Unidade 3 **Página 166**

1.1. Opção **(C)**

1.2. $A\hat{D}B + 40° = 180° \Leftrightarrow A\hat{D}B = 180° - 40° \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow A\hat{D}B = 140°$

Seja $\beta = B\hat{A}D$ e $\theta = D\hat{B}A$.

Relativamente ao triângulo $[ABD]$, tem-se

$\beta + \theta + 140° = 180° \Leftrightarrow \beta + \theta = 40°$

Como $\dot{A}D$ é a bissetriz do ângulo *BAC*, tem-se

$B\hat{A}D = D\hat{A}C$;

Como $\dot{B}D$ é a bissetriz do ângulo CBA, tem-se

$C\hat{B}D = D\hat{B}A$;

Relativamente ao triângulo $[ABD]$ tem-se:

$2\beta + 2\theta + \alpha = 180° \Leftrightarrow 2\underbrace{(\beta + \theta)}_{40°} + \alpha = 180° \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2 \times 40° + \alpha = 180° \Leftrightarrow \alpha = 100°$

2.1. Como *E* é ponto médio de $[AC]$, então $[ED]$ é uma mediana do triângulo $[ADC]$.

Como $\overline{BD} = \overline{AB}$, então *B* é ponto médio de $[AD]$, sendo $[CB]$ uma mediana do triângulo $[ADC]$. O ponto *F* é o ponto de interseção das medianas, logo é o baricentro do triângulo $[ADC]$.

2.2. $\overline{BC} = \frac{27}{3} = 9$

Como *F* é o baricentro do triângulo,

$\overline{BF} = \frac{\overline{BC}}{3} = \frac{9}{3} = 3$

Então $\overline{BF} = 3$ cm

3.1. O ponto *C* é o circuncentro do triângulo $[PQR]$ e a circunferência é a circunscrita ao triângulo.

3.2. Os triângulos são todos obtusângulos pois os ângulos de vértice *C* são obtusos. Quanto aos lados, são isósceles, pois $[CP]$, $[CQ]$ e $[CR]$ são raios da circunferência, logo têm o mesmo comprimento.

3.3. Seja $\alpha = Q\hat{P}C$, $\beta = C\hat{P}R$ $\theta = C\hat{R}Q$.

$2\alpha + 150° = 180° \Leftrightarrow 2\alpha = 30° \Leftrightarrow \alpha = 15°$

$2\beta + 110° = 180° \Leftrightarrow 2\beta = 70° \Leftrightarrow \beta = 35°$

$2\theta + 100° = 180° \Leftrightarrow 2\theta = 80° \Leftrightarrow \theta = 40°$

$Q\hat{P}R = \alpha + \beta = 15° + 35° = 50°$

$P\hat{R}Q = \beta + \theta = 35° + 40° = 75°$

$R\hat{Q}P = \theta + \alpha = 40° + 15° = 55°$

Então, $Q\hat{P}R = 50°$, $P\hat{R}Q = 75°$ e $R\hat{Q}P = 55°$.

Página 167

4.1. O ponto *D* é o ortocentro do triangulo $[ABC]$.

4.2. $C\hat{B}E = 180° - 70° - 50° = 60°$

$E\hat{C}B = 180° - 90° - 60° = 30°$

$F\hat{C}D = 70° - 30° = 40°$

$C\hat{D}F = 180° - 90° - 40° = 50°$;

Como $E\hat{D}B = C\hat{D}F$, então $E\hat{D}B = 50°$.

5.1. Opção **(A)**

5.2. Opção **(C)**

$\overline{BC} = \frac{18}{3} = 6$. Sabe-se que $\overline{CD} = 2\overline{BC} = 12$

5.3. Seja *h* a medida da altura

$h^2 + 3^2 = 6^2 \Leftrightarrow h^2 = 27$

Então $h = \sqrt{27} \approx 5,2$

A área é aproximadamente igual a 5,2 cm^2

6.1. **(I)** Isósceles e acutângulo

(II) Escaleno e retângulo

(III) Escaleno e obtusângulo

6.2. **a)** *P* - Circuncentro;

Q – Baricentro;

R – Incentro;

S – Ortocentro.

b) Como *P* é o circuncentro, $\overline{AP}$ é o raio da circunferência circunscrita.

Seja *r* o raio da circunferência dos nove pontos.

$r = \frac{\overline{AP}}{2} = 3,5$

$2\pi r = 2 \times \pi \times 3,5 \approx 22$

O comprimento da circunferência é aproximadamente 22 cm.

Unidade 4 **Página 168**

1. Opção **(C)**

Se $a < b \wedge g(a) \times g(b) < 0$, então, $a < 0$ e $b > 0$

Se $b > 0$, então $g(b) > 0$.

Se $a < 0$, então $g(a) < 0$.

Daqui resulta que $-g(a) > 0$

Assim, $g(b) - g(a) > 0$

- $g(b) - g(a) < 0$ **(Falso)**
- $g(a+b) > 3$ **(Falso)**

Repara que $a \in [-2, 0[$ e $b \in]0, 2]$. Então,

$a + b \in [-2, 2]$ e $g(a+b) \in [-3, 3]$

2.1. Se a abcissa de *P* é 6, então *P* coincide com *A*.

Neste caso, $f(6) = \overline{AB} = 3$.

Se a abcissa de *P* é 2, então $\overline{PA} = 6 - 2 = 4$

$\left(\overline{PB}\right)^2 = \left(\overline{PA}\right)^2 + \left(\overline{AB}\right)^2$

$\left(\overline{PB}\right)^2 = 4^2 + 3^2 = 25$. Então, $\overline{PB} = \sqrt{25} = 5$.

$f(2) = 5$.

Assim, $f(6) - f(2) = -2$

2.2. O maior valor que a função toma é $f(0)$ e o menor é $f(6)$ e toma todos os outros valores entre $f(6)$ e $f(0)$.

$f(0) = \overline{OB} = \sqrt{6^2 + 3^2} = \sqrt{45}$ e $f(6) = \overline{AB} = 3$

Assim, $D'_f = \left[3, \sqrt{45}\right]$.

Opção **(B)**

3. A partir da informação dada sabe-se que $f(x) = ax - 2$.

Como o ponto de coordenadas $(-3, -6)$ pertence ao gráfico de *f*, tem-se $f(-3) = -6$.

$f(-3) = -6 \Leftrightarrow -3a - 2 = -6 \Leftrightarrow a = \frac{4}{3}$

Então, $f(x) = \frac{4}{3}x - 2$.

O ponto $A(x, 2)$ pertence ao gráfico de *f*.

Então, $f(x) = 2$.

$f(x) = 2 \Leftrightarrow \frac{4}{3}x - 2 = 2 \Leftrightarrow x = 3$

As coordenadas do ponto *A* são $(3, 2)$.

Página 169

4. Opção **(C)**

Se $f(x) = -\frac{1}{2}x + 2$, tem-se:

$f(-2) = 1 + 2 = 3$. A ordenada de *A* é maior do que 3.

$f(6) = -3 + 2 = -1$. A ordenada de *B* é menor do que –1.

A reta que representa o gráfico de *f*, tem declive negativo e passa entre os pontos *A* e *B*.

5.1. Eixo de simetria da parábola a reta de equação $x = 2$ (paralela a *Oy* que passa em $V(2, -1)$).

As coordenadas do ponto *A* são do tipo $(0, y)$ e do ponto $B(4, y)$.

A área do triângulo $[AVB]$ é dada pela expressão: $\frac{4(y+1)}{2}$.

Então, $\frac{4(y+1)}{2} = 4 \Leftrightarrow y + 1 = 2 \Leftrightarrow y = 1$.

O eixo de simetria é a reta de equação $x = 2$, $A(0, 1)$ e $B(4, 1)$.

5.2. $h = 2$ e $k = -1$. Assim $f(x) = a(x-2)^2 - 1$

O ponto $A(0, 1)$ pertence ao gráfico de *f*.

Então $f(0) = 1$.

$f(0) = 1 \Leftrightarrow 4a - 1 = 1 \Leftrightarrow a = \frac{1}{2}$

Assim, tem-se: $a = \frac{1}{2}$, $h = 2$ e $k = -1$

5.3. $f(x) = 7 \Leftrightarrow \frac{1}{2}(x-2)^2 - 1 = 7 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 16 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x - 1 = 4 \vee x - 1 = -4 \Leftrightarrow x = 5 \vee x = -3$

As coordenadas do ponto *P* são $(5, 7)$

6. $f(x) = -2x^2 + 3x + 2$

Zeros

$f(x) = 0 \Leftrightarrow -2x^2 + 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{-3 \pm \sqrt{9+16}}{-4} \Leftrightarrow x = 2 \vee x = -\dfrac{1}{2}$

Sinal:

x	$-\infty$	$-\frac{1}{2}$		2	$+\infty$
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Monotonia e extremos

Abcissa do vértice:

$$\frac{-\frac{1}{2}+2}{2} = \frac{3}{4}$$

Ordenada do vértice:

$$f\left(\frac{3}{4}\right) = -2\left(\frac{3}{4}\right)^2 + 3 \times \frac{3}{4} + 2 = \frac{50}{16} = \frac{25}{8}$$

Vértice:

$$V\left(\frac{3}{4}, \frac{25}{8}\right)$$

x	$-\infty$	$\frac{3}{4}$	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	$\frac{25}{8}$	$\searrow$

Máximo da função: $\dfrac{25}{8}$

Se $x \in \left]-\infty, \dfrac{3}{4}\right[$, a função é crescente.

Se $x \in \left]\dfrac{3}{4}, +\infty\right[$ a função é decrescente.

7. $f(x) = \begin{cases} 2 & \text{se } 0 < x \le 8 \\ 2 + 0{,}20(x-8) & \text{se } x > 8 \end{cases}$

$\Leftrightarrow f(x) = \begin{cases} 2 & \text{se } 0 < x \le 8 \\ 0{,}20x + 0{,}40 & \text{se } x > 8 \end{cases}$