

Testes

Teste Nº 1 – páginas 126 a 128

1.

1.1. Opção (B)

Votos validamente expressos: 20 719

Percentagem de votos validamente expressos:

$$\frac{20\,719}{23\,915} \times 100 \approx 86,6$$

Assim, a percentagem de votos validamente expressos foi de 86,6%.

1.2. Número de sócios que se abstiveram de votar:

$$35\,432 - 23\,915 = 11\,517$$

Percentagem de abstenção:

$$\frac{11\,517}{35\,432} \times 100 \approx 32,5$$

A percentagem de abstenção foi de 32,5%.

1.3. A lista mais votada foi a F, com 4381 votos, que correspondem a, aproximadamente, 21,1%

$$\left(= \frac{4381}{20\,719} \times 100 \right) \text{ dos votos validamente expressos.}$$

Para ser eleita uma das listas na primeira volta, teria de obter acima de 50% dos votos. Assim, nenhuma lista foi eleita na primeira volta. As listas que foram à segunda volta foram as A e F, que foram as mais votadas na primeira volta.

2. O Homem que viu o Infinito:

$$3 \times 5 + 4 \times 3 + 5 \times 5 + 3 \times 2 + 6 \times 1 = 64$$

O Jogo da Imitação:

$$3 \times 2 + 4 \times 4 + 5 \times 1 + 3 \times 4 + 6 \times 5 = 69$$

Elementos Secretos:

$$3 \times 1 + 4 \times 5 + 5 \times 4 + 3 \times 5 + 6 \times 3 = 76$$

O Bom Rebelde:

$$3 \times 3 + 4 \times 1 + 5 \times 3 + 3 \times 3 + 6 \times 2 = 49$$

Uma Mente Brilhante:

$$3 \times 4 + 4 \times 2 + 5 \times 2 + 3 \times 1 + 6 \times 4 = 57$$

O vencedor foi o filme *Elementos Secretos*.

3.

3.1. Método de Hondt

Divisores	A	B	C	D	E	F
1	30 373,0	12 015,0	6873,0	4580,0	3938,0	3271,0
2	15 186,5	6007,5	3436,5	2290,0	1969,0	1635,5
3	10 124,3	4005,0	2291,0	1526,7	1312,7	1090,3
4	7593,3	3003,8	1718,3	1145,0	984,5	817,8
5	6074,6	2403,0	1374,6	916,0	787,6	654,2
6	5062,2	2002,5	1145,5	763,3	656,3	545,2
7	4339,0	1716,4	981,9	654,3	562,6	467,3
8	3796,6	1501,9	859,1	572,5	492,3	408,9
9	3374,8	1335,0	763,7	508,9	437,6	363,4
10	3037,3	1201,5	687,3	458,0	393,8	327,1
11	2761,2	1092,3	624,8	416,4	358,0	297,4

Método de Sainte-Laguë

Divisores	A	B	C	D	E	F
1	30 373,0	12 015,0	6873,0	4580,0	3938,0	3271,0
3	10 124,3	4005,0	2291,0	1526,7	1312,7	1090,3
5	6074,6	2403,0	1374,6	916,0	787,6	654,2
7	4339,0	1716,4	981,9	654,3	562,6	467,3
9	3374,8	1335,0	763,7	508,9	437,6	363,4
11	2761,2	1092,3	624,8	416,4	358,0	297,4
13	2336,4	924,2	528,7	352,3	302,9	251,6
15	2024,9	801,0	458,2	305,3	262,5	218,1
17	1786,6	706,8	404,3	269,4	231,6	192,4
19	1598,6	632,4	361,7	241,1	207,3	172,2
21	1446,3	572,1	327,3	218,1	187,5	155,8

Segundo o método de Hondt, o partido A elegeu 7 mandatos, o partido B 2 mandatos e os partidos C e D elegeram, cada um, 1 mandato. Já segundo o método de Sainte-Laguë, o partido A teria elegeu 5 mandatos, o partido B 2 mandatos e os partidos C, D, E e F teriam elegeu 1 mandato cada um. Assim, o candidato do partido F tem razão.

3.2. Opção (C)

Com 17 mandatos, todos os partidos teriam, pelo menos, um representante na Câmara Municipal.

Divisores	A	B	C	D	E	F
1	30 373,0	12 015,0	6873,0	4580,0	3938,0	3271,0
2	15 186,5	6007,5	3436,5	2290,0	1969,0	1635,5
3	10 124,3	4005,0	2291,0	1526,7	1312,7	1090,3
4	7593,3	3003,8	1718,3	1145,0	984,5	817,8
5	6074,6	2403,0	1374,6	916,0	787,6	654,2
6	5062,2	2002,5	1145,5	763,3	656,3	545,2
7	4339,0	1716,4	981,9	654,3	562,6	467,3
8	3796,6	1501,9	859,1	572,5	492,3	408,9
9	3374,8	1335,0	763,7	508,9	437,6	363,4
10	3037,3	1201,5	687,3	458,0	393,8	327,1
11	2761,2	1092,3	624,8	416,4	358,0	297,4

4.

4.1. $\frac{22\,820}{14} = 1630$

O salário mensal bruto da Mariana é de 1630 euros.

4.2. $(1630 \times 12) \div (52 \times 40) = 9,40$

O valor-hora da Mariana é de 9,40 euros.

4.3. Desconto para a Segurança Social:

$$0,11 \times 1630 = 179,30 \text{ €}$$

Retenção na fonte de IRS:

$$0,26 \times 1630 - 186,66 - 2 \times 21,43 = 194,28, \text{ ou seja, } 194 \text{ €.}$$

Assim, $1630 - 179,30 - 194 = 1256,70 \text{ €}$.
O valor do salário líquido da Mariana é de $1256,70 \text{ €}$.

5. Opção (D)

Desconto para a Segurança Social:
 $0,11 \times 1100 = 121 \text{ €}$
Retenção na fonte de IRS:
 $0,18 \times 1100 - 96,82 = 101,18$, ou seja, 101 € .
Assim, $1630 - 121 - 101 = 878 \text{ €}$.
O valor do salário líquido do Guilherme é de 878 € .
 $\frac{101}{1100} \times 100 \approx 9,18$
A taxa de retenção na fonte de IRS foi de $9,18\%$.

6.

Rendimento bruto: $19\ 600 \text{ €}$
Total de deduções específicas: 4104 €
Rendimento coletável: $19\ 600 - 4104 = 15\ 496 \text{ €}$
Taxa de IRS: $26,5\%$
Parcela a abater: $1106,73 \text{ €}$
Valor da coleta: $0,265 \times 15\ 496 - 1106,73 = 2999,71 \text{ €}$
Valor da coleta líquida: $2999,71 - 800 = 2199,71 \text{ €}$
Valor a pagar/receber: $2199,71 - 2125 = 74,71 \text{ €}$
O Rodrigo deve pagar $74,71 \text{ €}$.

7. Opção (C)

$1000 + r \times 1000 \times 4 = 1120 \Leftrightarrow 4000r = 120 \Leftrightarrow r = 0,03$
Assim, a taxa trimestral proposta é de 3% .

8.

8.1. Opção (B)

$\frac{0,09}{2} \times 3000 = 135$
O valor do juro no primeiro semestre é de 135 € .

8.2. $3000 \times \left(1 + \frac{0,09}{2}\right)^{10} \approx 4658,91$

Ao fim de 5 anos, o Pedro receberá $4658,91 \text{ €}$.

8.3. $3000 + \frac{0,09}{2} \times 3000 \times 10 = 4350$

Se o contrato fosse em regime de juro simples, o Pedro receberia 4350 € .

Teste Nº 2 – páginas 129 a 131

1.

1.1. Opção (A)

$\frac{488 + 156}{8480} \times 100 \approx 7,6\%$
A percentagem de votos em branco ou nulos é de $7,6\%$.

1.2. Votos validamente expressos:

$8480 - 488 - 156 = 7836$
Lista C: $\frac{4,9}{100} \times 7836 \approx 384$
A lista C obteve 384 votos.

Lista B: $\frac{2071}{7836} \times 100 \approx 26,4$

A lista B obteve $26,4\%$ dos votos.

Lista A: $7536 - 384 - 2071 = 5381$

$\frac{5381}{7536} \times 100 \approx 68,7$

A lista A obteve 5381 votos, o que corresponde a $68,7\%$ dos votos.

Uma vez que a Lista A obteve mais de 50% dos votos, foi a vencedora das eleições e não foi necessária uma segunda volta, ou seja, o presidente foi eleito na primeira volta.

2.

2.1. Opção (C)

$$C_0 + C_0 \times \frac{0,08}{2} \times 6 = 7688 \Leftrightarrow 1,24C_0 = 7688$$

$$\Leftrightarrow C_0 = \frac{7688}{1,24}$$

$$\Leftrightarrow C_0 = 6200$$

O capital inicial investido pela Matilde foi de 6200 € .

2.2. Opção 1:

$$7688 \times \left(1 + \frac{0,06}{4}\right)^{4 \times 5} \approx 10\ 354,62$$

Opção 2:

$$7688 \times (1 + 0,03)^{2 \times 5} \approx 10\ 332,03$$

O capital acumulado na opção 1 é de $10\ 354,62 \text{ €}$ e na opção 2 é de $10\ 332,03 \text{ €}$. Assim, a melhor opção para a Matilde é a 1.

3.

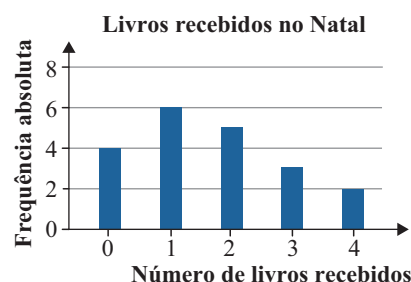
3.1. Opção (A)

Número de livros recebidos	Número de alunos	Frequência relativa	Frequência relativa acumulada
0	4	4	0,2
1	6	10	0,5
2	5	15	0,75
3	3	18	0,9
4	2	20	1
Total	20		

Pode, assim, concluir-se que 25% dos alunos receberam, no máximo, 1 livro.

3.2.

Número de livros recebidos	Número de alunos
0	4
1	6
2	5
3	3
4	2
Total	20



- 3.3. Recorrendo à calculadora, $\bar{x} = 1,65$ e $s \approx 1,27$. Então, $]\bar{x} - s, \bar{x} + s[=]0,38; 2,92[$, ou seja, pretende-se saber quantos alunos receberam 1 ou 2 livros. Assim, o número de alunos cujo número de livros recebidos se encontra neste intervalo é 11.

4.

- 4.1. Opção (D)
A dimensão da amostra é 12 em todas as opções. A opção (B) pode ser excluída, pois a amplitude dos dados aí representados é 17 e não 20. De forma análoga, pode excluir-se a opção (C), pois a amplitude dos dados aí representados é 18. Na opção (A), $\bar{x} = 43$, pelo que se pode excluir esta opção. Assim, a opção correta é a (D), pois $\bar{x} = 42$, a amplitude da distribuição é 20 e a dimensão da amostra é 12.

4.2.
$$\frac{12 \times 42 + x \times 39}{12 + x} = 41 \Leftrightarrow 504 + 39x = 41 \times (12 + x)$$

$$\Leftrightarrow 504 + 39x = 492 + 41x$$

$$\Leftrightarrow 2x = 12$$

$$\Leftrightarrow x = 6$$

O segundo departamento é composto por 6 pessoas.

5. Os valores mínimo e máximo em ambas as turmas são os mesmos.
Turma A: Recorrendo à calculadora, obtém-se $Q_1 = 43$, $M_e = 45$ e $Q_3 = 46$
Turma B: Recorrendo à calculadora, obtém-se $Q_1 = 44$, $M_e = 45$ e $Q_3 = 47$
Assim, o diagrama 1 corresponde à turma A e o diagrama 2 corresponde à turma B.

6.

Valor gasto (em euros)	Frequência absoluta acumulada	Frequência absoluta	Ponto médio da classe
[0, 10[2	2	5
[10, 20[8	6	15
[20, 30[18	10	25
[30, 40[21	3	35
[40, 50[23	2	45
[50, 60[24	1	55
[60, 70[25	1	65
Total		25	

Recorrendo à calculadora, $\bar{x} = 26,6$.
A média do valor gasto em material escolar, no início do ano letivo, é de 26,6 euros.

7.

- 7.1. Opção (A)
Recorrendo à calculadora, $r \approx 0,94$.
- 7.2. Recorrendo à calculadora, obtém-se $a \approx 0,94$ e $b \approx -17,97$.

- 7.3. A equação da reta de regressão linear é $y = 0,94x - 17,97$.
Se a temperatura média for de 35 °C, então $y = 0,94 \times 35 - 17,97 = 14,93$.
Assim, serão vendidos 15 gelados, aproximadamente.

Teste N.º 3 – páginas 132 a 134

1. Segundo o método de Hondt:

Partidos	A	B	C	D	E
Votos	3423	2612	1745	567	183
1	3423	2612	1745	567	183
2	1711,5	1306	872,5	283,5	91,5
3	1141	870,7	581,7	189	61
4	855,8	653	436,3	141,8	45,8
5	684,6	522,4	349	113,4	36,6
6	570,5	435,3	290,8	94,5	30,5
7	489	373,1	249,3	81	26,1

Logo, o partido A obteve 3 mandatos e os partidos B e C obtiveram 2 mandatos cada um. Se o partido B tivesse mais 6 votos, os quocientes seriam os seguintes:

Partidos	A	B	C	D	E
Votos	3423	2618	1745	567	183
1	3423	2618	1745	567	183
2	1711,5	1309	872,5	283,5	91,5
3	1141	872,7	581,7	189	61
4	855,8	654,5	436,25	141,8	45,8
5	684,6	523,6	349	113,4	36,6
6	570,5	436,3	290,8	94,5	30,5
7	489	374	249,3	81	26,1

Assim, o candidato do partido B está correto, pois o partido A obteria 3 mandatos, o partido B também obteria 3 mandatos, mais um do que obteve, e o partido C obteria 1 mandato, ou seja, menos um do que obteve.

2.

- 2.1. A variável em estudo é uma variável quantitativa contínua.
- 2.2. Opção (C)
$$\frac{7 + 9 + 12 + 26}{7 + 9 + 12 + 26 + 23 + 11 + 7 + 5} = \frac{54}{100} = 54\%$$

2.3.
$$\bar{x} \approx \frac{30 \times 7 + 50 \times 9 + 70 \times 12 + 90 \times 26 + 110 \times 23 + 130 \times 11 + 150 \times 7 + 170 \times 5}{100} = 97$$

Um valor aproximado para a média do comprimento das árvores desta amostra é de 97 cm.

3. Opção (A)
Seja x a média de idades das raparigas da turma.

$$14,4 = \frac{2}{3} \times 14,6 + \frac{1}{3} \times x \Leftrightarrow \frac{1}{3}x = 14,4 - \frac{2}{3} \times 14,6$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}x = \frac{14}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = 14$$

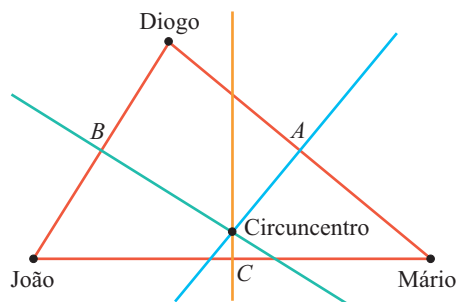
A média de idades das raparigas da turma é de 14 anos.

4.
4.1. Recorrendo à calculadora, obtém-se $r \approx 0,95$. Assim, a associação linear entre as variáveis é positiva e forte.
4.2. a) Recorrendo à calculadora, obtém-se $a \approx 1,0726$ e $b \approx -13,0001$.
b) De acordo com a alínea anterior, a equação da reta de regressão é $y = 1,0726x - 13,0001$. Então, se $x = 30$, tem-se $y = 1,0726 \times 30 - 13,0001 \approx 19$, ou seja, uma equipa que termine o campeonato com 30 pontos deverá ter marcado, segundo este modelo, aproximadamente, 19 golos.

5.
5.1. Opção (B)
O ponto B é o ortocentro do triângulo e o ponto D é o circuncentro do triângulo.
5.2. Como E é o incentro do triângulo, então \hat{BE} é uma bissetriz do ângulo ABC , logo $\hat{CBE} = 45^\circ$. Assim, $\hat{BEC} = 180^\circ - 45^\circ - 30^\circ = 105^\circ$. Como E é o incentro do triângulo, então \hat{CE} é uma bissetriz do ângulo BCA , logo $\hat{BCA} = 60^\circ$. Assim, $\hat{BAC} = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$.

6. $\overline{NP} = \frac{1}{3} \times 24 = 8$ $\overline{CP} = \frac{2}{3} \times 30 = 20$
Logo, $\overline{NP} + \overline{CP} = 8 + 20 = 28$ cm.

7.
7.1. Opção (D)
O ponto que se encontra a igual distância dos três amigos é o circuncentro do triângulo cujos vértices são as suas posições.

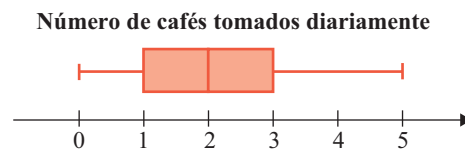


- 7.2.
8. Opção (C)
Se $\overline{OM} = 3$ cm, então $\overline{OC} = 6$ cm.
Como $\overline{BC} = \frac{1}{2} \overline{BO}$, então $\overline{OC} = 3\overline{BC}$ e, portanto,
 $\overline{BC} = \frac{1}{3} \times 6 = 2$ cm.

9. O ponto A pertence à circunferência C_2 , que se tratará da circunferência dos nove pontos. Uma vez que M é o ponto médio de $[OC]$, então M é o centro da circunferência C_2 . Como $\overline{AM} = 5$, então a área do círculo limitado pela circunferência C_2 é $\pi \times 5^2 = 25\pi$ cm².
A circunferência C_1 é a circunferência circunscrita ao triângulo $[PQR]$. Como o raio da circunferência dos nove pontos é metade do raio da circunferência circunscrita, então o raio da circunferência C_1 é 10 cm. Assim, a área do círculo limitado pela circunferência C_1 é $\pi \times 10^2 = 100\pi$ cm².
Logo, a área da região sombreada é $100\pi - 25\pi = 75\pi$ cm².

Teste Nº 4 – páginas 135 a 137

1. Desconto para a Segurança Social:
 $0,11 \times 2100 = 231$ €
Retenção na fonte de IRS:
 $0,2590 \times 2100 - 280,55 - 21,43 = 241,92$, ou seja, 241 €. Assim, $2100 - 231 - 241 = 1628$ €.
O valor do salário líquido da Carla é de 1628 €.
2.
2.1. Opção (D)
Recorrendo à calculadora, obtém-se $\bar{x} = 2,18$ e $s \approx 1,29$.
2.2. Recorrendo à calculadora, obtém-se $Q_1 = 1$, $Q_2 = M_e = 2$ e $Q_3 = 3$. Logo, o diagrama de extremos e quartis para estes dados é:



3. O ponto G é o ponto de interseção das mediatrizes do triângulo, ou seja, é o circuncentro do triângulo. Então, $\overline{CG} = \overline{AG} = 5,1$ cm.
Como $\overline{AG} = 10$ cm, então $\overline{AD} = 5$ cm.
Pelo teorema de Pitágoras:
 $\overline{AG}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{DG}^2 \Leftrightarrow 5,1^2 = 5^2 + \overline{DG}^2$
 $\Leftrightarrow \overline{DG}^2 = 26,01 - 25$
 $\Leftrightarrow \overline{DG}^2 = 1,01$
Logo, $\overline{DG} \approx 1$ cm.
4. Opção (B)
Como $\overline{OB} = 1,4$ cm e $\overline{OB} = 2\overline{BC}$, então $\overline{OC} = 1,4 + 0,7 = 2,1$ cm.
Assim, a área do círculo de centro em C e raio \overline{OC} é $\pi \times 2,1^2 = 4,41\pi \approx 13,85$ cm².
5.
5.1. $D_f = [-5, 4]$; $D'_f = [-1, 4]$
5.2. $f(x) = 0 \Leftrightarrow x = -4 \vee x = -1 \vee x = 2$
C.S. = $\{-4, -1, 2\}$

- 5.3. Máximo absoluto 4 para $x = -6$.
 Máximo relativo 2 para $x = 0$.
 Mínimo absoluto -1 para $x = 3$.
 Mínimo relativo 0 para $x = -4$ e para $x = -1$.

- 5.4. Opção (C)
 Em $]-1, 0[$, a função f é crescente.
 Em $]0, 3[$, a função não é sempre positiva.
 Em $]3, 4[$, a função é negativa.

6. Opção (A)
 $f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + 2x - 4 = 0$
 $\Leftrightarrow x^2 + x - 2 = 0$
 $\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times (-2)}}{2}$
 $\Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm 3}{2}$
 $\Leftrightarrow x = -2 \vee x = 1$

Logo, $A(-2, 0)$.
 $f(0) = 2 \times 0 + 2 \times 0 - 4 = -4$
 Logo, $B(0, -4)$.

Assim, $m_{AB} = \frac{0 - (-4)}{-2 - 0} = -2$.
 Então, $AB: y = -2x + b$.
 Como $B(0, -4) \in AB$, então $b = -4$.
 Tem-se, então, que $AB: y = -2x - 4$.

7. Opção (D)
 $|x - 3| = \begin{cases} x - 3 & \text{se } x - 3 \geq 0 \\ -x + 3 & \text{se } x - 3 < 0 \end{cases} = \begin{cases} x - 3 & \text{se } x \geq 3 \\ -x + 3 & \text{se } x < 3 \end{cases}$
 $2|x - 3| + 1 = \begin{cases} 2(x - 3) + 1 & \text{se } x \geq 3 \\ 2(-x + 3) + 1 & \text{se } x < 3 \end{cases} = \begin{cases} 2x - 5 & \text{se } x \geq 3 \\ -2x + 7 & \text{se } x < 3 \end{cases}$

8.
 8.1. Como P é um ponto da reta r , então $P(x, -2x + 10)$.
 Seja D a projeção ortogonal de P sobre Ox . Tem-se que $\overline{CD} = x - 1$ e $\overline{CP} = -2x + 10$.
 Assim, a área do retângulo é dada por:
 $\overline{CD} \times \overline{CP} = (x - 1)(-2x + 10) =$
 $= -2x^2 + 10x + 2x - 10 =$
 $= -2x^2 + 12x - 10 =$
 $= A(x)$

- 8.2. O valor de x para o qual a área é máxima é a abcissa do vértice da parábola que representa a função:
 $x_V = \frac{-12}{2 \times (-2)} = \frac{-12}{-4} = 3$
 O valor máximo da área é:
 $A(3) = -2 \times 3^2 + 12 \times 3 - 10 = 8$

- 8.3. $A(x) < 6 \Leftrightarrow -2x^2 + 12x - 10 < 6$
 $\Leftrightarrow -2x^2 + 12x - 16 < 0$

Cálculo auxiliar

$$-2x^2 + 12x - 16 = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 6x - 8 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \times (-1) \times (-8)}}{2 \times (-1)}$$

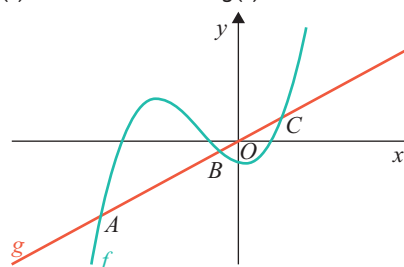
$$\Leftrightarrow x = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 32}}{-2}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-6 \pm 2}{-2}$$

$$\Leftrightarrow x = 4 \vee x = 2$$

Logo, o conjunto-solução é $]-\infty, 2[\cup]4, +\infty[$.

9. A equação que se pretende resolver é $f(x) = 2x$
 $\Leftrightarrow x^3 + 3x^2 - x - 2 = 2x$.
 Representando na calculadora as funções f e g tais que $f(x) = x^3 + 3x^2 - x - 2$ e $g(x) = 2x$, obtém-se:



As coordenadas dos pontos de interseção dos gráficos das duas funções, que são os pontos que cumprem as condições do enunciado, são $A(-3, 67; -7,34)$, $B(-0,48; -0,95)$ e $C(1,15; 2,29)$.

Teste Nº 5 – páginas 138 a 140

1. Rendimento bruto: 43 450 €
 Total de deduções específicas: $2 \times 4104 = 8208$ €
 Rendimento coletável: $43\,450 - 8208 = 35\,242$ €
 Por se tratar de duas pessoas: $35\,242 \div 2 = 17\,261$ €
 Taxa de IRS: 28,25%
 Parcela a abater: 1426,65 €
 Valor da coleta: $0,2825 \times 17\,261 - 1426,65 = 3449,58$ €
 Assim, o valor da coleta é $3449,58 \times 2 = 6899,16$ €.
 Valor da coleta líquida: $6899,16 - 2250 = 4649,16$ €
2. Recorrendo à calculadora, obtém-se $a \approx 0,574$; $b \approx 76,548$ e $r \approx 0,998$.
3. Opção (A)
 O gráfico de f é uma parábola cujo vértice é o ponto de coordenadas $(1, 0)$.
 $f(-2) = (-2 - 1)^2 = 9$
 $f(2) = (2 - 1)^2 = 1$
 Logo, $D'_f = [0, 9]$.

4.
 4.1. Se $x \in [0, +\infty[$:
 $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0$
 $\Leftrightarrow x = \frac{2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 1 \times (-3)}}{2}$
 $\Leftrightarrow x = \frac{2 \pm 4}{2}$
 $\Leftrightarrow x = 3 \vee x = -1$

Como $-1 \notin [0, +\infty[$, então, neste intervalo, a função apenas tem um zero, que é 3.

Se $x \in]-\infty, 0[$:
 $f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + 4x = 0$
 $\Leftrightarrow 2x(x + 2) = 0$

$$\Leftrightarrow 2x = 0 \vee x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = -2$$

Como $0 \notin]-\infty, 0[$, então, neste intervalo, a função tem apenas um zero, que é -2 .

Assim, os zeros de f são -2 e 3 .

$$\begin{aligned} 4.2. \quad f(a) + f(-a) &= a^2 - 2a + 3 + 2 \times (-a)^2 + 4 \times (-a) = \\ &= a^2 - 2a + 3 + 2a^2 - 4a = \\ &= 3a^2 - 6a + 3 = \\ &= 3(a^2 - 2a + 1) = \\ &= 3(a - 1)^2 \end{aligned}$$

5.

5.1. Uma vez que o gráfico de f tem coordenadas $(-1, 16)$, tem-se que $f(x) = a(x + 1)^2 + 16$.

Como o ponto de coordenadas $(1, 12)$ pertence ao gráfico de f , então:

$$f(1) = 12 \Leftrightarrow a(1 + 1)^2 + 16 = 12$$

$$\Leftrightarrow 4a = -4$$

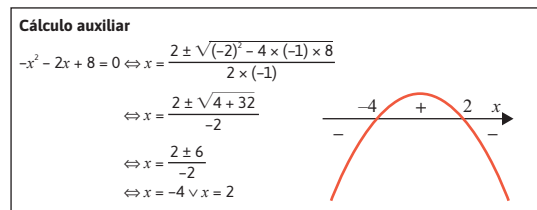
$$\Leftrightarrow a = -1$$

Logo:

$$\begin{aligned} f(x) &= -(x + 1)^2 + 16 = \\ &= -(x^2 + 2x + 1) + 16 = \\ &= -x^2 - 2x - 1 + 16 = \\ &= -x^2 - 2x + 15 \end{aligned}$$

5.2. Opção (B)

$$f(x) \leq 7 \Leftrightarrow -x^2 - 2x + 15 \leq 7 \Leftrightarrow -x^2 - 2x + 8 \leq 0$$



Logo, $x \in]-\infty, -4] \cup [2, +\infty[$.

5.3. A equação que se pretende resolver é:

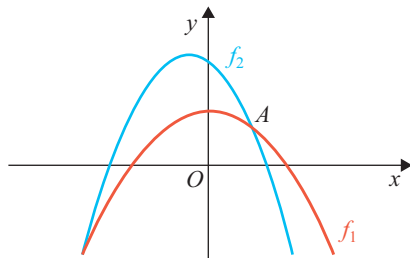
$$f(x - 1) = 2f(x)$$

$$\Leftrightarrow -(x - 1)^2 - 2(x - 1) + 15 = 2(-x^2 - 2x + 15)$$

Sejam $f_1(x) = -(x - 1)^2 - 2(x - 1) + 15$ e

$$f_2(x) = 2(-x^2 - 2x + 15).$$

Recorrendo à calculadora gráfica, obtém-se:



$A(2,24; 10,97)$

Assim, $x \approx 2,24$.

6.

6.1. Opção (D)

Seja M o ponto médio de $[AC]$.

$$M = \left(\frac{-6 + 10}{2}, \frac{2 - 2}{2} \right) = (2, 0)$$

$$\overline{AM} = \sqrt{(2 + 6)^2 + (0 - 2)^2} = \sqrt{64 + 4} = \sqrt{68}$$

Assim, uma equação da circunferência de diâmetro $[AC]$ é $(x - 2)^2 + y^2 = 68$.

6.2. Mediatriz de $[AB]$:

$$(x + 6)^2 + (y - 2)^2 = (x + 2)^2 + (y - 6)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 12x + 36 + y^2 - 4y + 4 = x^2 + 4x + 4 + y^2 - 12y + 36$$

$$\Leftrightarrow y = -x$$

Mediatriz de $[BC]$:

$$(x + 2)^2 + (y - 6)^2 = (x - 10)^2 + (y + 2)^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 + y^2 - 12y + 36 = x^2 - 20x + 100 + y^2 + 4y + 4$$

$$\Leftrightarrow y = \frac{3}{2}x - 4$$

Assim:

$$\begin{cases} y = -x \\ y = \frac{3}{2}x - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ -x = \frac{3}{2}x - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ \frac{5}{2}x = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{8}{5} \\ x = \frac{8}{5} \end{cases}$$

Logo, o circuncentro do triângulo $[ABC]$ é o ponto

de coordenadas $\left(\frac{8}{5}, -\frac{8}{5}\right)$.

6.3. $\overline{AC} = C - A = (10, -2) - (-6, 2) = (16, -4)$

Uma vez que \vec{v} e \overline{AB} são colineares, tem-se:

$$\vec{v} = k\overline{AB}, k \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \vec{v} = k(16, -4), k \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \vec{v} = (16k, -4k), k \in \mathbb{R}$$

$$\|\vec{v}\| = 2\sqrt{17} \Leftrightarrow \sqrt{(16k)^2 + (-4k)^2} = 2\sqrt{17}$$

$$\Leftrightarrow 256k^2 + 16k^2 = 68$$

$$\Leftrightarrow 272k^2 = 68$$

$$\Leftrightarrow k^2 = \frac{1}{4}$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{1}{2} \vee k = -\frac{1}{2}$$

Como os vetores \vec{v} e \overline{AB} têm o mesmo sentido, então

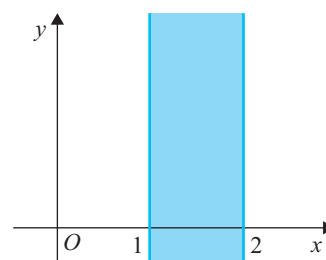
$k = \frac{1}{2}$ e $\vec{v}(8, -2)$.

6.4. $\overline{BC} = C - B = (10, -2) - (-2, 6) = (12, -8)$

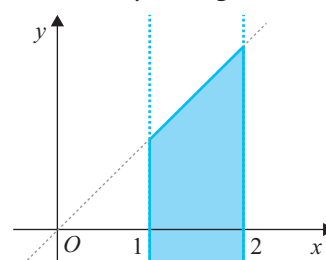
Assim, $r: (x, y) = (-6, 2) + k(12, -8), k \in \mathbb{R}$.

7. Opção (D)

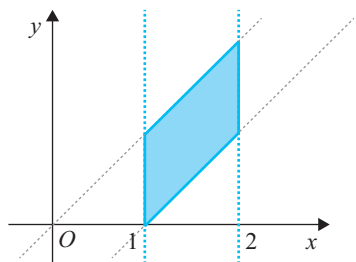
Se $1 \leq x \leq 2$, então:



Além disso, $y \leq x$, logo:



Finalmente, $y \geq x - 1$, ou seja:



8.

8.1. Opção (C)

Uma condição que define o plano paralelo a xOz e que contém o ponto C é $y = 6$.

Para que o ponto P pertença a este plano:

$$2 + k = 6 \Leftrightarrow k = 4$$

Logo, $P(-3, 6, 12)$.

8.2. $H = E + \overline{AB} = (12, 13, 0) + (2, -1, -2) = (14, 12, -2)$

$$\overline{AB} = \|\overline{AB}\| = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{4 + 1 + 4} = 3$$

$$\overline{CH} = \sqrt{(8 - 14)^2 + (6 - 12)^2 + (-5 + 2)^2} =$$

$$= \sqrt{36 + 36 + 9} = 9$$

$$\overline{BC} = \frac{2}{3} \overline{CH} = \frac{2}{3} \times 9 = 6$$

Logo, $V_{[ABCDEFGH]} = 3 \times 6 \times 9 = 162$ u.v.