1. Fenómeno aleatório

Páginas 15 a 17

1.

1.1 {1, 2, 3, 4, 5}

1.2 Por exemplo, "sair o número 1".

1.3 Por exemplo, "sair um número negativo".

1.4 Por exemplo, "sair um número menor do que 6".

2.

2.1 {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}

2.2

a) {7}
b) {1, 3, 5, 7, 9}
c) ∅
d) {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10}
e) {2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10}
f) {2}
g) {6, 7, 8, 9, 10}

2.3

a) Acontecimento elementar.
b) Acontecimento composto, mas não certo.
c) Acontecimento impossível.
d) Acontecimento certo.
e) Acontecimento composto, mas não certo.
f) Acontecimento elementar.
g) Acontecimento composto, mas não certo.

3.

	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

A = {(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (6, 6)}

B = {(2, 2), (2, 3), (2, 5), (3, 2), (3, 3), (3, 5), (5, 2), (5, 3), (5, 5)}

C = {(2, 1), (3, 1), (3, 2), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5)}

3.1 $A \cap B$ = {(2, 2), (3, 3), (5, 5)}

3.2 $B \cap C$ = {(3, 2), (5, 2), (5, 3)}

3.3 $A \cup C$ = {(1, 1), (2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)}

3.4 $\bar{A} \cap B$ = {(2, 3), (2, 5), (3, 2), (3, 5), (5, 2), (5, 3)}

3.5 $B \cap \bar{C}$ = {(2, 2), (2, 3), (2, 5), (3, 3), (3, 5), (5, 5)}

3.6 $A \cup C$ = {(1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 5), (4, 6), (5, 6)}

3.7 $(A \cup B) \cap C$ = {(3, 2), (5, 2), (5, 3)}

3.8 $A \backslash B$ = {(1, 1), (4, 4), (6, 6)}

4.

4.1 {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8}

4.2

a) Por exemplo, "sair o número 10".
b) Por exemplo, "sair um número positivo".
c) Por exemplo, "sair um número primo".
d) Por exemplo, "sair um múltiplo de 5".
e) Por exemplo, "sair um número par".
f) Por exemplo, "sair um número par" e "sair um número primo".
g) Por exemplo, "sair um divisor de 8" e "sair um múltiplo de 3".
h) Por exemplo, "sair um número par" e "sair um número ímpar".

4.3 A = {2, 3, 5, 7}
B = {1, 2, 3, 4, 6}

a) $A \cup B$ = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}
b) $A \cap B$ = {2, 3}
c) $\bar{A} \cap B$ = {1, 4, 6, 8} ∩ {1, 2, 3, 4, 6} = {1, 4, 6}
d) $A \cup \bar{B}$ = {2, 3, 5, 7} ∪ {5, 7, 8} = {2, 3, 5, 7, 8}
e) $\bar{A} \cap \bar{B}$ = {1, 4, 6, 8} ∩ {5, 7, 8} = {8}
f) $A \cap B$ = {1, 4, 5, 6, 7, 8}

5.

5.1

a) Por exemplo, "sair uma carta de ouros" e "sair uma carta de espadas".
b) Por exemplo, "sair uma carta de um naipe vermelho" e "sair uma carta de um naipe preto".

5.2

a) "Sair um ás ou sair um rei."
b) "Sair o ás de copas."
c) "Sair um rei."
d) "Sair uma carta de copas que não seja uma figura."
e) "Sair uma dama ou um valete."
f) "Sair um ás que não seja de copas."

5.3

a) $\bar{F}$
b) $E \cap F$
c) $E \backslash F$

6.

6.1
$(A \cup B) \cap (A \cup \bar{B}) =$
$= A \cup (B \cap \bar{B}) =$
$= A \cup \emptyset =$
$= A$

6.2
$\overline{(A \cap B)} \cap A =$
$= (\bar{A} \cup \bar{B}) \cap A =$
$= (\bar{A} \cap A) \cup (\bar{B} \cap A) =$
$= \emptyset \cup (A \cap \bar{B}) =$
$= A \cap \bar{B}$

EDITÁVEL
FOTOCOPIÁVEL

6.3 $(A\backslash B) \cup (A \cap B) =$
$= (A \cap \bar{B}) \cup (A \cap B) =$
$= A \cap (\bar{B} \cup B) =$
$= A \cap U =$
$= A$

6.4 $(A\backslash B) \cap (A \cap B) =$
$= (A \cap \bar{B}) \cap (A \cap B) =$
$= (A \cap A) \cap (\bar{B} \cap B) =$
$= A \cap \emptyset =$
$= \emptyset$

6.5 $(B\backslash A) \cup A =$
$= (B \cap \bar{A}) \cup A =$
$= (B \cup A) \cap (\bar{A} \cup A) =$
$= (A \cup B) \cap U =$
$= A \cup B$

6.6 $(A\backslash \bar{B}) \cap \bar{B} =$
$= (A \cap B) \cap \bar{B} =$
$= A \cap (B \cap \bar{B}) =$
$= A \cap \emptyset =$
$= \emptyset$

6.7 $(\bar{B}\backslash \bar{A}) \cup B =$
$= (\bar{B} \cap A) \cup B =$
$= (\bar{B} \cup B) \cap (A \cup B) =$
$= U \cap (A \cup B) =$
$= A \cup B$

6.8 $\left((\bar{A} \cup B) \cap \left(\overline{\bar{A} \cap \bar{B}}\right)\right) \cup \bar{B} =$
$= \left((\bar{A} \cup B) \cap (A \cup B)\right) \cup \bar{B} =$
$= \left((\bar{A} \cap A) \cup B\right) \cup \bar{B} =$
$= \emptyset \cup (B \cup \bar{B}) =$
$= B \cup \bar{B} =$
$= U$

7.

7.1 $A\backslash(B \cup C) =$
$= A \cap \overline{(B \cup C)} =$
$= A \cap (\bar{B} \cap \bar{C}) =$
$= (A \cap A) \cap (\bar{B} \cap \bar{C}) =$
$= (A \cap \bar{B}) \cap (A \cap \bar{C}) =$
$= (A\backslash B) \cap (A\backslash C)$

7.2 $A \cup (\bar{A} \cap B) =$
$= (A \cup \bar{A}) \cap (A \cup B) =$
$= U \cap (A \cup B) =$
$= A \cup B$

7.3 $(A \cap B) \cup (\bar{A} \cap B) \cup (A \cap \bar{B}) =$
$= \left((A \cup \bar{A}) \cap B\right) \cup (A \cap \bar{B}) =$
$= (U \cap B) \cup (A \cap \bar{B}) =$
$= B \cup (A \cap \bar{B}) =$
$= (B \cup A) \cap (B \cup \bar{B}) =$
$= (A \cup B) \cap U =$
$= A \cup B$

7.4 $\overline{(A \cup B)} \cup (\bar{A} \cap B) =$
$= (\bar{A} \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B) =$
$= \bar{A} \cap (\bar{B} \cup B) =$
$= \bar{A} \cap U =$
$= \bar{A}$

7.5 $\bar{A} \cup (A \cap \bar{B}) =$
$= (\bar{A} \cup A) \cap (\bar{A} \cup \bar{B}) =$
$= U \cap \overline{(A \cap B)} =$
$= \overline{A \cap B}$

7.6 $A\backslash(A\backslash B) =$
$= A \cap \left(\overline{A\backslash B}\right) =$
$= A \cap \left(\overline{A \cap \bar{B}}\right) =$
$= A \cap (\bar{A} \cup B) =$
$= (A \cap \bar{A}) \cup (A \cap B) =$
$= \emptyset \cup (A \cap B) =$
$= A \cap B$

7.7 $\left(\overline{A \cup \left(\overline{B \cap \bar{C}}\right)}\right) \cup (\bar{A} \cap B) =$
$= \left(\bar{A} \cap (B \cap \bar{C})\right) \cup (\bar{A} \cap B) =$
$= (\bar{A} \cap B \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap B \cap U) =$
$= (\bar{A} \cap B) \cap (\bar{C} \cup U) =$
$= (\bar{A} \cap B) \cap U =$
$= \bar{A} \cap B =$
$= B\backslash A$

7.8 $\overline{A\backslash(B \cap C)} \cap \bar{B} =$
$= \left(\overline{A \cap \overline{(B \cap C)}}\right) \cap \bar{B} =$
$= \left(\bar{A} \cup (B \cap C)\right) \cap \bar{B} =$
$= (\bar{A} \cap \bar{B}) \cup (B \cap C \cap \bar{B}) =$
$= (\bar{A} \cap \bar{B}) \cup (C \cap \emptyset) =$
$= (\bar{A} \cap \bar{B}) \cup \emptyset =$
$= \bar{A} \cap \bar{B}$

7.9 $\overline{\bar{A} \cap \overline{(\bar{A} \cup B)}} =$
$= A \cup (\bar{A} \cup B) =$
$= (A \cup \bar{A}) \cup B =$
$= U \cup B =$
$= U$

7.10 $(A\backslash(B\backslash C)) \cap (\bar{A}\backslash C) =$
$= \left(A \cap \left(\overline{B\backslash C}\right)\right) \cap (\bar{A} \cap \bar{C}) =$
$= \left(A \cap \left(\overline{B \cap \bar{C}}\right)\right) \cap (\bar{A} \cap \bar{C}) =$
$= \left(A \cap (\bar{B} \cup C)\right) \cap (\bar{A} \cap \bar{C}) =$
$= A \cap \bar{A} \cap (\bar{B} \cup C) \cap \bar{C} =$
$= \emptyset \cap (\bar{B} \cup C) \cap \bar{C} =$
$= \emptyset$

8.

8.1 $A \cap \bar{B} \cap \bar{C}$

8.2 $A \cup B \cup C$

8.3 $(A \cap \bar{B} \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap B \cap \bar{C}) \cup (\bar{A} \cap \bar{B} \cap C)$

8.4 $(A \cap B \cap \bar{C}) \cup (A \cap \bar{B} \cap C) \cup (\bar{A} \cap B \cap C)$

8.5 $\overline{A \cap B \cap C}$

EDITÁVEL
FOTOCOPIÁVEL

2. Probabilidade

Páginas 18 a 21

9.

9.1 $P = \frac{1}{20}$

9.2 Números pares: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20

$P = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$

9.3 Números múltiplos de 3: 3, 6, 9, 12, 15, 18

$P = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

9.4 Números primos: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19

$P = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$

9.5 Números maiores do que 15: 16, 17, 18, 19, 20

$P = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

9.6 Números divisores de 20: 1, 2, 4, 5, 10, 20

$P = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

9.7 Números múltiplos de 2 ou de 5: 2, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20

$P = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$

9.8 Números divisores de 6 e de 15: 1, 3

$P = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$

10.

10.1 $P(A) = \frac{32+14}{300} = \frac{46}{300} = \frac{23}{150}$

10.2 $P(A \cap B) = \frac{14}{300} = \frac{7}{150}$

10.3 $P(B \cap \bar{A}) = \frac{126}{300} = \frac{21}{50}$

10.4 $P(\bar{B} \cap \bar{A}) = \frac{300-(32+14+126)}{300} = \frac{128}{300} = \frac{32}{75}$

10.5 $P(\bar{B}) = \frac{300-(14+126)}{300} = \frac{160}{300} = \frac{8}{15}$

10.6 $P(A \cup B) = \frac{32+14+126}{300} = \frac{172}{300} = \frac{43}{75}$

10.7 $P(A \cup \bar{B}) = \frac{300-126}{300} = \frac{174}{300} = \frac{29}{50}$

11.

11.1 $P(\bar{A}) = 1 - P(A) = 1 - 0{,}7 = 0{,}3$

11.2 $P(\bar{B}) = 1 - P(B) = 1 - 0{,}5 = 0{,}5$

11.3 $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) =$
$= 0{,}7 + 0{,}5 - 0{,}3 =$
$= 0{,}9$

11.4 $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) =$
$= 1 - P(A \cap B) =$
$= 1 - 0{,}3 =$
$= 0{,}7$

11.5 $P(A \backslash \bar{B}) = P(A \cap B) = 0{,}3$

11.6 $P(\bar{B} \backslash A) = P(\bar{B} \cap \bar{A}) =$
$= P(\overline{B \cup A}) =$
$= 1 - P(A \cup B) =$
$= 1 - 0{,}9 =$
$= 0{,}1$

12.

12.1

a) $P = \frac{14}{30} \times \frac{10}{29} = \frac{14}{87}$

b) $P = \frac{6}{30} \times \frac{5}{29} = \frac{1}{29}$

c) $P = \frac{14}{30} \times \frac{10}{29} \times 2 + \frac{14}{30} \times \frac{6}{29} \times 2 + \frac{10}{30} \times \frac{6}{29} \times 2 =$
$= \frac{284}{435}$

d) $P = \frac{16}{30} \times \frac{15}{29} = \frac{8}{29}$

e) $P = \frac{10}{30} \times \frac{9}{29} + \frac{10}{30} \times \frac{20}{29} \times 2 = \frac{49}{87}$

12.2

a) $P = \frac{10}{30} \times \frac{10}{30} = \frac{1}{9}$

b) $P = \frac{10}{30} \times \frac{6}{30} = \frac{1}{15}$

c) $P = 2 \times \frac{14}{30} \times \frac{10}{30} + \frac{14}{30} \times \frac{14}{30} + \frac{10}{30} \times \frac{10}{30} = \frac{16}{25}$

d) $P = 2 \times \frac{14}{30} \times \frac{10}{30} = \frac{14}{45}$

e) $P = \frac{6}{30} \times \frac{6}{30} + 2 \times \frac{6}{30} \times \frac{24}{30} = \frac{9}{25}$

13.

13.1

a) $P = \frac{13}{52} \times \frac{13}{52} \times \frac{13}{52} = \frac{1}{64}$

b) $P = \frac{4}{52} \times \frac{4}{52} \times \frac{13}{52} = \frac{1}{676}$

c) $P = \frac{4}{52} \times \frac{4}{52} \times \frac{4}{52} \times 3! = \frac{6}{2197}$

d) $P = 1 - \frac{13}{52} \times \frac{13}{52} \times \frac{13}{52} = 1 - \frac{1}{64} = \frac{63}{64}$

13.2

a) $P = \frac{13}{52} \times \frac{12}{51} \times \frac{11}{50} = \frac{11}{850}$

b) P("sair rei de copas, dama de copas e outra copa") =
$= \frac{1}{52} \times \frac{1}{51} \times \frac{11}{50}$

P("sair rei de copas, dama não de copas e outra copa") = $\frac{1}{52} \times \frac{3}{51} \times \frac{12}{50}$

P("sair rei não de copas, dama de copas e outra copa") = $\frac{3}{52} \times \frac{1}{51} \times \frac{12}{50}$

P("sair rei não de copas, dama não de copas e outra copa") = $\frac{3}{52} \times \frac{3}{51} \times \frac{13}{50}$

Logo, $P = \frac{1}{52} \times \frac{1}{51} \times \frac{11}{50} + \frac{1}{52} \times \frac{3}{51} \times \frac{12}{50} +$
$+ \frac{3}{52} \times \frac{1}{51} \times \frac{12}{50} + \frac{3}{52} \times \frac{3}{51} \times \frac{13}{50} =$
$= \frac{1}{663}$

c) $P = \frac{4}{52} \times \frac{4}{51} \times \frac{4}{50} \times 3! = \frac{16}{5525}$

d) $P = 1 - \frac{13}{52} \times \frac{12}{51} \times \frac{11}{50} = 1 - \frac{11}{850} = \frac{839}{850}$

14. Sejam *A* e *B* os acontecimentos seguintes.

A: "ir ao ginásio"

B: "correr"

$P(A) = 0{,}42$

$P(B) = 0{,}33$

$P(A \cap B) = 0{,}12$

	A	$\bar{A}$	Total
B	0,12	0,21	0,33
$\bar{B}$	0,3	0,37	0,67
Total	0,42	0,58	1

EDITÁVEL
FOTOCOPIÁVEL

14.1 $P(A \cap \bar{B}) = 0{,}3$

14.2 $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0{,}37$

14.3 $P(A \cup B) = 0{,}12 + 0{,}21 + 0{,}3 = 0{,}63$

14.4 $P(B \cap \bar{A}) = 0{,}21$

14.5 $P\big((A \cap \bar{B}) \cup (\bar{A} \cap B)\big) = 0{,}3 + 0{,}21 = 0{,}51$

14.6 $P(\bar{A} \cup \bar{B}) = P(\overline{A \cap B}) = 1 - P(A \cap B) =$
$= 1 - 0{,}12 = 0{,}88$

15. $P(\bar{A} \cap B) = 0{,}22$
$\Leftrightarrow P(B) - P(A \cap B) = 0{,}22$
$\Leftrightarrow P(B) = 0{,}22 + 0{,}18$
$\Leftrightarrow P(B) = 0{,}4$
$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) =$
$= \frac{1}{5} + 0{,}4 - 0{,}18 =$
$= 0{,}42$

16.

16.1 $P(A \cup B) - P(\overline{A \cap B}) =$
$= P(A \cup B) - \big(1 - P(A \cap B)\big) =$
$= P(A) + P(B) - P(A \cap B) - 1 + P(A \cap B) =$
$= P(A) + P(B) - 1 =$
$= P(B) - \big(1 - P(A)\big) =$
$= P(B) - P(\bar{A})$

16.2 $P\big(\bar{A} \cap (A \cup B)\big) + P(\bar{B}) =$
$= P\big((\bar{A} \cap A) \cup (\bar{A} \cap B)\big) + 1 - P(B) =$
$= P\big(\emptyset \cup (\bar{A} \cap B)\big) + 1 - P(B) =$
$= P(\bar{A} \cap B) + 1 - P(B) =$
$= P(B) - P(A \cap B) + 1 - P(B) =$
$= 1 - P(A \cap B) =$
$= P(\overline{A \cup B}) =$
$= P(\bar{A} \cup \bar{B})$

17.

17.1 $P = \frac{{}^{7}C_3 \times {}^{9}C_2 + {}^{7}C_4 \times {}^{9}C_1 + {}^{7}C_5}{{}^{16}C_5} = \frac{19}{52}$

17.2 $P = \frac{{}^{4}C_2 \times 2! \times 3!}{5!} = \frac{3}{5}$

18.

18.1 $P = \frac{4!}{{}^{8}C_4 \times 4!} = \frac{1}{70}$

18.2 $P = \frac{4! \times {}^{5}C_4}{{}^{8}C_4 \times 4!} = \frac{1}{14}$

19.

19.1

a) $P = \frac{{}^{8}C_2 - 8}{{}^{8}C_2} = \frac{5}{7}$

b) $P = \frac{4}{{}^{8}C_2} = \frac{1}{7}$

19.2

a) $P = \frac{4 \times 6}{{}^{8}C_3} = \frac{3}{7}$

b) $P = \frac{8 \times 4}{{}^{8}C_3} = \frac{4}{7}$

c) $P = \frac{8}{{}^{8}C_3} = \frac{1}{7}$

19.3

a) $P = \frac{{}^{12}A_9}{12^9} = \frac{1925}{124\,416}$

b) $P = \frac{12 \times {}^{11}A_5}{12^9} = \frac{385}{2\,985\,984}$

EDITÁVEL
FOTOCOPIÁVEL

3. Probabilidade condicionada

Páginas 22 a 24

20.

20.1 $P = \frac{25}{10+25+25} = \frac{5}{12}$

20.2 $P = \frac{30}{30+45+15} = \frac{1}{3}$

20.3 $P = \frac{45}{45+25} = \frac{9}{14}$

20.4 $P = \frac{25}{15+25} = \frac{5}{8}$

21. $P(A) \times P(B|A) \times P(C|A \cap B) =$
$= P(A) \times \frac{P(B \cap A)}{P(A)} \times \frac{P(C \cap (A \cap B))}{P(A \cap B)} =$
$= P(A \cap B) \times \frac{P(C \cap A \cap B)}{P(A \cap B)} =$
$= P(A \cap B \cap C)$

22. $P(B|A) = \frac{1}{5} \Leftrightarrow \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{1}{5}$
$\Leftrightarrow P(B \cap A) = \frac{1}{5} \times \frac{3}{4}$
$\Leftrightarrow P(A \cap B) = \frac{3}{20}$

$P(\bar{B}|\bar{A}) = \frac{4}{7} \Leftrightarrow \frac{P(\bar{A} \cap \bar{B})}{P(\bar{A})} = \frac{4}{7}$
$\Leftrightarrow P(\overline{A \cup B}) = \frac{4}{7} \times \frac{1}{4}$
$\Leftrightarrow 1 - P(A \cup B) = \frac{1}{7}$
$\Leftrightarrow P(A \cup B) = \frac{6}{7}$

$P(A \cup B) = \frac{6}{7} \Leftrightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{6}{7}$
$\Leftrightarrow \frac{3}{4} + P(B) - \frac{3}{20} = \frac{6}{7}$
$\Leftrightarrow P(B) = \frac{9}{35}$

$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{3}{20}}{\frac{9}{35}} = \frac{7}{12}$

23. Sejam *A* e *B* os acontecimentos seguintes.
A: "o livro é um romance."
B: "o livro é usado."
$P(A) = \frac{4}{9}$
$P(\bar{B}) = P(B)$
$P(A|B) = \frac{2}{5}$
Como $P(\bar{B}) = P(B)$ e $P(B) + P(\bar{B}) = 1$, então $P(B) = 0{,}5$.
Além disso, $P(A|B) = \frac{2}{5} \Leftrightarrow \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{2}{5}$
$\Leftrightarrow P(A \cap B) = \frac{2}{5} \times 0{,}5$
$\Leftrightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{5}$
Assim,

	A	$\bar{A}$	Total
B	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{2}$
$\bar{B}$	$\frac{11}{45}$	$\frac{23}{90}$	$\frac{1}{2}$
Total	$\frac{4}{9}$	$\frac{5}{9}$	1

23.1 $P(B) = \frac{1}{2}$

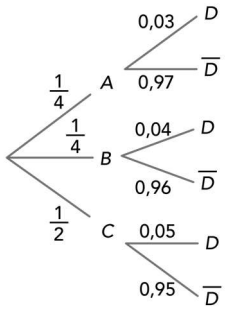
23.2 $P(A \cap B) = \frac{1}{5}$

23.3 $P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{5}}{\frac{4}{9}} = \frac{9}{20}$

23.4 $P(\bar{B}|\bar{A}) = \frac{P(\bar{B} \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{\frac{23}{90}}{\frac{5}{9}} = \frac{23}{50}$

23.5 $P(A|\bar{B}) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{\frac{11}{45}}{\frac{1}{2}} = \frac{22}{45}$

24. Sejam *A*, *B*, *C* e *D* os acontecimentos seguintes.
A: "ser produzido pela máquina A."
B: "ser produzido pela máquina B."
C: "ser produzido pela máquina C."
D: "apresentar defeito."
$P(A) = P(B)$
$P(C) = 2P(A)$
$P(A) + P(B) + P(C) = 1$
$\Leftrightarrow P(A) + P(A) + 2P(A) = 1$
$\Leftrightarrow P(A) = \frac{1}{4}$
Assim, $P(B) = \frac{1}{4}$ e $P(C) = \frac{1}{2}$
$P(D|A) = 0{,}03$
$P(D|B) = 0{,}04$
$P(D|C) = 0{,}05$



24.1

a) $P(\bar{D}) = \frac{1}{4} \times 0{,}97 + \frac{1}{4} \times 0{,}96 + \frac{1}{2} \times 0{,}95 = \frac{383}{400}$

b) $P(A|\bar{D}) = \frac{\frac{1}{4} \times 0{,}97}{\frac{1}{4} \times 0{,}97 + \frac{1}{4} \times 0{,}96 + \frac{1}{2} \times 0{,}95} = \frac{97}{383}$

24.3 $P(D) = \frac{1}{4} \times 0{,}03 + \frac{1}{4} \times 0{,}04 + \frac{1}{2} \times 0{,}05 = \frac{17}{400}$
$P(A) \times P(D) = \frac{1}{4} \times \frac{17}{400} = \frac{17}{1600}$
$P(A \cap D) = \frac{1}{4} \times 0{,}03 = \frac{3}{400}$
Como $P(A) \times P(D) \neq P(A \cap D)$, então os acontecimentos *A* e *D* não são acontecimentos independentes.

25. Sejam *A*, *B* e *C* os acontecimentos seguintes.
A: "o André passa no exame de condução."
B: "a Bárbara passa no exame de condução."
C: "a Catarina passa no exame de condução"

25.1 $P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B) \times P(C) =$
$= \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$

25.2 $P(\bar{A} \cap B \cap C) = P(\bar{A}) \times P(B) \times P(C) =$
$= \frac{1}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{1}{9}$

25.3 $1 - P(\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}) = 1 - P(\bar{A}) \times P(\bar{B}) \times P(\bar{C}) =$
$= 1 - \frac{1}{5} \times \frac{1}{6} \times \frac{1}{3} = \frac{89}{90}$

EDITÁVEL
FOTOCOPIÁVEL

25.4 $P(\bar{A} \cap B \cap C) + P(A \cap \bar{B} \cap C) + P(A \cap B \cap \bar{C}) =$
$= \frac{1}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{2}{3} + \frac{4}{5} \times \frac{1}{6} \times \frac{2}{3} + \frac{4}{5} \times \frac{5}{6} \times \frac{1}{3} = \frac{19}{45}$

26.

	1	2	3	4	5	6
1	(1, 1)	(1, 2)	(1, 3)	(1, 4)	(1, 5)	(1, 6)
2	(2, 1)	(2, 2)	(2, 3)	(2, 4)	(2, 5)	(2, 6)
3	(3, 1)	(3, 2)	(3, 3)	(3, 4)	(3, 5)	(3, 6)
4	(4, 1)	(4, 2)	(4, 3)	(4, 4)	(4, 5)	(4, 6)
5	(5, 1)	(5, 2)	(5, 3)	(5, 4)	(5, 5)	(5, 6)
6	(6, 1)	(6, 2)	(6, 3)	(6, 4)	(6, 5)	(6, 6)

26.1 $P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

26.2 $P = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$

26.3 $P = 0$

26.4 $P = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}$

27. $P(C|(A \cap \bar{B}))$ significa "probabilidade de a soma dos números em ambos os dados ser oito, sabendo que saiu número par no primeiro dado e saiu número inferior ou igual a 4 no segundo dado".
Se saiu número par no primeiro dado, então pode ter saído um dos números 2, 4 ou 6. Se saiu número inferior ou igual a quatro no segundo dado, pode ter saído um dos números 1, 2, 3 ou 4.
O número de casos possíveis é, assim, $3 \times 4 = 12$.
Para que a soma dos números saídos seja oito, os números têm de ser 4 e 4, ou 6 e 2. Logo, há dois casos favoráveis.
Assim, $P(C|(A \cap \bar{B})) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.

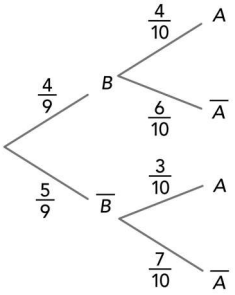
28. Para que a soma dos números saídos seja 10, existem as seguintes possibilidades.

- $2 + 3 + 5 = 10$ (em que os números 2, 3 e 5 podem ocorrer por qualquer ordem);
- $2 + 4 + 4 = 10$ (em que o número 2 pode ocupar a primeira, a segunda ou a terceira posição);
- $2 + 2 + 6 = 10$ (em que o número 6 pode ocupar a primeira, a segunda ou a terceira posição);
- $3 + 3 + 4 = 10$ (em que o número 4 pode ocupar a primeira, a segunda ou a terceira posição).

Assim, a probabilidade de a carta com o número 2 ser retirada pelo menos uma vez, se a soma dos números saídos tiver sido 10 é dada por $P = \frac{3! + 3 + 3}{3! + 3 + 3 + 3} = \frac{4}{5}$.

29.

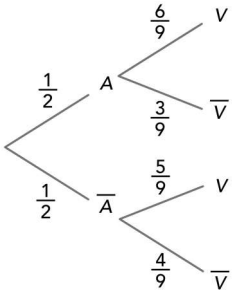
29.1 Sejam *A* e *B* os acontecimentos seguintes.
A: "sair uma bola azul na urna A."
B: "sair uma bola azul na urna B."



a) $P(\bar{A}|B) = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

b) $P(A) = \frac{4}{9} \times \frac{4}{10} + \frac{5}{9} \times \frac{3}{10} = \frac{31}{90}$

29.2 Sejam *A* e *V* os acontecimentos seguintes.
A: "Ser selecionada a urna A."
V: "Sair uma bola vermelha."



a) $P(V|A) = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$

b) $P(\bar{V}|\bar{A}) = \frac{4}{9}$

c) $P(V) = \frac{1}{2} \times \frac{6}{9} + \frac{1}{2} \times \frac{5}{9} = \frac{11}{18}$

d) $P(A|\bar{V}) = \frac{P(A \cap \bar{V})}{P(\bar{V})} = \frac{\frac{1}{2} \times \frac{3}{9}}{\frac{1}{2} \times \frac{3}{9} + \frac{1}{2} \times \frac{4}{9}} = \frac{3}{7}$

30. $P(\{a\}) = P(\{b\}) = \frac{1}{8}$

$P(\{c\}) = P(\{d\}) = P(\{e\}) = P(\{f\}) = \frac{1 - 2 \times \frac{1}{8}}{4} = \frac{3}{16}$

$P(A) = \frac{1}{8} + \frac{3}{16} + \frac{3}{16} = \frac{1}{2}$

$P(B) = \frac{1}{8} + \frac{3}{16} + \frac{3}{16} = \frac{1}{2}$

$P(C) = \frac{1}{8} + \frac{3}{16} + \frac{3}{16} = \frac{1}{2}$

$P(A) \times P(B) \times P(C) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

$P(A \cap B \cap C) = P(\{a\}) = \frac{1}{8}$

Logo, $P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B) \times P(C)$.

$P(A) \times P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$P(A \cap B) = P(\{a, c\}) = \frac{1}{8} + \frac{3}{16} = \frac{5}{16}$

Como $P(A) \times P(B) \neq P(A \cap B)$, os acontecimentos *A* e *B* não são independentes.

$P(A) \times P(C) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$P(A \cap C) = P(\{a, d\}) = \frac{1}{8} + \frac{3}{16} = \frac{5}{16}$

Como $P(A) \times P(C) \neq P(A \cap C)$, os acontecimentos *A* e *C* não são independentes.

$P(B) \times P(C) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$P(B \cap C) = P(\{a, e\}) = \frac{1}{8} + \frac{3}{16} = \frac{5}{16}$

Como $P(B) \times P(C) \neq P(B \cap C)$, os acontecimentos *B* e *C* não são independentes.

EDITÁVEL FOTOCOPIÁVEL

EDITÁVEL
FOTOCOPIÁVEL

4. Modelos de probabilidade

Páginas 25 a 28

31.

31.1 $0,3 + a + 0,2 + 0,15 + 0,2 = 1 \Leftrightarrow a + 0,85 = 1$
$\Leftrightarrow a = 1 - 0,85$
$\Leftrightarrow a = 0,15$

O valor de a é 0,15.

31.2 $\mu = 2 \times 0,3 + 4 \times 0,15 + 6 \times 0,2 + 8 \times 0,15 + 9 \times 0,2 = 5,4$

$\sigma^2 = (2 - 5,4)^2 \times 0,3 + (4 - 5,4)^2 \times 0,15 + (6 - 5,4)^2 \times 0,2 + (8 - 5,4)^2 \times 0,15 + (9 - 5,4)^2 \times 0,2 \approx 7,44$

$\sigma = \sqrt{7,44} \approx 2,73$

32.

32.1

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{3}{28}$	$\frac{15}{28}$	$\frac{5}{14}$

$P(X = 0) = \frac{3}{8} \times \frac{2}{7} = \frac{3}{28}$

$P(X = 1) = \frac{5}{8} \times \frac{3}{7} + \frac{3}{8} \times \frac{5}{7} = \frac{15}{28}$

$P(X = 2) = \frac{5}{8} \times \frac{4}{7} = \frac{5}{14}$

32.2 $\mu = 0 \times \frac{3}{28} + 1 \times \frac{15}{28} + 2 \times \frac{5}{14} = \frac{5}{4}$

$\sigma = \sqrt{\left(0 - \frac{5}{4}\right)^2 \times \frac{3}{28} + \left(1 - \frac{5}{4}\right)^2 \times \frac{15}{28} + \left(2 - \frac{5}{4}\right)^2 \times \frac{5}{14}} \approx 0,63$

33.

33.1

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

$P(X = 0) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$P(X = 1) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$P(X = 2) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$

$\mu = 0 \times \frac{1}{4} + 1 \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{4} = 1$

$\sigma^2 = (0 - 1)^2 \times \frac{1}{4} + (1 - 1)^2 \times \frac{1}{2} + (2 - 1)^2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$

$\sigma = \sqrt{\frac{1}{2}} \approx 0,71$

33.2

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$

$P(X = 0) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

$P(X = 1) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{8}$

$P(X = 2) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 3 = \frac{3}{8}$

$P(X = 3) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

$\mu = 0 \times \frac{1}{8} + 1 \times \frac{3}{8} + 2 \times \frac{3}{8} + 3 \times \frac{1}{8} = \frac{3}{2}$

$\sigma^2 = \left(0 - \frac{3}{2}\right)^2 \times \frac{1}{8} + \left(1 - \frac{3}{2}\right)^2 \times \frac{3}{8} + \left(2 - \frac{3}{2}\right)^2 \times \frac{3}{8} + \left(3 - \frac{3}{2}\right)^2 \times \frac{1}{8} = \frac{3}{4}$

$\sigma = \sqrt{\frac{3}{4}} \approx 0,87$

33.3

x_i	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{18}$	$\frac{1}{36}$

+	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

$\mu = 2 \times \frac{1}{36} + 3 \times \frac{1}{18} + 4 \times \frac{1}{12} + 5 \times \frac{1}{9} + 6 \times \frac{5}{36} + 7 \times \frac{1}{6} + 8 \times \frac{5}{36} + 9 \times \frac{1}{9} + 10 \times \frac{1}{12} + 11 \times \frac{1}{18} + 12 \times \frac{1}{36} = 7$

$\sigma^2 = (2 - 7)^2 \times \frac{1}{36} + (3 - 7)^2 \times \frac{1}{18} + (4 - 7)^2 \times \frac{1}{12} + (5 - 7)^2 \times \frac{1}{9} + (6 - 7)^2 \times \frac{5}{36} + (7 - 7)^2 \times \frac{1}{6} + (8 - 7)^2 \times \frac{5}{36} + (9 - 7)^2 \times \frac{1}{9} + (10 - 7)^2 \times \frac{1}{12} + (11 - 7)^2 \times \frac{1}{18} + (12 - 7)^2 \times \frac{1}{36} = \frac{35}{6}$

$\sigma = \sqrt{\frac{35}{6}} \approx 2,42$

33.4

x_i	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{45}$	$\frac{2}{45}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{4}{45}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{2}{15}$	$\frac{7}{45}$	$\frac{8}{45}$	$\frac{1}{5}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2		3	4	5	6	7	8	9	10
3	3	3		4	5	6	7	8	9	10
4	4	4	4		5	6	7	8	9	10
5	5	5	5	5		6	7	8	9	10
6	6	6	6	6	6		7	8	9	10
7	7	7	7	7	7	7		8	9	10
8	8	8	8	8	8	8	8		9	10
9	9	9	9	9	9	9	9	9		10
10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	

$\mu = 2 \times \frac{1}{45} + 3 \times \frac{2}{45} + 4 \times \frac{1}{15} + 5 \times \frac{4}{45} + 6 \times \frac{1}{9} + 7 \times \frac{2}{15} + 8 \times \frac{7}{45} + 9 \times \frac{8}{45} + 10 \times \frac{1}{5} = \frac{22}{3}$

EDITÁVEL
FOTOCOPIÁVEL

$$\sigma^2 = \left(2-\frac{22}{3}\right)^2 \times \frac{1}{45} + \left(3-\frac{22}{3}\right)^2 \times \frac{2}{45} + \\ + \left(4-\frac{22}{3}\right)^2 \times \frac{1}{15} + \left(5-\frac{22}{3}\right)^2 \times \frac{4}{45} + \left(6-\frac{22}{3}\right)^2 \times \\ \times \frac{1}{9} + \left(7-\frac{22}{3}\right)^2 \times \frac{2}{15} + \left(8-\frac{22}{3}\right)^2 \times \frac{7}{45} + \\ + \left(9-\frac{22}{3}\right)^2 \times \frac{8}{45} + \left(10-\frac{22}{3}\right)^2 \times \frac{1}{5} = \frac{44}{9}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{44}{9}} \approx 2{,}21$$

33.5

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{7}{24}$	$\frac{21}{40}$	$\frac{7}{40}$	$\frac{1}{120}$

$$P(X=0) = \frac{7}{10} \times \frac{6}{9} \times \frac{5}{8} = \frac{7}{24}$$

$$P(X=1) = 3 \times \frac{3}{10} \times \frac{7}{9} \times \frac{6}{8} = \frac{21}{40}$$

$$P(X=2) = 3 \times \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} \times \frac{7}{8} = \frac{7}{40}$$

$$P(X=3) = \frac{3}{10} \times \frac{2}{9} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{120}$$

$$\mu = 0 \times \frac{7}{24} + 1 \times \frac{21}{40} + 2 \times \frac{7}{40} + 3 \times \frac{1}{120} = \frac{9}{10}$$

$$\sigma^2 = \left(0-\frac{9}{10}\right)^2 \times \frac{7}{24} + \left(1-\frac{9}{10}\right)^2 \times \frac{21}{40} + \\ + \left(2-\frac{9}{10}\right)^2 \times \frac{7}{40} + \left(3-\frac{9}{10}\right)^2 \times \frac{1}{120} = \frac{49}{100}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{49}{100}} = 0{,}7$$

33.6

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\frac{7}{44}$	$\frac{21}{44}$	$\frac{7}{22}$	$\frac{1}{22}$

$$P(X=0) = \frac{{}^7C_3}{{}^{12}C_3} = \frac{7}{44}$$

$$P(X=1) = \frac{5 \times {}^7C_2}{{}^{12}C_3} = \frac{21}{44}$$

$$P(X=2) = \frac{{}^5C_2 \times 7}{{}^{12}C_3} = \frac{7}{22}$$

$$P(X=3) = \frac{{}^5C_3}{{}^{12}C_3} = \frac{1}{22}$$

$$\mu = 0 \times \frac{7}{44} + 1 \times \frac{21}{44} + 2 \times \frac{7}{22} + 3 \times \frac{1}{22} = \frac{5}{4}$$

$$\sigma^2 = \left(0-\frac{5}{4}\right)^2 \times \frac{7}{44} + \left(1-\frac{5}{4}\right)^2 \times \frac{21}{44} + \\ + \left(2-\frac{5}{4}\right)^2 \times \frac{7}{22} + \left(3-\frac{5}{4}\right)^2 \times \frac{1}{22} = \frac{105}{176}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{105}{176}} \approx 0{,}77$$

33.7

x_i	0	1	2
$P(X=x_i)$	$\frac{188}{221}$	$\frac{32}{221}$	$\frac{1}{221}$

$$P(X=0) = \frac{{}^{48}C_2}{{}^{52}C_2} = \frac{188}{221}$$

$$P(X=1) = \frac{4 \times 48}{{}^{52}C_2} = \frac{32}{221}$$

$$P(X=2) = \frac{{}^4C_2}{{}^{52}C_2} = \frac{1}{221}$$

$$\mu = 0 \times \frac{188}{221} + 1 \times \frac{32}{221} + 2 \times \frac{1}{221} = \frac{2}{13}$$

$$\sigma^2 = \left(0-\frac{2}{13}\right)^2 \times \frac{188}{221} + \left(1-\frac{2}{13}\right)^2 \times \frac{32}{221} + \\ + \left(2-\frac{2}{13}\right)^2 \times \frac{1}{221} = \frac{400}{2873}$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{400}{2873}} \approx 0{,}37$$

34.

34.1

x_i	0	1	2	3	4	5	6
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{28}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{3}{28}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{5}{28}$	$\frac{3}{14}$	$\frac{1}{4}$

	0	1	2	3	4	5	6
0	0	1	2	3	4	5	6
1		1	2	3	4	5	6
2			2	3	4	5	6
3				3	4	5	6
4					4	5	6
5						5	6
6							6

y_i	0	1	2	3	4	5	6
$P(Y=y_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{14}$	$\frac{5}{28}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{3}{28}$	$\frac{1}{14}$	$\frac{1}{28}$

	0	1	2	3	4	5	6
0	0	1	2	3	4	5	6
1		0	1	2	3	4	5
2			0	1	2	3	4
3				0	1	2	3
4					0	1	2
5						0	1
6							0

34.2

a) $P(X>3) = P(X=4) + P(X=5) + P(X=6) = \\ = \frac{5}{28} + \frac{3}{14} + \frac{1}{4} = \frac{9}{14}$

b) $P(2 \leq X < 5) = P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) = \\ = \frac{3}{28} + \frac{1}{7} + \frac{5}{28} = \frac{3}{7}$

c) $P(X>4|X \geq 3) = \frac{P(X>4)}{P(X \geq 3)} = \\ = \frac{P(X=5) + P(X=6)}{P(X=3) + P(X=4) + P(X=5) + P(X=6)} = \\ = \frac{\frac{3}{14} + \frac{1}{4}}{\frac{1}{7} + \frac{5}{28} + \frac{3}{14} + \frac{1}{4}} = \frac{13}{22}$

d) $P(Y \leq 4) = \\ = P(Y=0) + P(Y=1) + P(Y=2) + P(Y=3) + \\ + P(Y=4) = \\ = \frac{1}{4} + \frac{3}{14} + \frac{5}{28} + \frac{1}{7} + \frac{3}{28} = \frac{25}{28}$

e) $P(1 < Y < 3) = P(Y=2) = \frac{5}{28}$

f) $P(Y=2|Y \geq 1) = \frac{P(Y=2)}{1 - P(Y=0)} = \frac{\frac{5}{28}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{5}{21}$

35. Sejam *A* o acontecimento "receber 2000 euros" e *B* o acontecimento "receber pelo menos 500 euros".
Pretende-se determinar $P(A|B)$.
De acordo com o enunciado, $P(A) = P(X=4)$ e $P(B) = P(X \geq 1)$.
Assim, $P(A|B) = P(X=4|X \geq 1) = \frac{0{,}08}{1 - 0{,}14} = \frac{4}{43}$.

EDITÁVEL
FOTOCOPIÁVEL

36. Tem-se que:

$P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)+$
$+P(X=5)=1$
$\Leftrightarrow a+b+c+c+\frac{15}{32}=1$
$\Leftrightarrow a+b+2c=\frac{17}{32}$

Como $P(X=2)=3P(X=1)\Leftrightarrow b=3a$
e $P(X=3)=\left(P(X=1)\right)^2\Leftrightarrow c=a^2$,
então $a+b+2c=\frac{17}{32}$
$\Leftrightarrow a+3a+2a^2=\frac{17}{32}$
$\Leftrightarrow 128a+64a^2=17$
$\Leftrightarrow 64a^2+128a-17=0$
$\Leftrightarrow a=\frac{-128\pm\sqrt{128^2-4\times64\times(-17)}}{2\times64}$
$\Leftrightarrow a=\frac{1}{8}\vee a=-\frac{17}{8}$

Como $a=P(X=1)$, então $a\geq0$, logo $a=\frac{1}{8}$.

Assim, $b=3\times\frac{1}{8}=\frac{3}{8}$ e $c=\left(\frac{1}{8}\right)^2=\frac{1}{64}$.

37.

37.1 Seja $P(X=4)=a$.

Então, $P(X=1)=3P(X=4)\Leftrightarrow P(X=1)=3a$
$2P(X=2)=3P(X=4)\Leftrightarrow 2P(X=2)=3a$
$\Leftrightarrow P(X=2)=\frac{3}{2}a$
$P(X=3)=a$
$P(X=5)=a$
$P(X=4)=2P(X=6)\Leftrightarrow P(X=6)=\frac{1}{2}a$

Assim, $P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+$
$+P(X=4)+P(X=5)+P(X=6)=1$
$\Leftrightarrow 3a+\frac{3}{2}a+a+a+a+\frac{1}{2}a=1$
$\Leftrightarrow 8a=1$
$\Leftrightarrow a=\frac{1}{8}$

Logo,

$\mu=1\times\frac{3}{8}+2\times\frac{3}{16}+3\times\frac{1}{8}+4\times\frac{1}{8}+5\times\frac{1}{8}+$
$+6\times\frac{1}{16}=\frac{21}{8}=2{,}625$

37.2 Seja $P(X=4)=a$.

Então, $P(X=1)=3P(X=4)\Leftrightarrow P(X=1)=3a$
$2P(X=2)=3P(X=4)\Leftrightarrow 2P(X=2)=3a$
$\Leftrightarrow P(X=2)=\frac{3}{2}a$
$P(X=3)=a$
$P(X=5)=a$

Assim, $P(X<4)=0{,}7\Leftrightarrow 3a+\frac{3}{2}a+a=0{,}7$
$\Leftrightarrow 5{,}5a=0{,}7$
$\Leftrightarrow a=\frac{7}{55}$

Logo,

$P(X=1)=3\times\frac{7}{55}=\frac{21}{55}$
$P(X=2)=\frac{3}{2}\times\frac{7}{55}=\frac{21}{110}$
$P(X=3)=P(X=4)=P(X=5)=\frac{7}{55}$
$P(X=6)=1-\frac{21}{55}-\frac{21}{110}-\frac{7}{55}-\frac{7}{55}-\frac{7}{55}=\frac{1}{22}$

A tabela de distribuição de probabilidade da variável aleatória X é:

x_i	1	2	3	4	5	6
$P(X=x_i)$	$\frac{21}{55}$	$\frac{21}{110}$	$\frac{7}{55}$	$\frac{7}{55}$	$\frac{7}{55}$	$\frac{1}{22}$

38. Tem-se que:

$P(X=2)+P(X=3)+P(X=4)=1$
$\Leftrightarrow a+a+b=1$
$\Leftrightarrow 2a+b=1$

Além disso,

$2P(X=2)+3P(X=3)+4P(X=4)=3{,}1$
$\Leftrightarrow 2a+3a+4b=3{,}1$
$\Leftrightarrow 5a+4b=3{,}1$

Assim,

$\begin{cases}2a+b=1\\5a+4b=3{,}1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=1-2a\\5a+4(1-2a)=3{,}1\end{cases}$
$\Leftrightarrow\begin{cases}5a+4-8a=3{,}1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3a=0{,}9\end{cases}$
$\Leftrightarrow\begin{cases}b=1-2\times0{,}3\\a=0{,}3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=0{,}4\\a=0{,}3\end{cases}$

Logo, o valor de a é 0,3 e o valor de b é 0,4.

39.

39.1

x_i	1	2	3	4	6	8	9	12	16
$P(X=x_i)$	$\frac{1}{11}$	$\frac{2}{11}$	$\frac{2}{11}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{22}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{22}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{66}$

$P(X=1)=\frac{{}^4C_2}{{}^{12}C_2}=\frac{1}{11}$
$P(X=2)=\frac{4\times3}{{}^{12}C_2}=\frac{2}{11}$
$P(X=3)=\frac{4\times3}{{}^{12}C_2}=\frac{2}{11}$
$P(X=4)=\frac{{}^3C_2}{{}^{12}C_2}+\frac{4\times2}{{}^{12}C_2}=\frac{1}{6}$
$P(X=6)=\frac{3\times3}{{}^{12}C_2}=\frac{3}{22}$
$P(X=8)=\frac{3\times2}{{}^{12}C_2}=\frac{1}{11}$
$P(X=9)=\frac{{}^3C_2}{{}^{12}C_2}=\frac{1}{22}$
$P(X=12)=\frac{3\times2}{{}^{12}C_2}=\frac{1}{11}$
$P(X=16)=\frac{1}{{}^{12}C_2}=\frac{1}{66}$

39.2 $P(X<8|X>4)=$
$=\frac{P(4<X<8)}{P(X>4)}=$
$=\frac{P(X=6)}{P(X=6)+P(X=8)+P(X=9)+P(X=12)+P(X=1)}=$
$=\frac{\frac{3}{22}}{\frac{3}{22}+\frac{1}{11}+\frac{1}{22}+\frac{1}{11}+\frac{1}{66}}=\frac{9}{25}$

40. $P(X=0)+P(X=2)+P(X=6)=1$
$\Leftrightarrow a+b+c=1$
$\mu=2\Leftrightarrow 0\times P(X=0)+2\times P(X=2)+$
$+6\times P(X=6)=2$
$\Leftrightarrow 2b+6c=2$
$\Leftrightarrow b+3c=1$
$\sigma^2=(0-2)^2\times P(X=0)+(2-2)^2\times P(X=2)+$
$+(6-2)^2\times P(X=6)=4a+16c$

EDITÁVEL
FOTOCOPIÁVEL

$\sigma = 1 \Leftrightarrow \sqrt{4a + 16c} = 1 \Leftrightarrow 4a + 16c = 1$

Assim,

$$\begin{cases} a + b + c = 1 \\ b + 3c = 1 \\ 4a + 16c = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1-16}{4} + 1 - 3c + c = 1 \\ b = 1 - 3c \\ a = \frac{1-16c}{4} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 16c - 12c + 4c = 0 \\ - \\ - \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -24c = -1 \\ - \\ - \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{1}{24} \\ b = 1 - 3 \times \frac{1}{24} \\ a = \frac{1}{4} - 4 \times \frac{1}{24} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{1}{24} \\ b = \frac{7}{8} \\ a = \frac{1}{12} \end{cases}$$

O valor de a é $\frac{1}{12}$, o valor de b é $\frac{7}{8}$ e o valor de c é $\frac{1}{24}$.

41. Como os valores possíveis para a variável *X* são 3, 4 e 5, então há, pelo menos, cinco canetas pretas na caixa.
Tendo em conta que o número mínimo de canetas pretas retiradas da caixa é três, então não pode haver na caixa mais de duas canetas vermelhas, caso contrário o número mínimo de canetas pretas retiradas seria inferior a três.
Se houvesse na caixa uma caneta vermelha, então os valores de *X* seriam 4 e 5, contrariando o enunciado.
Assim, há duas canetas vermelhas e oito canetas pretas na caixa.

42.

42.1 $P(X = 0) = \frac{{}^{12}C_0 \times {}^{40}C_3}{{}^{52}C_3} = \frac{1 \times 9880}{22\,100} = \frac{494}{1105}$

$P(X = 1) = \frac{{}^{12}C_1 \times {}^{40}C_2}{{}^{52}C_3} = \frac{12 \times 780}{22\,100} = \frac{468}{1105}$

$P(X = 2) = \frac{{}^{12}C_2 \times {}^{40}C_1}{{}^{52}C_3} = \frac{66 \times 40}{22\,100} = \frac{132}{1105}$

$P(X = 3) = \frac{{}^{12}C_3 \times {}^{40}C_0}{{}^{52}C_3} = \frac{220 \times 1}{22\,100} = \frac{11}{1105}$

Assim,

x_i	0	1	2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{494}{1105}$	$\frac{468}{1105}$	$\frac{132}{1105}$	$\frac{11}{1105}$

42.2 $\mu = 0 \times \frac{494}{1105} + 1 \times \frac{468}{1105} + 2 \times \frac{132}{1105} + 3 \times \frac{11}{1105} = \frac{9}{13}$

42.3

a) $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0) =$
$= 1 - \frac{494}{1105} =$
$= \frac{47}{85}$

b) $P(X \neq 2) = 1 - P(X = 2) =$
$= 1 - \frac{132}{1105} =$
$= \frac{973}{1105}$

c) $P(1 \leq X < 3) = P(X = 1) + P(X = 2) =$
$= \frac{468}{1105} + \frac{132}{1105} =$
$= \frac{120}{221}$

d) $P(X = 1 | X \leq 2) = \frac{P(X=1)}{P(X=0) + P(X=1) + P(X=2)} =$
$= \frac{\frac{468}{1105}}{\frac{494}{1105} + \frac{468}{1105} + \frac{132}{1105}} =$
$= \frac{234}{547}$

e) $P(X = 0 | X \neq 3) = \frac{P(X=0)}{1 - P(X=3)} =$
$= \frac{\frac{494}{1105}}{1 - \frac{11}{1105}} =$
$= \frac{247}{547}$

f) $P(X \geq 2 | X \geq 1) = \frac{P(X=2) + P(X=3)}{1 - P(X=0)} =$
$= \frac{\frac{132}{1105} + \frac{11}{1105}}{1 - \frac{494}{1105}} =$
$= \frac{11}{47}$

EDITÁVEL
FOTOCOPIÁVEL

5. Modelo normal

Páginas 29 a 30

43.

43.1 $\mu - \sigma = 45$ e $\mu + \sigma = 55$
Então, $P(45 < X < 55) \approx 0{,}6827$, ou seja,
$P(45 < X < 55) \approx 68{,}27\%$

43.2 $\mu - \sigma = 45$
Então, $P(X < 45) \approx \frac{1 - 0{,}6827}{2} = 0{,}158\,65$, ou seja,
$P(X < 45) \approx 15{,}87\%$

43.3

a) $P(X > 50) = 0{,}5$
$0{,}5 \times 1200 = 600$
Espera-se que 600 lâmpadas tenham um tempo de vida superior a 50 mil horas.

b) $\mu - 2\sigma = 40$ e $\mu + 2\sigma = 60$
$P(\mu - 2\sigma < X < \mu + 2\sigma) \approx 0{,}9545$
$0{,}9545 \times 1200 \approx 1145$
Espera-se que, aproximadamente, 1145 lâmpadas tenham um tempo de vida entre 40 mil e 60 mil horas.

44.

44.1 $\mu - \sigma = 62$ e $\mu + 2\sigma = 86$
$P(62 < X < 86) \approx \frac{0{,}6827}{2} + \frac{0{,}9545}{2} = 0{,}8186$,
ou seja, $P(62 < X < 86) \approx 81{,}86\%$.

44.2 $\mu + \sigma = 78$
$P(X > 78) \approx \frac{1 - 0{,}6827}{2} = 0{,}158\,65$, ou seja,
$P(X > 78) \approx 15{,}87\%$.

44.3 $\mu - 2\sigma = 54$ e $\mu - \sigma = 62$
$P(54 < X < 62) \approx \frac{0{,}9545 - 0{,}6827}{2} = 0{,}1359$,
ou seja, $P(54 < X < 62) \approx 13{,}59\%$.

44.4 $\mu - 3\sigma = 46$
$P(46 < X < 70) \approx \frac{0{,}9973}{2} = 0{,}498\,65$, ou seja,
$P(46 < X < 70) \approx 49{,}87\%$.

44.5 $\mu - 3\sigma = 46$
$P(X < 46) \approx \frac{1 - 0{,}9973}{2} = 0{,}001\,35$, ou seja,
$P(X < 46) \approx 0{,}14\%$.

44.6 $\mu + \sigma = 78$ e $\mu + 3\sigma = 94$
$P(78 < X < 94) \approx \frac{0{,}9973 - 0{,}6827}{2} = 0{,}1573$,
ou seja, $P(78 < X < 94) \approx 15{,}73\%$.

45.

45.1

a) Recorrendo à calculadora, obtém-se:
$P(85 < X < 115) \approx 0{,}7887$, ou seja,
$P(85 < X < 115) \approx 78{,}87\%$.

b) Recorrendo à calculadora, obtém-se:
$P(X > 106) \approx 0{,}3085$, ou seja,
$P(X > 106) \approx 30{,}85\%$.

c) Recorrendo à calculadora, obtém-se:
$P(X < 90) \approx 0{,}2023$, ou seja,
$P(X < 90) \approx 20{,}23\%$.

45.2

a) Recorrendo à calculadora, obtém-se:
$P(X > 125) \approx 0{,}0186$
$0{,}0186 \times 230 = 4{,}278$
Espera-se que quatro filmes durem mais de 125 minutos.

b) Recorrendo à calculadora, obtém-se:
$P(X < 90) \approx 0{,}2023$
$0{,}2023 \times 230 = 46{,}529$
Espera-se que 47 filmes durem menos de 90 minutos.

c) Recorrendo à calculadora, obtém-se:
$P(95 < X < 105) \approx 0{,}3231$
$0{,}3231 \times 230 = 74{,}313$
Espera-se que 74 filmes durem entre 95 minutos e 105 minutos.

46.

46.1 Recorrendo à calculadora, obtém-se:
$P(40 < X < 70) \approx 0{,}7887$, ou seja,
$P(40 < X < 70) = 78{,}87\%$.

46.2 Recorrendo à calculadora, obtém-se:
$P(X > 75) \approx 0{,}0478$
$150 \times 0{,}0478 = 7{,}17$
Espera-se que sete clientes tenham gastado mais de 75 euros.

46.3 Pretende-se determinar o valor de a para o qual $P(X < a) = 0{,}05$.
Recorrendo à função invNorm da calculadora, obtém-se $a \approx 35{,}26$.
Assim, o valor máximo de compras do grupo de clientes que menos gastam é 35 euros.

46.4 Pretende-se determinar o valor de b para o qual $P(X < b) = 0{,}9$.
Recorrendo à função invNorm da calculadora, obtém-se $b \approx 70{,}37$.
Assim, o valor mínimo de compras que dá direito a brinde é 70 euros.

46.5 $P(X < 38) \approx 0{,}0783$
Pretende-se determinar o valor de c para o qual se tem $P(X > c) = 2 \times P(X < 38) \approx 2 \times 0{,}0783 = 0{,}1566$, ou seja, $P(X < c) \approx 1 - 0{,}1566 = 0{,}8434$.
Recorrendo à função invNorm da calculadora, obtém-se $c \approx 67{,}10$.
Assim, o valor mínimo para a "compra grande" é 67 euros.

EDITÁVEL
FOTOCOPIÁVEL

Exercícios globais

Páginas 31 a 35

47. Opção (A)

$P = \frac{5!}{5^5} = \frac{24}{625}$

48. No contexto da situação descrita, $P(Y|X)$ significa "probabilidade de sair bola azul, sabendo que saiu face europeia na moeda". Se saiu face europeia na moeda, então a bola foi retirada da caixa B. Uma vez que $P(Y|X) = \frac{1}{4}$ tem-se que $\frac{1}{4}$ das bolas da caixa B é azul, ou seja, a caixa B tem duas bolas azuis $\left(\frac{1}{4} \times 8 = 2\right)$ e seis bolas amarelas (8 – 2 = 6).

49. Opção (A)

$0{,}2 + a + b + c + 0{,}1 = 1$

$\Leftrightarrow a + b + c = 0{,}7$

$P(X \leq 3) = 0{,}65$

$\Leftrightarrow 0{,}2 + a + b = 0{,}65$

$\Leftrightarrow a + b = 0{,}45$

$P(X \geq 3) = 0{,}5$

$\Leftrightarrow b + c + 0{,}1 = 0{,}5$

$\Leftrightarrow b + c = 0{,}4$

Assim,

$\begin{cases} a + b + c = 0{,}7 \\ a + b = 0{,}45 \\ b + c = 0{,}4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0{,}45 + c = 0{,}7 \\ - \\ - \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} c = 0{,}25 \\ - \\ b + 0{,}25 = 0{,}4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 0{,}15 = 0{,}45 \\ b = 0{,}15 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0{,}3 \\ - \end{cases}$

O valor de a é 0,3.

50.

50.1

a) $P(X < 40) \approx 0{,}3085$, ou seja,
$P(X < 40) \approx 30{,}85\%$

b) $P(35 < X < 55) \approx 0{,}6827$, ou seja,
$P(35 < X < 55) \approx 68{,}27\%$

50.2 $P(X > 60) \approx 0{,}0668$

$0{,}0668 \times 300 = 20{,}04$

Espera-se que 20 entregas demorem mais de 60 minutos.

51.

51.1 Opção (B)

$135 = \mu + 1{,}5\,\sigma$

$105 = \mu - 1{,}5\,\sigma$

Logo, $P(A) = P(B)$ e, portanto, as afirmações (A) e (D) são falsas.

$P(A) < 0{,}5$ e $P(B) < 0{,}5$, logo $P(A) + P(B) < 1$, logo a afirmação (B) é verdadeira e a afirmação (C) é falsa.

51.2

a) $\mu - \sigma = 110$

$\mu + \sigma = 130$

$P(110 < X < 130) \approx 0{,}6827$, ou seja,

$P(110 < X < 130) \approx 68{,}27\%$

b) $\mu + 2\sigma = 140$

$P(X > 140) \approx \frac{1 - 0{,}9545}{2} = 0{,}022\,75$, ou seja,

$P(X > 140) \approx 2{,}28\%$

c) $\mu - 3\sigma = 90$

$P(X < 90) \approx \frac{1 - 0{,}9973}{2} = 0{,}001\,35$, ou seja,

$P(X < 90) = 0{,}14\%$

51.3 $\mu + 2\sigma = 140$

$P(X < 140) \approx 0{,}5 + \frac{0{,}9545}{2} = 0{,}977\,25$

$0{,}97725 \times 150 = 146{,}5875$

Espera-se que, aproximadamente, 147 adultos tenham pressão inferior a 140 mmHg.

52. Opção (B)

$P(\bar{A} \cap \bar{B}) = 0{,}4 \Leftrightarrow P(\overline{A \cup B}) = 0{,}4$

$\Leftrightarrow P(A \cup B) = 0{,}6$

$\Leftrightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}6$

$\Leftrightarrow P(A) + P(B \cap \bar{A}) = 0{,}6$

$\Leftrightarrow P(A) + 0{,}2 = 0{,}6$

$\Leftrightarrow P(A) = 0{,}4$

53. Opção (D)

$P(\overline{A \cup B}) = \frac{1}{4}$

$\Leftrightarrow P(A \cup B) = \frac{3}{4}$

Logo, A e B não são acontecimentos contrários e a opção (C) é falsa.

$P(A \cup B) = \frac{3}{4}$

$\Leftrightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{3}{4}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2} + \frac{7}{12} - P(A \cap B) = \frac{3}{4}$

$\Leftrightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{3}$

Logo, A e B não são acontecimentos incompatíveis e a opção (A) é falsa.

$P(A) \times P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{7}{12} = \frac{7}{24} \neq \frac{1}{3} = P(A \cap B)$

Logo, A e B não são acontecimentos independentes e a opção (B) é falsa.

Uma vez que $P(A \cap B) = \frac{1}{3} \neq 0$, então A e B são acontecimentos compatíveis.

54. Opção (A)

$P(\bar{X}|Y)$ designa a probabilidade de a figura escolhida não ser um triângulo, sabendo que a figura escolhida está pintada de preto. Como esta probabilidade é igual a $\frac{2}{3}$, na resposta correta, duas em cada três figuras pintadas de preto não podem ser triângulos. Na opção (A), há três figuras pintadas de preto, sendo duas delas um quadrado e um círculo e essa é, portanto, a opção correta.

EDITÁVEL
FOTOCOPIÁVEL

55. Opção (C)

$2k + 0{,}5 + k = 1 \Leftrightarrow 3k = \frac{1}{2} \Leftrightarrow k = \frac{1}{6}$

$\mu = 0 \times \frac{2}{6} + 1 \times 0{,}5 + 4 \times \frac{1}{6} = \frac{7}{6}$

56. Opção (B)

P(“produto dos algarismos ser igual a zero”) =

= 1 – *P*(“não conter o algarismo 0”) =

$= 1 - \frac{9^5}{9 \times 10^4} = 0{,}3439$

57.

57.1 28 – 12 = 16 raparigas

Número de grupos com dois rapazes e uma rapariga:

$^{12}C_2 \times 16 = 1056$

Número de grupos com duas raparigas e um rapaz:

$^{16}C_2 \times 12 = 1440$

Total: 1056 + 1440 = 2496 maneiras

57.2 Sejam *A* e *B* os acontecimentos seguintes.

A: “ser do sexo masculino.”

B: “levar doce.”

Sabe-se que:

- $P(A) = \frac{12}{28}$
- $P(A \cap \bar{B}) = \frac{5}{14}$
- $P(B|\bar{A}) = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{P(B \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = \frac{1}{2}$

$\Leftrightarrow P(B \cap \bar{A}) = \frac{1}{2} \times \frac{16}{28}$

$\Leftrightarrow P(B \cap \bar{A}) = \frac{2}{7}$

	A	$\bar{A}$	Total
B	$\frac{1}{14}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{5}{14}$
$\bar{B}$	$\frac{5}{14}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{9}{14}$
Total	$\frac{12}{28}$	$\frac{16}{28}$	1

$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{1}{14}}{\frac{5}{14}} = \frac{1}{5}$

58. Sejam *A* e *B* os acontecimentos seguintes.

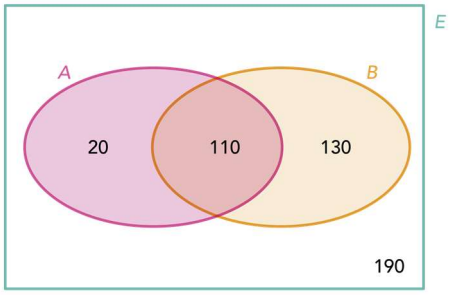
A: “colocar questões.”

B: “comprar pelo menos um livro.”

Sabe-se que:

- $\#E = 450$
- $\#B = 240$
- $\#(A \cap B) = 110$
- $\#(A \cap \bar{B}) = 20$

Então, tem-se:



Cálculos auxiliares:

$\#(\bar{A} \cap B) = 240 - 110 = 130$

$\#(\bar{A} \cap \bar{B}) = 450 - 20 - 240 = 190$

58.1 $P(\bar{A} \cap \bar{B}) = \frac{190}{450} = \frac{19}{45}$

58.2 $P(B|A) = \frac{110}{130} = \frac{11}{13}$

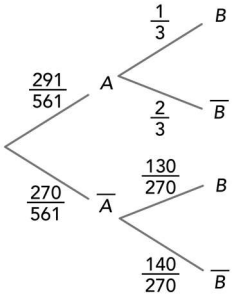
$P(B|\bar{A}) = \frac{130}{130 + 190} = \frac{13}{32}$

Como $P(B|A) > P(B|\bar{A})$, então uma pessoa que entra na livraria e coloca questões está mais predisposta a efetuar uma compra do que uma pessoa que entra na livraria e não coloca questões.

59. Sejam *A* e *B* os acontecimentos seguintes.

A: “frequentar o Ensino Básico.”

B: “ser rapaz.”



$P(\bar{A}|B) = \frac{P(\bar{A} \cap B)}{P(B)} = \frac{\frac{270}{561} \times \frac{130}{270}}{\frac{270}{561} \times \frac{130}{270} + \frac{291}{561} \times \frac{1}{3}} = \frac{130}{227}$

60.

60.1 Sejam *A* e *B* os acontecimentos seguintes.

A: “ser do sexo feminino.”

B: “ter reservado alojamento para as férias.”

	B	$\bar{B}$	Total
A	0,26	0,24	0,5
$\bar{A}$	0,44	0,06	0,5
Total	0,7	0,3	1

$P(\bar{B}|\bar{A}) = 0{,}12 \Leftrightarrow \frac{P(\bar{B} \cap \bar{A})}{P(\bar{A})} = 0{,}12$

$\Leftrightarrow P(\bar{B} \cap \bar{A}) = 0{,}5 \times 0{,}12$

$\Leftrightarrow P(\bar{B} \cap \bar{A}) = 0{,}06$

Então,

$P(A|\bar{B}) = \frac{P(A \cap \bar{B})}{P(\bar{B})} = \frac{0{,}24}{0{,}30} = \frac{4}{5}$

60.2 Opção (C)

$0{,}7 \times 20 = 14$

Assim,

$P = \frac{^{14}C_3 \times {}^6C_1 + {}^{14}C_4}{^{20}C_4} = \frac{2184 + 1001}{4845} = \frac{637}{969}$

EDITÁVEL FOTOCOPIÁVEL

61.

61.1 $0{,}1 + 0{,}1 + a + 0{,}25 + b + 0{,}15 = 1 \Leftrightarrow a + b = 0{,}4$

$\mu = 3{,}85$

$\Leftrightarrow 1 \times 0{,}1 + 2 \times 0{,}1 + 3 \times a + 4 \times 0{,}25 + 5 \times b + 6 \times 0{,}15 = 3{,}85$

$\Leftrightarrow 3a + 5b = 1{,}65$

Assim,

$\begin{cases} a + b = 0{,}4 \\ 3a + 5b = 1{,}65 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0{,}4 - b \\ 3(0{,}4 - b) + 5b = 1{,}65 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 1{,}2 - 3b + 5b = 1{,}65 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2b = 0{,}45 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0{,}4 - 0{,}225 \\ b = 0{,}225 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0{,}175 \\ b = 0{,}225 \end{cases}$

O valor de a é 0,175 e o valor de b é 0,225.

61.2 $P(A) = 0{,}1 + 0{,}25 + 0{,}15 = 0{,}5$

$P(B) = 0{,}25 + 0{,}225 + 0{,}15 = 0{,}625$

$P(A) \times P(B) = 0{,}3125$

$P(A \cap B) = P(X = 4) + P(X = 6) =$

$= 0{,}25 + 0{,}15 =$

$= 0{,}4$

Como $P(A) \times P(B) \neq P(A \cap B)$, então A e B não são acontecimentos independentes.

62. Opção (B)

O número de casos possíveis é 10!, que é o número de maneiras de retirar de forma ordenada, sem reposição, as 10 bolas do saco.

O número de casos favoráveis é ${}^{10}C_5 = {}^{10}C_5 \times 1 \times 1$. Este valor corresponde a número de maneiras diferentes de escolher aleatoriamente cinco das 10 posições possíveis para os números ímpares; para cada uma destas, há apenas uma forma de colocar os algarismos ímpares por ordem crescente; para cada uma destas maneiras, há apenas uma maneira de colocar os números pares nas posições restantes, por ordem crescente.

63. Opção (A)

$P = \frac{3 \times 3 \times 2}{4 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

64. $P(B) \times [1 - P(\bar{A}|B)] =$

$= P(B) - P(\bar{A} \cap B) =$

$= P(B) - P(B) + P(A \cap B) =$

$= P(A \cap B) =$

$= P(A) + P(B) - P(A \cup B) =$

$= 1 - P(A \cup B) =$

$= P(\overline{A \cup B}) =$

$= P(\bar{A} \cap \bar{B})$

65. $P(A \cup \bar{B}) - P(B) \times P(B|A) =$

$= P(A) + P(\bar{B}) - P(A \cap \bar{B}) - P(B) \times \frac{P(A \cap B)}{P(A)} =$

$= P(A) + P(\bar{B}) - P(A) + P(A \cap B) - P(A) \times \frac{P(A \cap B)}{P(A)},$

porque *A* e *B* são acontecimentos equiprováveis.

$= P(\bar{B}) + P(A \cap B) - P(A \cap B) =$

$= P(\bar{B})$

66.

66.1 $P(A) = \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} + \frac{4}{9} \times \frac{3}{8} = \frac{20 + 12}{72} = \frac{32}{72} = \frac{4}{9}$

$P(B) = \frac{5}{9} \times \frac{4}{8} = \frac{5}{18}$

$P(A) \times P(B) = \frac{4}{9} \times \frac{5}{18} = \frac{10}{81}$

$P(A \cap B) = \frac{3}{9} \times \frac{2}{8} + \frac{2}{9} \times \frac{1}{8} = \frac{8}{72} = \frac{1}{9}$

Como $P(A \cap B) \neq P(A) \times P(B)$, então os acontecimentos *A* e *B* não são acontecimentos independentes.

66.2 De acordo com a Regra de Laplace, a probabilidade de um acontecimento é dada pelo quociente entre o número de casos favoráveis à realização desse acontecimento e o número de casos possíveis, se estes forem todos equiprováveis e em número finito.

O número de casos possíveis é o número de maneiras de escolher ordenadamente cinco das nove bolas, o que pode ser feito de ${}^{9}A_5$ maneiras diferentes.

Para que o número formado seja par e a soma dos seus algarismos seja ímpar, dois casos mutuamente exclusivos se podem dar: ou um dos algarismos é ímpar ou três dos algarismos são ímpares.

No primeiro caso, como o último algarismo tem de ser par, sobram quatro posições possíveis para colocar o algarismo ímpar, ou seja, há quatro maneiras diferentes de escolher a posição do algarismo ímpar. Para cada uma destas, existem cinco maneiras de escolher esse algarismo ímpar. Para cada posição do algarismo ímpar e para cada valor deste, existem 4! maneiras diferentes de as quatro bolas com algarismos pares ocuparem os restantes quatro lugares. Há então $4 \times 5 \times 4!$ nas condições do primeiro caso.

No segundo caso temos dois algarismos pares e três ímpares. Como o último algarismo deve ser par há quatro maneiras diferentes de escolher a posição do outro algarismo par. Para cada uma destas, existem ${}^{4}A_2$ maneiras de escolher ordenadamente dois dos quatro algarismos pares para colocar nas respetivas posições. Para cada uma destas, existem ${}^{5}A_3$ maneiras de escolher ordenadamente três dos cinco algarismos ímpares para ocuparem os restantes três lugares. Há então $4 \times {}^{5}A_3 \times {}^{4}A_2$ nas condições do segundo caso.

O número de casos favoráveis é, então $4 \times 5 \times 4! + 4 \times {}^{5}A_3 \times {}^{4}A_2$. Assim, a probabilidade pedida é $\frac{4 \times 5 \times 4! + 4 \times {}^{5}A_3 \times {}^{4}A_2}{{}^{9}A_5}$.

EDITÁVEL
FOTOCOPIÁVEL