
21.

21.1. Considerando os dados ordenados:

1,1	1,3	1,43	1,65	1,83	2,04	2,14	2,25	2,39	2,65
1,17	1,32	1,43	1,65	1,97	2,11	2,17	2,3	2,4	2,73
1,23	1,34	1,47	1,75	1,98	2,12	2,19	2,34	2,43	2,84
1,24	1,34	1,54	1,76	2,01	2,12	2,23	2,34	2,54	3,02
1,27	1,41	1,56	1,76	2,04	2,13	2,23	2,37	2,63	3,2

O percentil 50 corresponde à mediana.
Assim, $P_{50} = M_e = \frac{2{,}04+2{,}04}{2} = 2{,}04$.
O percentil 25 corresponde ao primeiro quartil.
Assim, $P_{25} = Q_1 = 1{,}47$.
O percentil 75 corresponde ao terceiro quartil.
Assim, $P_{75} = Q_3 = 2{,}34$.

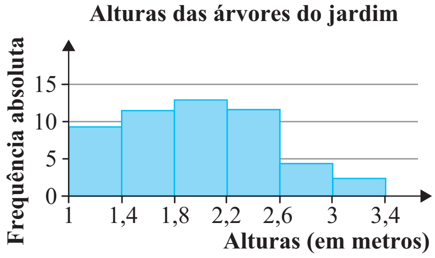
21.2.



21.3.

Altura (em metros)	Frequência absoluta	Frequência relativa	Frequência absoluta acumulada	Frequência relativa acumulada
[1,0; 1,4[	9	$\frac{9}{50} = 0{,}18$	9	0,18
[1,4; 1,8[	11	$\frac{11}{50} = 0{,}22$	20	0,4
[1,8; 2,2[	13	$\frac{13}{50} = 0{,}26$	33	0,56
[2,2; 2,6[	11	$\frac{11}{50} = 0{,}22$	44	0,88
[2,6; 3,0[	4	$\frac{4}{50} = 0{,}08$	48	0,96
[3,0; 3,4[	2	$\frac{2}{50} = 0{,}04$	50	1
Total	**50**	**1**		

21.4.



21.5. O percentil 25 corresponde ao primeiro quartil.
A classe onde se encontra este valor é a classe [1,4; 1,8[, cuja amplitude é 0,4 e cuja frequência relativa é 0,22. A frequência relativa acumulada para esta classe é 0,4.
$0{,}4 - 0{,}25 = 0{,}15$
$0{,}22 - 0{,}15 = 0{,}07$
Então:
$\frac{0{,}4}{x} = \frac{0{,}22}{0{,}07} \Leftrightarrow x = \frac{0{,}4\times0{,}07}{0{,}22}$
Logo, $x \approx 0{,}13$.
Assim, $P_{25} \approx 1{,}4 + 0{,}13 = 1{,}53$.

O percentil 50 corresponde à mediana.
A classe onde se encontra este valor é [1,8; 2,2[, cuja amplitude é 0,4 e cuja frequência relativa é 0,28.
A frequência relativa acumulada para esta classe é 0,68.
0,68 – 0,50 = 0,18
0,28 – 0,18 = 0,10
Então:
$$\frac{0{,}4}{x}=\frac{0{,}28}{0{,}10}\Leftrightarrow x=\frac{0{,}4\times 0{,}10}{0{,}28}$$
Logo, $x \approx 0{,}14$.
Assim, $P_{50} \approx 1{,}8 + 0{,}14 = 1{,}94$.
O percentil 75 corresponde ao terceiro quartil.
A classe onde se encontra este valor é [2,2; 2,6[, cuja amplitude é 0,4 e cuja frequência relativa é 0,2.
A frequência relativa acumulada para esta classe é 0,88.
0,88 – 0,75 = 0,13
0,2 – 0,13 = 0,07
Então:
$$\frac{0{,}4}{x}=\frac{0{,}2}{0{,}07}\Leftrightarrow x=\frac{0{,}4\times 0{,}07}{0{,}2}\Leftrightarrow x=0{,}14$$
Assim, $P_{75} \approx 2{,}2 + 0{,}14 = 2{,}34$.
Os valores agora obtidos são apenas valores aproximados. Para os obter, assume-se que há uma distribuição linear dos dados em cada classe, o que sabemos que não acontece neste caso, já que dispomos da tabela inicial com todos os valores. Assim, será preferível, sempre que possível, trabalhar com os dados simples e não com os dados agrupados para efetuar este tipo de cálculo.

21.6. 1,94 metros é o valor aproximado da mediana que se obteve na alínea anterior.
Com base nesse resultado, poderíamos dizer que a afirmação é verdadeira, já que 50% das árvores do jardim terão altura igual ou superior a 1,94 metros. No entanto, uma vez que conhecemos os dados não agrupados, e já sabemos que a mediana é 2,04, podemos concluir que esta afirmação é falsa.

22. Atualizando a tabela do enunciado para janeiro de 2024, obtém-se:

Idade (em anos em janeiro de 2024)	Número de cães
3	8
4	3
5	a
6	2

Assim:
$$\bar{x}=4\Leftrightarrow \frac{3\times 8+4\times 3+5\times a+6\times 2}{8+3+a+2}=4$$
$$\Leftrightarrow 24+12+5a+12=4\times(13+a)$$
$$\Leftrightarrow 48+5a=52+4a$$
$$\Leftrightarrow a=4$$
Logo, em janeiro de 2022, havia 4 cães com 3 anos.

23.

23.1.

Salário bruto mensal (em euros)	Frequência absoluta	Frequência relativa	Frequência absoluta acumulada	Frequência relativa acumulada
9200	1	$\frac{1}{34}\approx 0{,}03$	1	0,03
5150	3	$\frac{3}{34}\approx 0{,}09$	4	0,12
2300	4	$\frac{4}{34}\approx 0{,}12$	8	0,24
1550	6	$\frac{6}{34}\approx 0{,}18$	14	0,41
1200	20	$\frac{20}{34}\approx 0{,}59$	34	1
Total	**34**	**1**		

23.2. $M_o = 1200$
$$\bar{x}=\frac{1\times 9200+3\times 5150+4\times 2300+6\times 1550+20\times 1200}{34}=1975$$
$$M_e=\frac{1200+1200}{2}=1200$$

23.3. $M_0 = 1{,}1\times 1200 = 1320$
$\bar{x} = 1{,}1\times 1975 = 2172{,}5$
$M_e = 1{,}1\times 1200 = 1320$

23.4. $\bar{x}=2075\Leftrightarrow \frac{1\times x+3\times 5150+4\times 2300+6\times 1550+20\times 1200}{34}=2075$
$\Leftrightarrow x+57\,950=70\,550$
$\Leftrightarrow x=12\,600$
O novo salário do presidente é 12 600 €.

23.5. $\bar{x}=\frac{1975+3\times 1200+1\times 1550}{38}\approx 1902{,}63$
A nova média salarial é 1902,63 €.

24.

24.1. Preço médio de um par de meias: $\bar{x}=3$
Preço médio de um par de meias após o desconto:
$\bar{y}=\bar{x}-0{,}50=3-0{,}50=2{,}50$
O preço médio de um par de meias após o desconto é 2,50 €.

24.2. Preço médio de um par de meias: $\bar{x}=3$
Preço médio de um par de meias após o desconto:
$\bar{y}=0{,}8\bar{x}=0{,}8\times 3=2{,}40$
O preço médio de um par de meias após o desconto é 2,40 €.

25.

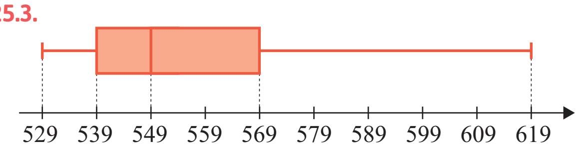
25.1. 619 – 529 = 90
A amplitude é 90.

25.2. Dados ordenados:

529	539	539	549	549	559	559	579	619

$Q_2 = 549$
$Q_1 = 539$
$Q_3 = 569$
569 – 539 = 30
A amplitude interquartis é 30.

25.3.



25.4. $\bar{x} = \frac{539 + 549 + 559 + 619 + 549 + 529 + 559 + 539 + 579}{9} \approx 557{,}89$

O preço médio é 557,89 €.

25.5. $s^2 = \frac{(539 - 557{,}89)^2 + (549 - 557{,}89)^2 + (559 - 557{,}89)^2 + (619 - 557{,}89)^2 + (549 - 557{,}89)^2}{8} +$

$+ \frac{(539 - 557{,}89)^2 + (559 - 557{,}89)^2 + (529 - 557{,}89)^2 + (579 - 557{,}89)^2}{8} \approx 736{,}11$

$s \approx \sqrt{736{,}11} \approx 27{,}13$

O desvio-padrão dos preços da consola de jogos é 27,13 €.

26. Labrador

$\bar{x} = \frac{3 + 5 + 4 + 5 + 5 + 4 + 4 + 4 + 4 + 5}{10} = 4{,}3$

$s = \sqrt{\frac{(3 - 4{,}3)^2 + 5 \times (4 - 4{,}3)^2 + 4 \times (5 - 4{,}3)^2}{9}} \approx 0{,}67$

Serra-da-estrela

$\bar{x} = \frac{4 + 4 + 3 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 4 + 4}{10} = 4{,}4$

$s = \sqrt{\frac{(3 - 4{,}4)^2 + 4 \times (4 - 4{,}4)^2 + 5 \times (5 - 4{,}4)^2}{9}} \approx 0{,}70$

Pastor-alemão

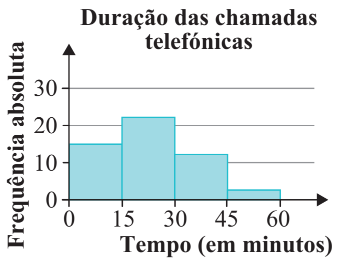
$\bar{x} = \frac{5 + 4 + 3 + 5 + 4 + 5 + 3 + 5 + 5 + 5}{10} = 4{,}4$

$s = \sqrt{\frac{2 \times (3 - 4{,}4)^2 + 2 \times (4 - 4{,}4)^2 + 6 \times (5 - 4{,}4)^2}{9}} \approx 0{,}84$

Assim, o Serra-da-estrela venceu o concurso.

27.

27.1.



27.2. $\bar{x} = \frac{14 \times 7{,}5 + 21 \times 22{,}5 + 12 \times 37{,}5 + 3 \times 52{,}5}{50} = 23{,}7$

27.3. $s = \sqrt{\frac{(7{,}5 - 23{,}7)^2 \times 14 + (22{,}5 - 23{,}7)^2 \times 21 + (37{,}5 - 23{,}7)^2 \times 12 + (52{,}5 - 23{,}7)^2 \times 3}{49}} \approx 13{,}15$

28. $\bar{x} = 2{,}48 \Leftrightarrow \frac{0 \times 4 + 6 + 2 \times x + 3 \times 15 + 4 \times 7 + 5 \times 2}{4 + 5 + x + 15 + 7 + 3} = 2{,}48$

$\Leftrightarrow \frac{94 + 2x}{35 + x} = 2{,}48$

$\Leftrightarrow 94 + 2x = 86{,}8 + 2{,}48x$

$\Leftrightarrow 0{,}48x = 7{,}2$

$\Leftrightarrow x = 15$

$s = \sqrt{\frac{4 \times (0 - 2{,}48)^2 + 6 \times (1 - 2{,}48)^2 + 15 \times (2 - 2{,}48)^2 + 15 \times (3 - 2{,}48)^2 + 7 \times (4 - 2{,}48)^2 + 3 \times (5 - 2{,}48)^2}{49}} \approx 1{,}28$

29. Turma A

$\bar{x} = \frac{7 \times 0 + 11 \times 1 + 5 \times 2 + 1 \times 3}{7 + 11 + 5 + 1} = 1$

$s = \sqrt{\frac{7 \times (0 - 1)^2 + 11 \times (1 - 1)^2 + 5 \times (2 - 1)^2 + 1 \times (3 - 1)^2}{23}} \approx 0{,}83$

Turma B

$\bar{x} = \frac{10 \times 0 + 10 \times 1 + 3 \times 2 + 2 \times 3 + 1 \times 4}{10 + 10 + 3 + 2 + 1} = 1$

$s = \sqrt{\frac{10 \times (0 - 1)^2 + 10 \times (1 - 1)^2 + 3 \times (2 - 1)^2 + 2 \times (3 - 1)^2 + 1 \times (4 - 1)^2}{25}} \approx 1{,}10$

Apesar de os valores das médias do número de irmãos dos alunos de cada turma serem iguais, na turma B os valores do número de irmãos estão mais dispersos, já que o desvio-padrão é maior.

30. Dados da tabela

$\bar{x} = \frac{13 \times 54 + 14 \times 62 + 15 \times 19}{54 + 62 + 19} \approx 13{,}74$

$s \approx \sqrt{\frac{54 \times (13 - 13{,}74)^2 + 62 \times (14 - 13{,}74)^2 + 19 \times (15 - 13{,}74)^2}{134}} \approx 0{,}69$

Dados corrigidos

$\bar{x} = \frac{14 \times 54 + 15 \times 62 + 16 \times 19}{54 + 62 + 19} \approx 14{,}74$

$s \approx \sqrt{\frac{54 \times (14 - 14{,}74)^2 + 62 \times (15 - 14{,}74)^2 + 19 \times (16 - 14{,}74)^2}{134}} \approx 0{,}69$

A média dos dados corrigidos é 1 unidade superior à média dos dados da tabela, uma vez que todos os valores foram aumentados em exatamente 1 unidade, mantendo-se as respetivas frequências absolutas.

O desvio-padrão é igual em ambos os casos, pois, ao aumentar todos os valores em 1 unidade, os desvios em relação à média mantêm-se os mesmos.

Exercícios globais – páginas 28 a 30

31.

31.1. Opção (D)

Uma vez que foram inquiridas 410 das 65 320 pessoas que frequentaram o festival, o estudo estatístico efetuado é uma sondagem.

31.2. Opção (A)

A população é o conjunto dos 65 320 participantes no festival.

32.

32.1. A variável estatística é o número de dias que os pacientes demoraram a sentir o alívio dos sintomas.

32.2. 25 – 8 = 17

A amplitude é 17.

32.3. **Tempo que um medicamento demora a fazer efeito**

0	8 9 9
1	0 1 2 2 2 3 3 3 3 4 4 4 4 4 4 5 7 7 8 8 9 9 9
2	0 0 1 1 1 1 2 2 3 5

1 | 0 representa 10 dias.

32.4. a) $\frac{18}{36} \times 100 = 50$

Em 50% dos pacientes, há um alívio dos sintomas em menos de 15 dias.

b) $\frac{10}{36} \times 100 \approx 28$

Em, aproximadamente, 28% dos pacientes, os sintomas demoram, pelo menos, 20 dias a aliviar.

32.5. $M_o = 14$

$M_e = \frac{14 + 15}{2} = 14,5$

32.6. $Q_1 = \frac{13 + 13}{2} = 13$

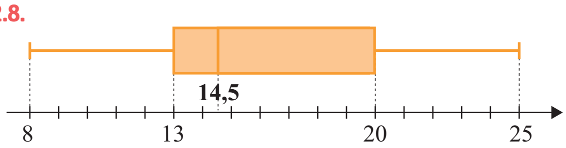
$Q_2 = M_e = 14,5$

$Q_3 = \frac{20 + 20}{2} = 20$

32.7. $20 - 13 = 7$

A amplitude interquartis é 7.

32.8.



33. Opção (B)

Não é possível determinar a média de uma amostra em que a variável em estudo seja uma variável qualitativa, logo a afirmação I é falsa.

Os percentis da amostra podem não ser valores da amostra, logo a afirmação III é falsa.

A afirmação II é verdadeira, pois a unidade do desvio-padrão é a mesma da amostra.

34. Opção (C)

O valor máximo no diagrama de extremos e quartis apresentado é 36, mas, na opção A, esse valor é 35.

A mediana da amostra é 25 e, no entanto, na opção B esse valor é 24.

O valor do terceiro quartil da amostra é 33, enquanto na opção D esse valor é 32.

Na opção C, todos os valores estão de acordo com o diagrama de extremos e quartis, nomeadamente, o mínimo é 15, o máximo é 36, o primeiro quartil é 20, a mediana é 25 e o terceiro quartil é 33.

35. $\bar{x} = \frac{0 \times 89 + 1 \times 67 + 2 \times 13 + 3 \times 7 + 4 \times 4}{89 + 67 + 13 + 7 + 4} = \frac{130}{180} \approx 0,72$

Sendo x_i os valores da variável e n_i a respetiva frequência absoluta, tem-se:

Número de alunos que chegaram atrasados	Frequência absoluta	$n_i \times (x_i - \bar{x})^2$
0	89	46,42
1	67	5,17
2	13	21,23
3	7	36,32
4	4	42,98
Total	**180**	**152,11**

$s^2 \approx \frac{152,11}{179} \approx 0,85$

$s \approx \sqrt{\frac{152,11}{179}} \approx 0,92$

36. Aluno A

$\bar{x} = \frac{16 + 17 + 16 + 17 + 18 + 17 + 16}{7} \approx 16,71$

$s = \sqrt{\frac{(16-16,7)^2+(17-16,7)^2+(16-16,7)^2+(17-16,7)^2+(18-16,7)^2+(17-16,7)^2+(16-16,7)^2}{6}} \approx 0,76$

Dados ordenados: 16 16 16 17 17 17 18

$M_e = 17$

Aluno B

$\bar{x} = \frac{19 + 13 + 17 + 12 + 19 + 19 + 18}{7} \approx 16,7$

$s = \sqrt{\frac{(19-16,7)^2+(13-16,7)^2+(17-16,7)^2+(12-16,7)^2+(19-16,7)^2+(19-16,7)^2+(18-16,7)^2}{6}} \approx 2,98$

Dados ordenados: 12 13 17 18 19 19 19

$M_e = 18$

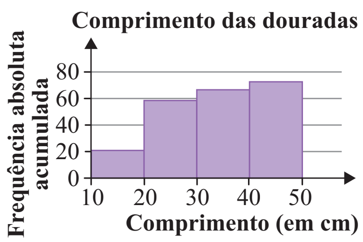
Os alunos A e B têm a mesma média de classificações. As classificações do aluno A têm um menor desvio-padrão do que as classificações do aluno B, o que significa que as suas notas estão mais próximas da média. O aluno B tem um valor da mediana das classificações mais alto, o que quer dizer que tem melhores notas do que o aluno A a 50% das disciplinas.

37.

37.1.

Comprimento (em cm)	Frequência absoluta	Frequência relativa	Frequência absoluta acumulada	Frequência relativa acumulada
[10, 20[	21	$\frac{21}{70} = 0,3$	21	0,3
[20, 30[	35	$\frac{35}{70} = 0,5$	56	0,8
[30, 40[	7	$\frac{7}{70} = 0,1$	63	0,9
[40, 50[	7	$\frac{7}{70} = 0,1$	70	1
Total	**70**	**1**		

37.2.



37.3. $\bar{x} \approx \frac{15 \times 21 + 25 \times 35 + 35 \times 7 + 45 \times 7}{70} = 25$

$s \approx \sqrt{\frac{21 \times (15-25)^2 + 35 \times (25-25)^2 + 7 \times (35-25)^2 + 7 \times (45-25)^2}{69}} \approx 9$

38. Opção (A)

$\bar{x} = \frac{18 \times 16,2 + 12 \times 15,3}{30} = 15,84$

39. Opção (D)

$\bar{x} = 1,013 \times 750 + 120 = 879,75$

$s = 1,013 \times 3,2 \approx 3,24$

40.

40.1. $3 + 7 = 10$

Na turma A, há 10 alunos que estudam, no máximo, duas horas por dia.

40.2. $20 - 17 = 3$

Na turma B, há 3 alunos que estudam, no mínimo, três horas por dia.

40.3. $\dfrac{8 + 4 + 3}{3 + 7 + 8 + 4 + 3} \times 100 = 60$

60% dos alunos da turma A estudam mais de duas horas diárias.

40.4. $\dfrac{20 - 5}{20} \times 100 = 75$

75% dos alunos da turma B estudam pelo menos uma hora por dia.

40.5.

Tempo (em horas)	Turma A	Turma B	Frequência absoluta	Frequência absoluta acumulada	Frequência relativa	Frequência relativa acumulada
[0, 1[	3	5	8	8	$\frac{8}{45} \approx 0{,}18$	0,18
[1, 2[	7	14 – 5 = 9	16	24	$\frac{16}{45} \approx 0{,}36$	0,53
[2, 3[	8	17 – 14 = 3	11	35	$\frac{11}{45} \approx 0{,}24$	0,78
[3, 4[	4	19 – 17 = 2	6	41	$\frac{6}{45} \approx 0{,}13$	0,91
[4, 5[	3	20 – 19 = 1	4	45	$\frac{4}{45} \approx 0{,}09$	1
Total	**25**	**20**	**45**		**1**	

41.

Preço (em euros)	Frequência absoluta	Frequência relativa	Frequência relativa acumulada
[60, 70[	1	0,02	0,02
[70, 80[	1	0,02	0,04
[80, 90[	3	0,06	0,10
[90, 100[	6	0,12	0,22
[100, 110[	10	0,20	0,42
[110, 120[	6	0,12	0,54
[120, 130[	9	0,18	0,72
[130, 140[	3	0,06	0,78
[140, 150[	2	0,04	0,82
[150, 160[	0	0,00	0,82
[160, 170[	1	0,02	0,84
[170, 180[	0	0,00	0,84
[180, 190[	3	0,06	0,90
[190, 200[	2	0,04	0,94
[200, 210[	0	0,00	0,94
[210, 220[	1	0,02	0,96
[220, 230[	2	0,04	1,00

A classe onde se encontra o valor de P_{25} é a classe [100, 110[, cuja amplitude é 10 e cuja frequência relativa é 0,2. A frequência relativa acumulada para esta classe é 0,42.

$0{,}42 - 0{,}25 = 0{,}17$

$0{,}2 - 0{,}17 = 0{,}03$

Então:

$\dfrac{10}{x} = \dfrac{0{,}2}{0{,}03} \Leftrightarrow x = \dfrac{10 \times 0{,}03}{0{,}2}$

Logo, $x = 1{,}5$.

Assim, $P_{25} \approx 100 + 1{,}5 = 101{,}5$.

A classe onde se encontra o valor de P_{50} é a classe [110, 120[, cuja amplitude é 10 e cuja frequência relativa é 0,12. A frequência relativa acumulada para esta classe é 0,54.

$0{,}54 - 0{,}50 = 0{,}04$

$0{,}12 - 0{,}04 = 0{,}08$

Então:

$\dfrac{10}{x} = \dfrac{0{,}12}{0{,}08} \Leftrightarrow x = \dfrac{10 \times 0{,}08}{0{,}12}$

Logo, $x \approx 6{,}7$.

Assim, $P_{50} \approx 110 + 6{,}7 = 116{,}7$.

A classe onde se encontra o valor de P_{75} é a classe [130, 140[, cuja amplitude é 10 e cuja frequência relativa é 0,06. A frequência relativa acumulada para esta classe é 0,78.

$0{,}78 - 0{,}75 = 0{,}03$

$0{,}06 - 0{,}03 = 0{,}03$

Então:

$\dfrac{10}{x} = \dfrac{0{,}06}{0{,}03} \Leftrightarrow x = \dfrac{10 \times 0{,}03}{0{,}06}$

Logo, $x = 5$.

Assim, $P_{75} \approx 130 + 5 = 135$.

3. Dados bivariados

Exercícios – páginas 31 a 36

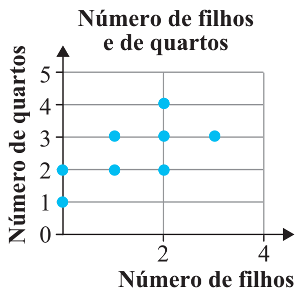
1.

1.1. Seja x a variável número de filhos e seja y a variável número de quartos.

$$\bar{x} = \frac{1 + 3 + 2 + 2 + 2 + 0 + 0 + 1 + 1 + 2}{10} = 1{,}4$$

$$\bar{y} = \frac{2 + 3 + 2 + 3 + 4 + 2 + 1 + 3 + 2 + 3}{10} = 2{,}5$$

1.2.



2.

2.1. Variável explanatória: lixo produzido

Variável resposta: lixo separado

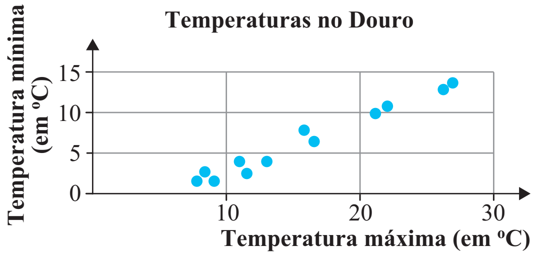
2.2.

3.

3.1. Seja x a variável "temperatura máxima" e seja y a variável "temperatura mínima".

Recorrendo à calculadora, obtém-se:
$\bar{x} = 15{,}9$
$\bar{y} \approx 6{,}4$

3.2.



4.

4.1. Gráfico 1: associação linear positiva forte.
Gráfico 2: associação linear positiva forte.
Gráfico 3: associação linear negativa forte.
Gráfico 4: associação linear nula.
Gráfico 5: associação linear negativa forte.
Gráfico 6: associação linear positiva fraca.
Gráfico 7: associação linear negativa fraca.

4.2. Gráfico 1: $r_2 = 1$
Gráfico 2: $r_4 = 0{,}8$
Gráfico 3: $r_1 = -1$
Gráfico 4: $r_7 = 0$
Gráfico 5: $r_3 = -0{,}8$
Gráfico 6: $r_6 = 0{,}3$
Gráfico 7: $r_5 = -0{,}3$

5.

5.1. Recorrendo à calculadora gráfica, obtém-se $r \approx 0{,}68$.

5.2. Uma vez que o coeficiente de correlação linear é 0,68, ou seja, é positivo, é possível indicar que há associação linear positiva entre as duas variáveis.

6.

6.1. Seja x a variável número de champôs e seja y a variável número de condicionadores.

$$\bar{x} = \frac{10 + 7 + 5 + 9 + 12 + 17 + 8}{7} \approx 9{,}71$$

$$\bar{y} = \frac{8 + 6 + 6 + 7 + 9 + 10 + 8}{7} \approx 7{,}71$$

6.2. $$r = \frac{32{,}429}{\sqrt{91{,}429 \times 13{,}429}} \approx 0{,}93$$

x_i	y_i	$x_i - \bar{x}_i$	$y_i - \bar{y}_i$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$
10	8	0,29	0,286	0,286	0,082	0,082
7	6	–2,71	–2,714	–1,714	4,653	7,367
5	6	–4,71	–4,714	–1,714	8,082	22,224
9	7	–0,71	–0,714	–0,714	0,510	0,510
12	9	2,29	2,286	1,286	2,939	5,224
17	10	7,29	7,286	2,286	16,653	53,082
8	8	–1,71	–1,714	0,286	–0,490	2,939
Total				**32,429**	**91,429**	**13,429**

6.3. Uma vez que o coeficiente de correlação linear é 0,93, então pode afirmar-se que a associação linear entre as variáveis é positiva (já que $r > 0$) e forte (uma vez que o valor do coeficiente de correlação é próximo de 1).

7. Recorrendo à calculadora, obtém-se $y = 0{,}60x + 1{,}67$.

8. Recorrendo à calculadora, obtém-se $y = 0{,}35x + 4{,}27$.

9.

9.1. Recorrendo à calculadora, obtém-se
$y = -17{,}94x + 148{,}86$.

9.2. $y \approx -17{,}94 \times 3{,}5 + 148{,}86 = 86{,}07$
Três minutos e trinta segundos após o treino, as pulsações da Daniela poderão ser 86 por minuto.

10. $y = 3{,}2x + 1{,}3$
Substituindo x por $\bar{x}$ e y por $\bar{y}$, obtém-se:
$4{,}1 = 3{,}2 \times 3{,}4 + 1{,}3 \Leftrightarrow 4{,}1 = 12{,}18$, que é uma proposição falsa.
Logo, como o ponto de coordenadas $(\bar{x}, \bar{y})$ não pertence à reta de equação $y = 3{,}2x + 1{,}3$, esta não pode ser a reta dos mínimos quadrados que melhor se ajusta a esta amostra.

11. $y = -1{,}3x + 4{,}2$
Então:
$\bar{y} = -1{,}2\bar{x} + 4{,}2 \Leftrightarrow 3{,}6 = -1{,}2\bar{x} + 4{,}2 \Leftrightarrow 1{,}2\bar{x} = 0{,}6$
$\Leftrightarrow \bar{x} = 0{,}5$
Assim, o valor de $\bar{x}$ é 0,5.

12.

12.1. Recorrendo à calculadora, obtém-se $y = 0{,}05x - 90{,}88$.

12.2. A reta de regressão obtida na alínea anterior não é um modelo adequado para estimar o número de habitantes em Portugal há alguns séculos, já que, para esses casos, se obtém valores negativos da população. Por exemplo, para o ano de 1755, tem-se $y = 0{,}05 \times 1755 - 90{,}88 = -3{,}13$.
Este modelo também não é ajustado para prever a evolução da população portuguesa a longo prazo, pois prevê um aumento ilimitado da população, sem ter em conta os recursos disponíveis, que são finitos e limitados, como o são, por exemplo, a alimentação ou a habitação.

Exercícios globais – páginas 37 a 39

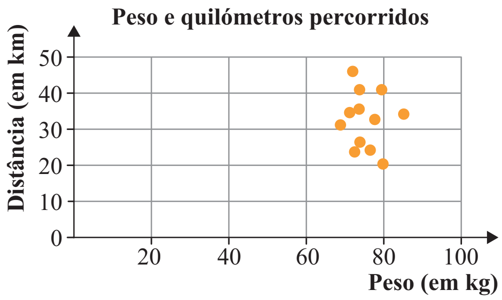
13. Opção (A)
Por observação do gráfico, conclui-se que $r > 0$ e $a > 0$.

14. Opção (C)
Recorrendo à calculadora, obtém-se
$y = -1{,}214x + 16{,}571$.

15.

15.1. $\bar{x} \approx 76{,}33$ kg
$\bar{y} \approx 31{,}83$ km

15.2.



A nuvem de pontos parece indicar que existe associação linear negativa fraca.

15.3. Recorrendo à calculadora, obtém-se $y = -0{,}23x + 49{,}59$.

15.4. Recorrendo à calculadora, obtém-se $r \approx -0{,}14$.

16. Recorrendo à calculadora:

16.1 $\bar{x} \approx 15{,}67$ e $\bar{y} = 16$

16.2. $y = 1{,}13x - 1{,}69$

16.3. $r \approx 0{,}82$

17. Opção (B)

$68 = 0{,}93x - 90{,}51 \Leftrightarrow 0{,}93x = 158{,}51 \Leftrightarrow x = \dfrac{158{,}51}{0{,}93}$

Assim, o valor da altura média é, aproximadamente, 170 cm.

18. Recorrendo à calculadora:

18.1. $r \approx 0{,}83$

18.2. $y = 436{,}8x - 393{,}6$

18.3. $y = 436{,}8 \times 10 - 393{,}6 = 3974{,}4$

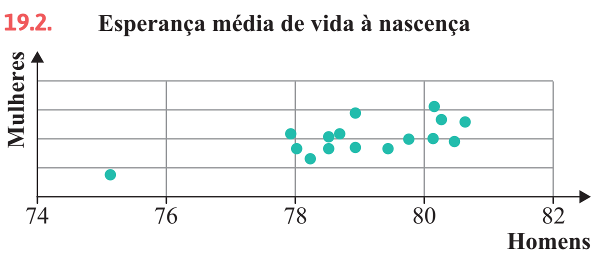
Uma estimativa para o valor de uma viagem de 10 dias seria de 3974 euros.

19.

19.1. $\bar{x} \approx 79{,}04$

$\bar{y} \approx 83{,}84$

19.2.



Quanto maior é a esperança média de vida à nascença para os homens, maior é também a esperança média de vida à nascença para as mulheres, sendo que os pontos do diagrama de dispersão se distribuem de uma forma que pode ser considerada aproximadamente linear. Logo, é razoável supor a existência de uma relação linear entre estas variáveis.

19.3. $y = 0{,}61x + 35{,}25$

19.4. $r \approx 0{,}69$

19.5. $y = 0{,}61 \times 77{,}6 + 35{,}26$

Logo, $y \approx 82{,}6$ anos.