PROPOSTAS DE RESOLUÇÃO

do Caderno de Exercícios

Tema 1 – Modelos matemáticos para a cidadania

1. Modelos matemáticos nas eleições

Exercícios – páginas 3 a 5

1.

1.1. Total: $10 + 8 + 7 = 25$

Bom garfo:

$\frac{10}{25} = \frac{x}{100} \Leftrightarrow x = \frac{10 \times 100}{25} \Leftrightarrow x = 40$

Avó Maria:

$\frac{8}{25} = \frac{x}{100} \Leftrightarrow x = \frac{8 \times 100}{25} \Leftrightarrow x = 32$

Delícias:

$\frac{7}{25} = \frac{x}{100} \Leftrightarrow x = \frac{7 \times 100}{25} \Leftrightarrow x = 28$

Assim, o restaurante Bom garfo obteve 40% dos votos, o Avó Maria 32% e o Delícias 28%.

1.2. Usando um sistema de Maioria Simples, o restaurante escolhido é o Bom garfo.

2.

2.1. Total: $412 + 124 + 96 + 168 = 800$

Lista N:

$\frac{412}{800} = \frac{x}{100} \Leftrightarrow x = \frac{412 \times 100}{800} \Leftrightarrow x = 51{,}5$

Lista Q:

$\frac{124}{800} = \frac{x}{100} \Leftrightarrow x = \frac{124 \times 100}{800} \Leftrightarrow x = 15{,}5$

Lista R:

$\frac{96}{800} = \frac{x}{100} \Leftrightarrow x = \frac{96 \times 100}{800} \Leftrightarrow x = 12$

Lista Z:

$\frac{168}{800} = \frac{x}{100} \Leftrightarrow x = \frac{168 \times 100}{800} \Leftrightarrow x = 21$

Logo, a lista N obteve 51,5% dos votos, a lista Q 15,5%, a lista R 12% e a lista Z 21%.

2.2. Não será necessária uma segunda volta, já que a lista N obteve mais de 50% dos votos.

3. João: $26 \times 3 + 25 \times 1 + 24 \times 1 = 127$

José: $26 \times 2 + 25 \times 2 + 24 \times 3 = 174$

Jaime: $26 \times 1 + 25 \times 3 + 24 \times 2 = 149$

O vencedor foi o José.

4.

4.1. Total de votos válidos:

$2\,773\,431 + 1\,138\,297 + 785\,355 + 474\,083 + 292\,198 +$
$+ 23\,983 = 5\,487\,347$

António Garcia Pereira:

$\frac{23\,983}{5\,590\,132} = \frac{x}{100} \Leftrightarrow x = \frac{23\,983 \times 100}{5\,487\,347}$

Logo, $x \approx 0{,}44$.

Aníbal Cavaco Silva:

$\frac{2\,773\,431}{5\,590\,132} = \frac{x}{100} \Leftrightarrow x = \frac{2\,773\,431 \times 100}{5\,487\,347}$

Logo, $x \approx 50{,}54$.

Francisco Louçã:

$\frac{292\,198}{5\,590\,132} = \frac{x}{100} \Leftrightarrow x = \frac{292\,198 \times 100}{5\,487\,347}$

Logo, $x \approx 5{,}32$.

Manuel Alegre:

$\frac{1\,138\,297}{5\,590\,132} = \frac{x}{100} \Leftrightarrow x = \frac{1\,138\,297 \times 100}{5\,487\,347}$

Logo, $x \approx 20{,}74$.

Jerónimo de Sousa:

$\frac{474\,083}{5\,590\,132} = \frac{x}{100} \Leftrightarrow x = \frac{474\,083 \times 100}{5\,487\,347}$

Logo, $x \approx 8{,}64$.

Mário Soares:

$\frac{785\,355}{5\,590\,132} = \frac{x}{100} \Leftrightarrow x = \frac{785\,355 \times 100}{5\,487\,347}$

Logo, $x \approx 14{,}31$.

Assim, António Garcia Pereira obteve 0,44% dos votos, Aníbal Cavaco Silva 50,54%, Francisco Louçã 5,32%, Manuel Alegre 20,74%, Jerónimo de Sousa 8,64% e Mário Soares 14,31%.

4.2. Aníbal Cavaco Silva foi eleito Presidente da República, já que obteve mais de 50% dos votos.

4.3. Total de votos: $5\,487\,347 + 59\,636 + 43\,149 = 5\,590\,132$

Votos em branco:

$\frac{59\,636}{5\,590\,132} = \frac{x}{100} \Leftrightarrow x = \frac{59\,636 \times 100}{5\,590\,132}$

Logo, $x \approx 1{,}07$.

Votos nulos:

$\frac{43\,149}{5\,590\,132} = \frac{x}{100} \Leftrightarrow x = \frac{43\,149 \times 100}{5\,590\,132}$

Logo, $x \approx 0{,}77$.

Assim, 1,07% dos votos foram em branco e 0,77% foram votos nulos.

4.4. $\frac{2\,773\,431}{9\,085\,339} = \frac{x}{100} \Leftrightarrow x = \frac{2\,773\,431 \times 100}{9\,085\,339}$

Logo, $x \approx 30{,}53$.

Relativamente ao total de eleitores inscritos, o vencedor, Aníbal Cavaco Silva, obteve 30,53% dos votos.

4.5. $\frac{2\,773\,431}{5\,590\,132} = \frac{x}{100} \Leftrightarrow x = \frac{2\,773\,431 \times 100}{5\,590\,132}$

Logo, $x \approx 49{,}61$.

Caso os votos nulos e os votos em branco fossem tidos em conta, teria de haver uma segunda volta, já que o candidato com mais votos não obteria mais de 50%, logo o vencedor poderia não ser o mesmo.

5.

5.1. António: $4 \times 4 + 6 \times 3 + 5 \times 2 + 3 \times 1 + 8 \times 1 + 2 \times 2 = 59$

Carla: $4 \times 3 + 6 \times 4 + 5 \times 3 + 3 \times 4 + 8 \times 3 + 2 \times 4 = 95$

Daniela: $4 \times 2 + 6 \times 1 + 5 \times 4 + 3 \times 3 + 8 \times 4 + 2 \times 3 = 81$

Francisco: $4 \times 1 + 6 \times 2 + 5 \times 1 + 3 \times 2 + 8 \times 2 + 2 \times 1 = 45$

Segundo o método de Borda, o vencedor é a Carla.

5.2. António: 4 votos com a primeira preferência.

Carla: $6 + 3 + 2 = 11$ votos com a primeira preferência.

Daniela: $5 + 8 = 13$ votos com a primeira preferência.

Segundo o sistema de Maioria Simples, a Daniela é a vencedora.

5.3. Os candidatos que vão à segunda volta são a Carla e a Daniela, pois são os que obtêm o maior número de votos na primeira preferência, na primeira volta. Não se alterando as preferências, os resultados da segunda volta seriam:

Preferência	Número de votos					
	4	6	5	3	8	2
1.ª	Carla	Carla	Daniela	Carla	Daniela	Carla
2.ª	Daniela	Daniela	Carla	Daniela	Carla	Daniela

Carla: $4 + 6 + 3 + 2 = 15$ Daniela: $5 + 8 = 13$
Segundo o sistema de Maioria Absoluta, o vencedor seria a Carla.

5.4. Usando o sistema de Maioria Simples, o vencedor pode ser um candidato que não tenha sido a primeira escolha da maioria dos votantes, não tendo em conta as suas preferências. No sistema de Maioria Absoluta, não é tida em conta a intensidade de preferência dos eleitores, apenas a sua escolha. Já no método de Borda, existe alguma arbitrariedade, uma vez que o vencedor depende dos pesos que se fixam para o apuramento do resultado e pode haver uma grande dispersão dos votos, levando a que o vencedor não seja necessariamente o candidato com mais primeiras preferências.

6. Na primeira lista, apenas falta Berlim na terceira preferência.
Na terceira lista, apenas falta Paris na segunda preferência.
Segundo o enunciado, Londres obteve pontuação inferior a Paris, cuja pontuação foi 498 pontos.
Assim, se Londres ficasse na primeira preferência na última lista, ficaria com $48 \times 3 + 45 \times 4 + 35 \times 4 + 22 \times 4 = 552$ votos. Se Londres ficasse na segunda preferência da última lista, ficaria com $48 \times 3 + 45 \times 4 + 35 \times 4 + 22 \times 3 = 530$ votos. Logo, Londres obteve a quarta preferência na última lista e tem $48 \times 3 + 45 \times 4 + 35 \times 4 + 22 \times 1 = 486$ votos.
Se Paris ficasse na segunda preferência da segunda lista e na primeira preferência da última lista obteria $48 \times 4 + 45 \times 3 + 35 \times 3 + 22 \times 4 = 520$ pontos.
Se Paris ficasse na segunda preferência da segunda lista e na segunda preferência da última lista obteria $48 \times 4 + 45 \times 3 + 35 \times 3 + 22 \times 4 = 498$ pontos, que foi efetivamente a sua pontuação.
Berlim fica nas preferências que restam por preencher.
Assim, a tabela completa é a seguinte:

Preferência	Número de votos			
	48	45	35	22
1.ª	Paris	Londres	Londres	**Paris**
2.ª	Londres	**Paris**	**Paris**	**Berlim**
3.ª	**Berlim**	Madrid	Berlim	Madrid
4.ª	Madrid	**Berlim**	Madrid	**Londres**

2. Modelos matemáticos na partilha

Exercícios – páginas 6 e 7

7. Usando o método de Hondt:

Divisores	A	B	C	D
1	52	68	25	46
2	26,0	34,0	12,5	23
3	17,3	22,7	8,3	15,3
4	13,0	17,0	6,25	11,5
5	10,4	13,6	5	9,2

Assim, a lista A conseguiu 2 mandatos, a lista B conseguiu 2 mandatos e a lista D conseguiu 1 mandato.

8. Usando o método de Sainte-Laguë:

Divisores	A	B	C	D
1	52	68	25	46
3	17,3	22,7	8,3	15,3
5	10,4	13,6	5,0	9,2
7	7,4	9,7	3,571 429	6,6
9	5,8	7,6	2,8	5,1

Assim, a lista A conseguiu 1 mandato, a lista B conseguiu 2 mandatos, a lista C conseguiu 1 mandato e a lista D conseguiu 1 mandato.

9.

9.1. Segundo o método de Hondt:

Divisores	P	Q	R	S
1	121	75	263	39
2	60,5	37,5	132	19,5
3	40,33	25,00	88	13
4	30,25	18,75	66	9,75
5	24,2	15,0	52,6	7,8
6	20,17	12,50	44	6,5
7	17,29	10,71	38	5,57
8	15,13	9,38	32,9	4,88
9	13,44	8,33	29	4,33
10	12,1	7,5	26,3	3,9

Assim, a lista P obteve 3 mandatos, a lista Q obteve 1 mandato, a lista R obteve 6 mandatos e a lista S não obteve qualquer mandato.

Segundo o método de Sainte-Laguë:

Divisores	P	Q	R	S
1	121	75	263	39
3	40,33	25,00	87,67	13
5	24,2	15,0	52,60	7,8
7	17,29	10,71	37,57	5,57
9	13,44	8,33	29,22	4,33
11	11	6,82	23,91	3,55
13	9,31	5,77	20,23	3
15	8,07	5,00	17,53	2,6
17	7,12	4,41	15,47	2,29
19	6,37	3,95	13,84	2,05

Assim, a lista P obteve 2 mandatos, a lista Q obteve 2 mandatos, a lista R obteve 5 mandatos e a lista S obteve 1 mandato.

9.2. Do ponto de vista da lista mais votada, o método de Hondt é o mais favorável, já que lhe permite obter mais mandatos, podendo assim ter mais estabilidade na sua forma de dirigir o clube.

9.3.

Listas	Número de mandatos usando proporção direta
P	$\frac{121}{496} \times 10 \approx 2$
Q	$\frac{75}{496} \times 10 \approx 2$
R	$\frac{263}{496} \times 10 \approx 5$
S	$\frac{39}{496} \times 10 \approx 1$

Neste caso, o método proposto permitiria uma alteração do número de mandatos. Segundo o método de Hondt, a lista P obteve 3 mandatos, a lista Q obteve 1 mandato, a lista R obteve 6 mandatos e a lista S não obteve qualquer mandato. Segundo a distribuição diretamente proporcional, a lista P obteria 2 mandatos, a lista Q obteria 2 mandatos, a lista R obteria 5 mandatos e a lista S obteria 1 mandato.

10.

10.1. Segundo o método de Hondt:

Divisores	PPD/PSD	PS	PCP_PEV
1	931	898	83
2	465,5	449	41,5
3	310,33	299,33	27,66667
4	232,75	224,5	20,75

Assim, o PPD/PSD obteve 3 mandatos e o PS obteve 2 mandatos.

10.2. a) Segundo o método de Hondt:

Divisores	PPD/PSD	Coligação
1	931	981
2	465,5	490,5
3	310,3	327
4	232,8	245,3

Assim, o PPD/PSD obteria 2 mandatos e a coligação obteria 3 mandatos.

b) As coligações permitem aos partidos com menos votos conseguirem um maior número de mandatos do que obteriam concorrendo isoladamente.

Exercícios globais – páginas 8 e 9

11. Opção (B)

$\frac{4\,258\,356}{10\,847\,434} \times 100 \approx 39,3$

$100 - 39,3 = 60,7$

Logo, a taxa de abstenção foi, aproximadamente, 60,7%.

12.

12.1. A lista com mais votos é a H com 55 votos.

O número total de votos é $23 + 55 + 31 = 109$.

$\frac{55}{109} \times 100 \approx 50,5\%$

Logo, a lista H conseguiu obter a maioria absoluta, uma vez que conseguiu mais de 50% dos votos.

12.2. a) Usando o método de Hondt:

Divisores	A	H	J
1	23	55	31
2	11,5	27,5	15,5
3	7,7	18,3	10,3
4	5,8	13,8	7,8
5	4,6	11	6,2

A lista A consegue eleger 1 representante, assim como a lista J, e a lista H consegue eleger 3 representantes.

b) Usando o método de Sainte-Laguë:

Divisores	A	H	J
1	23	55	31
3	7,7	18,3	10,3
5	4,6	11	6,2
7	3,3	7,9	4,4
9	2,6	6,1	3,4

A lista A consegue eleger 1 representante, assim como a lista J, e a lista H consegue eleger 3 representantes.

12.3. a) A lista mais votada continua a ser a H, mas agora com 51 votos.

$\frac{51}{109} \times 100 \approx 46{,}8\%$

Uma vez que a percentagem de votos obtida pela lista mais votada é inferior a 50%, não há listas com maioria absoluta dos votos.

b) Usando o método de Hondt:

Divisores	A	H	J
1	23	51	35
2	11,5	25,5	17,5
3	7,7	17,0	11,7
4	5,8	12,8	8,8
5	4,6	10,2	7

A lista A consegue eleger 1 representante, a lista H consegue eleger 2 representantes e a lista J também elege 2 representantes.

13. Opção (C)

Se $X = 4$, tem-se:
Daniela: $5 \times 4 + 4 \times 1 + 4 \times 2 + 6 \times 2 + 4 \times 2 = 52$
Margarida: $5 \times 3 + 4 \times 2 + 4 \times 3 + 6 \times 1 + 4 \times 4 = 57$
Nuno: $5 \times 2 + 4 \times 4 + 4 \times 1 + 6 \times 3 + 4 \times 2 = 56$
Joana: $5 \times 1 + 4 \times 3 + 4 \times 4 + 6 \times 4 + 4 \times 1 = 61$
Se $X = 5$, tem-se:
Daniela: $5 \times 4 + 4 \times 1 + 4 \times 2 + 6 \times 2 + 5 \times 2 = 54$
Margarida: $5 \times 3 + 4 \times 2 + 4 \times 3 + 6 \times 1 + 5 \times 4 = 61$
Nuno: $5 \times 2 + 4 \times 4 + 4 \times 1 + 6 \times 3 + 5 \times 2 = 58$
Joana: $5 \times 1 + 4 \times 3 + 4 \times 4 + 6 \times 4 + 5 \times 1 = 62$
Se $X = 6$, tem-se:
Daniela: $5 \times 4 + 4 \times 1 + 4 \times 2 + 6 \times 2 + 6 \times 2 = 56$
Margarida: $5 \times 3 + 4 \times 2 + 4 \times 3 + 6 \times 1 + 6 \times 4 = 65$
Nuno: $5 \times 2 + 4 \times 4 + 4 \times 1 + 6 \times 3 + 6 \times 2 = 60$
Joana: $5 \times 1 + 4 \times 3 + 4 \times 4 + 6 \times 4 + 6 \times 1 = 63$

14.

14.1. Total de alunos que votaram:
$27 + 36 + 31 + 32 + 21 = 147$
98% dos alunos votaram.
Assim:

$\frac{98}{100} = \frac{147}{x} \Leftrightarrow x = \frac{147 \times 100}{98} \Leftrightarrow x = 150$

Assim, a escola tem 150 alunos no 10.º ano.

14.2. Bolo-rei: $27 \times 4 + 36 \times 2 + 31 \times 3 + 32 \times 4 + 21 \times 1 = 422$
Aletria: $27 \times 3 + 36 \times 4 + 31 \times 1 + 32 \times 2 + 21 \times 4 = 404$
Rabanadas: $27 \times 2 + 36 \times 3 + 31 \times 4 + 32 \times 3 + 21 \times 3 = 445$
Arroz-doce: $27 \times 1 + 36 \times 1 + 31 \times 2 + 32 \times 1 + 21 \times 2 = 199$
O vencedor são as rabanadas, de acordo com o método de Borda.

14.3. Número de vezes que cada sobremesa ficou na primeira posição:
Aletria: $36 + 21 = 57$
Rabanadas: 31
Bolo-rei: $27 + 32 = 59$
Assim, de acordo com o sistema de Maioria Simples, o vencedor é o Bolo-rei.

14.4. Os candidatos que passam à segunda volta são a Aletria e o Bolo-rei.
Uma nova tabela seria:

Preferência	Número de votos				
	27	36	31	32	21
1.ª	Bolo-rei	Rabanadas	Rabanadas	Bolo-rei	Rabanadas
2.ª	Rabanadas	Bolo-rei	Bolo-rei	Rabanadas	Bolo-rei

Número de vezes que cada sobremesa fica na primeira posição na segunda volta:
Bolo-rei: $27 + 32 = 59$
Rabanadas: $36 + 31 + 21 = 88$
De acordo com o sistema de Maioria Absoluta, o vencedor são as rabanadas.

15. Opção (A)
A percentagem de votos inválidos é $100\% - 97{,}37\% = 2{,}63\%$, o que corresponde a $83\,721 + 63\,103 = 146\,824$ votos.
Assim:

$\frac{2{,}63}{100} = \frac{146\,824}{x} \Leftrightarrow x = \frac{100 \times 146\,824}{2{,}63} \Leftrightarrow x = 5\,582\,662$

Então, $10\,813\,246 - 5\,582\,662 = 5\,230\,584$.

Portanto, $\frac{5\,230\,584}{10\,813\,246} \times 100 \approx 48{,}37$.

A taxa de abstenção foi, aproximadamente, 48,37%.

16. $134 - 109 = 25$
Faltam na tabela as preferências de 25 pessoas.
Uma vez que os Da Weasel ficaram na primeira posição de 25 pessoas, na ordenação em falta vão ocupar a primeira posição e obtêm 290 pontos ($23 \times 3 + 35 \times 2 + 51 \times 1 + 25 \times 4 = 290$).
Aplicando o método de Borda aos resultados já conhecidos para os Xutos e Pontapés, tem-se $23 \times 4 + 35 \times 4 + 51 \times 2 = 334$.
Fazendo o mesmo em relação aos Ornatos Violeta: $23 \times 2 + 35 \times 1 + 51 \times 4 = 285$.
Assim, se os Xutos e Pontapés ficassem na segunda posição obteriam $334 + 25 \times 3 = 409$ pontos e os Ornatos Violeta, na melhor das hipóteses, ficariam na terceira posição com $285 + 25 \times 2 = 335$ pontos, não sendo os vencedores.
Se os Xutos e Pontapés ficassem na terceira posição obteriam $334 + 25 \times 2 = 384$ pontos e os Ornatos Violeta poderiam ficar na segunda posição onde obteriam $285 + 25 \times 3 = 360$ pontos, o que não lhes permitiria serem os vencedores.
Então, os Xutos e Pontapés ficam na quarta posição e obtêm $334 + 25 \times 1 = 359$ pontos. Neste caso, se os Ornatos Violeta ficassem na terceira posição teriam 335 pontos, como já foi referido, não sendo os vencedores. Logo, os Ornatos Violeta ocupam a segunda posição e ficam com 360 pontos, como já foi referido.
Os The Gift ocupam a posição restante, isto é, a terceira posição.
A ordenação final é, então: 1.º: Da Weasel, 2.º: Ornatos Violeta, 3.º: The Gift, 4.º: Xutos e Pontapés.

3. Modelos matemáticos em finanças

Exercícios – páginas 10 a 13

1.

1.1. Desconto para a Segurança Social:
$0,11 \times 3000 = 330$ €
Retenção na fonte de IRS: $0,2337 \times 3000 = 701,1$, ou seja, 701 €.
Assim, $3000 - 330 - 701 = 1969$ €.
O valor do salário líquido da Liliana é 1969 €.

1.2. $(3000 \times 12) \div (52 \times 40) \approx 17,31$ €
O valor da retribuição horária da Liliana é 17,31 €.

2. Opção 1:
$(1340 \times 12) \div (52 \times 30) \approx 10,31$ €
Opção 2:
$\frac{19\,600}{14} = 1400$ €
$(1400 \times 12) \div (52 \times 40) \approx 8,08$
Na opção 1, o valor-hora é 10,31 € e na opção 2 é 8,08 €.

3. Rendimento bruto global do casal: 60 000 €
Total de deduções específicas: $2 \times 4104 = 8208$ €
Rendimento coletável: $60\,000 - 8208 = 51\,792$ €
Por se tratar de um casal: $51\,792$ € $\div 2 = 25\,896$ €
Taxa de IRS: 35%
Parcela a abater: 2772,14 €
Valor da coleta: $0,35 \times 25\,896 - 2772,14 = 6291,46$ €
Assim, o valor da coleta é $6291,46 \times 2 = 12\,582,92$ €.

4. Desconto para a Segurança Social: $0,11 \times 2500 = 275$ €
Retenção na fonte de IRS:
$0,37 \times 2500 - 393,23 - 2 \times 21,43 = 488,91$, ou seja, 488 €.
Assim, $2500 - 275 - 488 = 1737$ €.
O valor do salário líquido da Sandra é 1737 €.

5.

5.1.

Descrição	Remunerações	Descontos
Ordenado base	**2674 €**	
Subsídio de alimentação	**22 × 6 € = 132 €**	
Segurança Social (11%)		**294,14 €**
IRS (**22,29%**)		**596 €**
Total		**1915,86 €**

Cálculos auxiliares
Retenção na fonte de IRS: $0,3872 \times 2674 - 439,05 \approx 596,31$, ou seja, 596 €.
$\frac{596}{2674} \times 100 \approx 22,29$
$2674 + 132 - 294,14 - 596 = 1915,86$ €

5.2.

Descrição	Remunerações	Descontos
Ordenado base	**2674 €**	
Subsídio de alimentação	**23 × 6 € = 138 €**	
Segurança Social (11%)		**294,14 €**
IRS (**20,68%**)		**553 €**
Total		**1964,86 €**

Cálculos auxiliares
Retenção na fonte de IRS: $0,3872 \times 2674 - 439,05 - 2 \times 21,43 \approx 596,31$, ou seja, 553 €.
$\frac{553}{2674} \times 100 \approx 20,68$
$2674 + 138 - 294,14 - 553 = 1964,86$ €

6.

6.1. Rendimento bruto: 26 500 €
Total de deduções específicas: 4104 €
Rendimento coletável: $26\,500 - 4104 = 22\,396$ €
Taxa de IRS: 35%
Parcela a abater: 2772,14 €
Valor da coleta: $0,35 \times 22\,396 - 2772,14 = 5066,46$ €
Assim, o valor da coleta é 5066,46 €.

6.2. Rendimento bruto: $26\,500 + 4000 = 30\,500$ €
Total de deduções específicas: 4104 €
Rendimento coletável: $30\,500 - 4104 = 26\,396$ €
Taxa de IRS: 37%
Parcela a abater: 3299,12 €
Valor da coleta: $0,37 \times 26\,396 - 3299,12 = 6467,40$ €
Assim, o valor da coleta é 6467,40 €.
Rendimento da Isabel após a aplicação do imposto: $30\,500 - 6467,40 = 24\,032,60$ €.
Como não aceitou a proposta, o rendimento da Isabel, após a aplicação do imposto, é de $26\,500 - 5066,46 = 21\,433,54$ €.
Assim, mesmo passando para o escalão seguinte de IRS, a Isabel teria tido um rendimento superior, caso tivesse aceitado a proposta.

7.

7.1. Rendimento bruto: 53 456 €
Total de deduções específicas: $2 \times 4104 = 8208$ €
Rendimento coletável: $53\,456 - 8208 = 45\,248$ €
O valor do rendimento coletável é 45 248 €.

7.2. Por se tratar de um casal: $45\,248 \div 2 = 22\,624$ €
Taxa de IRS: 35%
Parcela a abater: 2772,14 €
Valor da coleta: $0,35 \times 22\,624 - 2772,14 = 5146,26$ €
Assim, o valor da coleta é $5146,26 \times 2 = 10\,292,52$ €.

7.3. Valor da coleta líquida: $10\,292,52 - 1150 = 9142,52$ €
Valor a pagar/receber: $9142,52 - 9000 = 142,52$ €
O casal deve pagar 142,52 €.

8.

8.1. $20\,592 + 8208 = 28\,800$
Então, o rendimento bruto é de 28 800 €.

8.2. **a)** Por se tratar de um casal: $20\,592 \div 2 = 10\,296$ €
Taxa de IRS: 21%
Parcela a abater: 486,14 €
Valor da coleta: $0,21 \times 10\,296 - 486,14 = 1676,02$ €
O valor da coleta é $1676,02 \times 2 = 3352,04$ €.
b) Valor da coleta líquida: $3352,04 - 870 = 2482,04$ €
Valor a pagar/receber: $2482,04 - 3780 = -1387,96$ €
O casal deve receber 1387,96 €.

9. $3000 + 0,02 \times 3000 \times 10 = 3600$
Ao fim de 10 anos, o capital acumulado é de 3600 €.

10.

10.1. $C = 500 \times (1 + 0{,}06)^{10} \approx 895{,}42$
O capital acumulado é de 895,42 €.

10.2. $C = 500 \times \left(1 + \frac{0{,}06}{2}\right)^{20} \approx 903{,}06$
O capital acumulado é de 903,06 €.

10.3. $C = 500 \times \left(1 + \frac{0{,}06}{4}\right)^{40} \approx 907{,}01$
O capital acumulado é de 907,01 €.

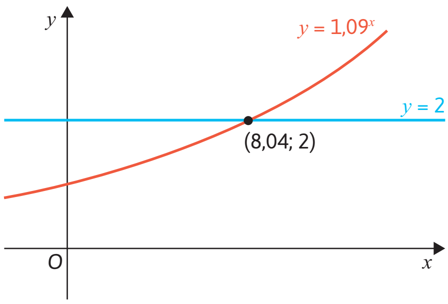
10.4. $C = 500 \times \left(1 + \frac{0{,}06}{12}\right)^{120} \approx 909{,}70$
O capital acumulado é de 909,70 €.

11. $1000 + x \times 1000 \times 4 = 1056 \Leftrightarrow 4000x = 56 \Leftrightarrow x = 0{,}014$
A taxa de juro trimestral foi de 1,4%.

12. $C_0 \times \left(1 + \frac{0{,}03}{2}\right)^{18 \times 2} = 17\,100 \Leftrightarrow C_0 = \frac{12\,000}{1{,}015^{36}}$
Logo, $C_0 \approx 10\,005$.
O capital inicial foi de 10 005 €.

13. $C_0 \times (1 + 0{,}05)^5 = 15\,000 \Leftrightarrow C_0 = \frac{15\,000}{1{,}05^5}$
Logo, $C_0 \approx 11\,752{,}89$.
O capital inicial é de 11 752,89 €.

14. $2C_0 = C_0 \times (1 + 0{,}09)^x \Leftrightarrow 2 = (1 + 0{,}09)^x$



Passaram 8 anos desde que a Rita começou a poupança, logo a Rita tem 26 anos.

15. Opção (D)
Desconto para a Segurança Social:
$0{,}11 \times 1945 = 213{,}95$ €
Retenção na fonte de IRS: $0{,}1589 \times 1945 = 309{,}06$, ou seja, 309 €.
Assim, $1945 - 213{,}95 - 309 = 1422{,}05$ €.
O valor do salário líquido da Liliana é 1422,05 €.

16. Opção (C)
Rendimento bruto: 21 000 €
Taxa de IRS: 35%
Parcela a abater: 2772,14 €
Valor da coleta: $0{,}35 \times 21\,000 - 2772{,}14 = 4577{,}86$ €
Assim, o valor da coleta é 4577,86 €.

17. Opção (B)
$\frac{32\,340}{14} = 2310$ €
$(2310 \times 12) \div (52 \times 40) = 13{,}33$ €
O valor-hora é 13,33 €.

18. Opção (A)
$x - 0{,}11 \times x - 0{,}0929x = 892{,}80 \Leftrightarrow 0{,}7971x = 892{,}80$
$\Leftrightarrow x = \frac{892{,}80}{0{,}7971}$
Assim, $x \approx 1120$ €.
O salário bruto da Elisabete foi de 1120 €.

19.

19.1. $0{,}11 \times 1430 = 157{,}30$ €
O valor a descontar para a Segurança Social é 157,30 €.

19.2. $0{,}26 \times 1430 - 186{,}66 - 2 \times 21{,}43 = 142{,}28$, ou seja, 142 €.
O valor da retenção na fonte é 142 €.

19.3. $\frac{142}{1430} \times 100 \approx 9{,}93$
A taxa de retenção na fonte foi de 9,93%.

19.4. $1430 - 157{,}30 - 142 + 22 \times 6 = 1262{,}70$ €
O Duarte recebeu 1262,70 €.

19.5. $0{,}11 \times 1930 = 212{,}30$ €
O valor a descontar para a Segurança Social é de 212,30 €.
$0{,}3275 \times 1930 - 305{,}80 - 2 \times 21{,}43 = 283{,}42$ ou seja, 283 €.
O valor da retenção na fonte é de 283 €.
$\frac{283}{1930} \times 100 \approx 14{,}66$
A taxa de retenção na fonte foi de 14,66%.
$1930 - 212{,}30 - 283 + 22 \times 6 = 1566{,}70$ €
O Duarte recebeu 1566,70 €.

20.

20.1. $1135 \times 14 = 15\,890$ €
O rendimento global bruto foi de 15 890 €.

20.2. $15\,890 - 4104 = 11\,786$ €
O rendimento coletável foi de 11 786 €.

20.3. $11\,786 \times 0{,}265 - 1106{,}73 = 2016{,}56$ €
O valor da coleta foi de 2016,56 €.

20.4. $2016{,}56 - 543 = 1473{,}56$ €
O valor da coleta líquida foi de 1473,56 €.

20.5. $1135 \times 0{,}26 - 186{,}66 = 108{,}44$ €, ou seja, 108 €.
$108 \times 14 = 1512$ €
$1473{,}56 - 1512 = -38{,}44$ €
O Guilherme deve ser reembolsado em 38,44 €.

21. Valor inicialmente depositado: $\frac{240}{2} = 120$ €.
Foram feitos 16 depósitos, que totalizaram 120 €. Assim, o valor de cada depósito foi de
$\frac{120}{16} = 7{,}5$ €. Logo:
$\frac{7{,}5}{120} = \frac{x}{100} \Leftrightarrow x = \frac{7{,}5 \times 100}{120} \Leftrightarrow x = 6{,}25$
Em cada mês, o Filipe depositou uma quantia que corresponde a 6,25% do valor inicial.

22. $C_3 = 3000(1 + 0{,}1)^3 = 3993$ €
$C_8 = 3993(1 + 0{,}08)^5 \approx 5867{,}03$ €
Ao fim de oito anos, o capital acumulado é de 5867,03 €.

23. $C_1 = 1500(1 + 0{,}015) = 1522{,}5$ €
$C_2 = 2022{,}5(1 + 0{,}015) \approx 2052{,}84$ €
$C_3 = 2552{,}84(1 + 0{,}015) \approx 2591{,}13$ €
$C_4 = 3091{,}13(1 + 0{,}015) \approx 3137{,}50$ €
$C_5 = 3637{,}50(1 + 0{,}015) \approx 3692{,}06$ €
Ao fim de 5 anos, o capital acumulado é de 3692,06 €.

24. Alternativa 1:
$C_6 = 2800 \times \left(1 + \frac{0{,}04}{2}\right)^{2 \times 6} \approx 3551$ €
Alternativa 2:
Valor de cada UP no início de 2010: 14 €
Número de UP que poderia comprar: $\frac{2800}{14} = 200$
Valor de cada UP no início de 2016: 17 €
Valor da venda das UP: $17 \times 200 = 3400$ €
Assim, a Mariana optou pela alternativa mais rentável.