Proposta de resolução da unidade 1 do manual

Página 8

1. A razão entre o número de bolas verdes e o número de bolas azuis é $\frac{4}{5}$.

2. $\frac{2}{3}=\frac{x}{5} \Leftrightarrow 2\times 15=3\times x \Leftrightarrow \frac{30}{3}=x \Leftrightarrow x=10$

Página 9

3.1. O Duarte e o Tiago dividiram as gomas na razão de $3:2$.

$3+2=5$ e $150\div 5=30$

$3\times 30=90$

$2\times 30=60$

O Duarte ficou com 90 gomas e o Tiago com 60 gomas.

3.2. **Duarte:** $\frac{90}{150}=0,6=\frac{6}{10}=\frac{60}{100}=60\%$

Tiago: $\frac{60}{150}=0,4=\frac{4}{10}=\frac{40}{100}=40\%$

4.1. x : n.º total de participantes

$\frac{5}{100}=\frac{12}{x} \Leftrightarrow 5x=1200 \Leftrightarrow x=\frac{1200}{5} \Leftrightarrow x=240$

240 participantes

4.2. $15\%=\frac{15}{100}=0,15$

$0,15\times 240=36$

36 portugueses

5.1. $7+4+6+3=20$

A turma do 4.º A tem 20 alunos.

5.2. Melão: $\frac{4}{20}=\frac{20}{100}=20\%$

5.3. $\frac{7}{20}=\frac{35}{100}=35\%$

A fruta escolhida por mais alunos foi morango, com 35% de respostas.

6. **Azul:** $0,44\times 25=11$ alunos

Verde: $0,28\times 25=7$ alunos

Amarelo: $0,2\times 25=5$ alunos

Vermelho: $0,2\times 25=2$ alunos

Página 10

1. **Ana:** $\frac{7}{25}=0,28=28\%$

2. Votos brancos ou nulos: $1+1=2$

$\frac{2}{25}=0,08=8\%$

Os votos brancos ou nulos representam 8% dos alunos da turma.

3. Votos válidos: $25-2=23$

Rui: $\frac{11}{23}\approx 0,48=48\%$

O Rui recebeu, aproximadamente, 48% dos votos válidos.

4. O Rui foi eleito delegado de turma porque reuniu o maior número de votos.

Este resultado não é do agrado da maior parte da turma, pois a maioria dos alunos da turma não votou no Rui.

5. Se a Teresa desistisse de ser candidata e todos os alunos que votaram nela votassem na Ana, então a Ana passaria a ter 12 votos ($7+5$).

Assim sendo, nesse caso seria eleita a Ana.

Página 11

1.1. N.º de votos validamente expressos:

$149+1\,178+1\,740+105=3\,172$

PCP-PEV: $\frac{149}{3172}\approx 0,047=4,7\%$

PPD/PSD: $\frac{1178}{3172}\approx 0,371=37,1\%$

PS: $\frac{1740}{3172}\approx 0,549=54,9\%$

CH: $\frac{105}{3172}\approx 0,033=3,3\%$

1.2. N.º de votantes: $3172+44+61=3277$

Abstenção: $4295-3277=1018$

Abstenção (%): $\frac{1018}{4295}\approx 0,237=23,7\%$

Página 12

1.1. Abstenção: $8\,835\,237-5\,531\,265=3\,303\,972$

$\frac{3\,303\,972}{8\,835\,237}\times 100\approx 37,4\%$

Percentagem de abstenção: $37,4\%$

1.2. N.º de votantes:

$2\,746\,689+1\,125\,077+778\,781$

$+466\,507+288\,261+23\,622=5\,428\,937$

Mário Soares: $\frac{778\,781}{5\,428\,937}\times 100\%\approx 14,3\%$

1.3. O candidato mais votado foi Cavaco Silva com 2 746 689 votos.

$\frac{2\,746\,689}{5\,428\,937} \times 100\% \approx 50{,}6\%$

Página 13

2.1. N.º de votantes: $1280 - 258 = 1022$

2.2. N.º de alunos que não voaram: 258

$\frac{258}{1\,280} \times 100 = 20{,}2$

Percentagem de abstenção: $20{,}2\%$

2.3. N.º de votos validamente expressos:

$1\,022 - 28 - 14 = 980$

Listas candidatas	A	B	C	D
N.º de votos	147	206	353	274
Percentagem de votos válidos	15%	21%	36%	28%

A: $0{,}15 \times 980 = 147$

B: $\frac{206}{980} \times 100 \approx 21$

C: $\frac{353}{980} \times 100 \approx 36$

D: $980 - 147 - 206 - 353 = 274$

$100\% - 15\% - 21\% - 36\% = 28\%$

2.4. A lista mais votada foi a C.

3.1. Abstenção: $225 - 208 = 17$

$\frac{17}{225} \times 100 \approx 7{,}56$

A percentagem de abstenção foi de, aproximadamente, $7{,}56\%$.

3.2. N.º de votos válidos: $208 - 5 - 3 = 200$

3.3. **Ana Santos:** $0{,}16 \times 200 = 32$

João Valente: $0{,}28 \times 200 = 56$

Margarida Pinto: $0{,}44 \times 200 = 88$

Rui Bastos: $0{,}12 \times 200 = 24$

4.1. Abstenção: $250 - 240 = 10$

$\frac{10}{250} \times 100 = 4$

A percentagem de abstenção foi 4% .

4.2. **Fernando Chaves:** $22 \times 1 + 53 \times 2 = 128$

Luís Torres: $55 \times 1 + 35 \times 2 = 125$

Rui Magalhães: $37 \times 1 + 38 \times 2 = 113$

O candidato que contabilizou mais votos foi o Fernando Chaves.

Página 14

2.1. Por maioria simples venceu o candidato C pois foi o candidato que obteve maior número de votos.

N.º de votos válidos: $120 + 84 + 146 = 350$

Como $146 < \frac{350}{2}$, o candidato C não venceu por maioria absoluta.

O candidato C venceu por maioria simples, mas não venceu por maioria absoluta.

2.2. O candidato C venceu por maioria simples pois foi o mais votado.

N.º de votos válidos: $70 + 25 + 180 + 35 = 310$

Como $180 > \frac{310}{2}$, o candidato C também venceu por maioria absoluta.

O candidato C venceu por maioria simples e por maioria absoluta.

2.3. O candidato A venceu por maioria simples pois foi o mais votado.

N.º de votos válidos: $81 + 52 + 245 = 157$

Como $81 > \frac{157}{2}$, o candidato A também venceu por maioria absoluta.

O candidato A venceu por maioria simples e por maioria absoluta.

2.4. O candidato B venceu por maioria simples pois foi o mais votado.

N.º de votos válidos: $70 + 160 + 90 = 320$

Como 160 é exatamente metade do número de votos válidos, o candidato B não venceu por maioria absoluta.

O candidato B venceu por maioria simples, mas não venceu por maioria absoluta.

Página 15

3.1. N.º de votos válidos: $57 + 36 + 72 = 165$

Metade do n.º de votos válidos: $\frac{165}{2} = 82{,}5$

Como nenhum dos candidatos obteve mais de metade do número de votos válidos, é necessária uma segunda volta.

3.2. A segunda volta realiza-se com os dois candidatos mais votados (A e C).
O candidato excluído da segunda volta é o C, tendo obtido 36 votos na primeira volta.

$0,25 \times 36 = 9$

$36 - 9 = 27$

Candidato A: $57 + 27 = 84$ votos

Candidato B: $72 + 9 = 81$ votos

O candidato vencedor seria o A pois obteve a maioria dos votos na segunda volta.

Página 16

5.1. N.º de votantes: $155 + 174 + 292 + 12 + 9 = 642$
Abstenção: $698 - 642 = 56$ alunos

$\frac{56}{698} \times 100 \approx 8$

Percentagem de abstenção: 8%

56 alunos (8%) não participaram no ato eleitoral.

5.2. N.º de votos válidos: $155 + 174 + 292 = 621$

A lista C foi a que obteve o maior número de votos (292).

$\frac{292}{621} \times 100 \approx 47$

A percentagem de votos válidos da lista C foi de, aproximadamente, 47%.

5.3. A lista com mais votos, C, não obteve maioria absoluta porque não obteve mais de 50% de votos válidos.

5.4. Se os eleitores que votaram nulo ou branco $12 + 9 = 21$ tivessem votado na lista C, então esta passaria a ter $292 + 21$, ou seja, 313 votos. E os votos válidos passariam a ser $621 + 21 = 642$

$\frac{642}{2} = 321$ e $313 < 321$

A lista C não venceria com maioria absoluta pois não obteria mais de metade do número de votos válidos.

Página 17

6.1. N.º de votantes: 9959

PS: $0,4679 \times 9959 \approx 4660$

PPD/PSD.CDS-PP.A.PP: $0,4136 \times 9959 \approx 4119$

PCP-PEV: $0,0449 \times 9959 \approx 447$

BE: $0,034 \times 9959 \approx 339$

Percentagem de votos brancos:

$\frac{230}{9959} \times 100 \approx 2,31$

Percentagem de votos nulos: $\frac{164}{9959} \times 100 \approx 1,65$

Partidos	N.º de votos
PS	4660
PPD/PSD/CDS-PP/A/ PPM	4119
PCP-PEV	447
BE	339

Votos brancos: 2,31%

Votos nulos: 1,65%

6.2. N.º de votos válidos: $9959 - 164 - 230 = 9\,565$

Partido mais votado: PS

Percentagem de votos válidos do PS:

$\frac{4660}{9565} \times 100 \approx 48,72$

A percentagem de votos válidos obtida pelo partido mais votado foi 48,72%.

7.1. Abstenção: $0,16 \times 825 = 132$

Votos não válidos: 54

Votos validamente expressos:

$825 - 132 - 54 = 639$

7.2. O número de votos brancos e nulos estão na proporção de 5 para 4.

$5 + 4 = 9$

x: n.º de votos brancos

y: n.º de votos nulos

$\frac{5}{x} = \frac{9}{54} \Leftrightarrow x = 30$

$y = 54 - 30 = 24$

Percentagem de votos brancos:

$\frac{30}{693} \times 100 \approx 4,3\%$

Percentagem de votos nulos: $\frac{24}{693} \times 100 \approx 3,5\%$

8.1. Taxa de abstenção: 12%

$0,12 \times 150 = 18$

Votos inválidos: 12

N.º de votos válidos: $150 - 18 - 12 = 120$

António Meireles: $\frac{1}{6} \times 120 = 20$ votos

x: n.º de votos em Manuel Gomes

$3x$: n.º de votos em Luís Andrade

$x + 3x + 20 = 120 \Leftrightarrow 4x = 100 \Leftrightarrow x = 25$

Candidatos	António Meireles	Luís Andrade	Manuel Gomes
N.º de votos	20	75	25

8.2. O vencedor foi o Luís Andrade porque teve o maior número de votos.

Como $75 > \frac{120}{2}$, o Luís Andrade ganhou com maioria absoluta, porque obteve mais de metade do número total de votos.

Página 18

9.1. N.º de votantes: $86+115+51+6+10=268$

Abstenção: $312-268=44$

$\frac{44}{312}\times 100 \approx 14\%$

Votantes: 268

Abstenção: 14%

9.2. Votos válidos: $268-6-10=252$

$\frac{252}{2}=126$

Lista A: $85<126$

Lista B: $115<126$

Lista C: $52<126$

Não houve maioria absoluta, porque nenhuma das três listas obteve mais de metade do número total de votos.

9.3. Como não houve maioria absoluta é necessário recorrer a uma segunda volta. As listas A e B disputam a segunda volta pois foram as duas mais votados na primeira volta.

N.º de votos da lista A na segunda volta:

$86+\frac{2}{3}\times 51=120$

N.º de votos da lista B na segunda volta:

$115+\frac{1}{3}\times 51=132$

Lista A: $\frac{120}{252}\times 100 \approx 47,6$

Lista B: $\frac{132}{252}\times 100 \approx 52,4$

Listas	N.º de votos	Percentagem de votos válidos
A	120	47,6%
B	132	52,4%

9.4. Sim, a abstenção pode ter influenciado o resultado da eleição. Se todos os eleitores que se abstiveram tivessem votado na lista B, a eleição teria ficado resolvida na primeira volta. Se toda a abstenção votasse em A e se mantivessem as condições na segunda volta, então ganharia a lista A.

Página 19

10.1. N.º de votos válidos:

$2\ 534\ 745+541\ 556+496\ 773+180\ 518+$

$+164\ 741+134\ 484+122\ 774=4\ 175\ 591$

N.º de votos inválidos:

$4\ 262\ 672-4\ 175\ 591=87\ 081$

x : N.º de votos nulos

$x+7\ 029$: N.º de votos brancos

$x+x+7\ 029=87\ 081 \Leftrightarrow 2x=80\ 052$

$\Leftrightarrow x=40\ 026$

Votos brancos: $47\ 055$

Votos nulos: $40\ 026$

10.2. **a)** Abstenção:

$10\ 864\ 327-4\ 262\ 672=6\ 601\ 655$

$\frac{6\ 601\ 655}{10\ 864\ 327}\times 100 \approx 60,76\%$

A percentagem da abstenção foi, aproximadamente, de $60,76\%$.

b) Votos não válidos: $87\ 081$

$\frac{87\ 081}{4\ 262\ 672}\times 100 \approx 2,04\%$

A percentagem de votos não válidos foi, aproximadamente, de $2,04\%$.

c) O candidato menos votado foi Vitorino Silva, tendo obtido $122\ 774$ votos.

$\frac{122\ 774}{4\ 175\ 591}\times 100 \approx 2,94\%$

O candidato menos votado obteve, aproximadamente, $2,94\%$ dos votos válidos.

d) O candidato mais votado foi Marcelo Rebelo de Sousa, tendo obtido $2\ 534\ 745$ votos.

$\frac{2\ 534\ 745}{4\ 175\ 591}\times 100 \approx 60,70\%$

O candidato mais votado obteve, aproximadamente, $60,70\%$ dos votos válidos.

10.3. Nas eleições presidenciais de 2021 não houve segunda volta porque o candidato Marcelo Rebelo de Sousa obteve mais de 50% de votos válidos na primeira volta.

10.4. Se o candidato Marcelo Rebelo de Sousa obtivesse 50% de votos válidos, ou menos, então seria necessária segunda volta.

N.º mínimo de votos válidos:

$2 \times 2\ 534\ 745 = 5\ 069\ 490$

$5\ 069\ 490 - 4\ 175\ 591 = 893\ 899$

Para que fosse necessária uma segunda volta, no mínimo, $893\ 899$ eleitores que se abstiveram deveriam ter votado em qualquer candidato exceto no mais votado (Marcelo Rebelo de Sousa).

11.1. N.º de votos válidos: $11\ 589 + 89\ 751 + 80\ 437 +$

$+96\ 871 + 41\ 028 + 6\ 874 = 315\ 986$

O candidato mais votado na primeira volta foi o D e obteve $96\ 871$ votos.

$\frac{96\ 871}{315\ 986} \times 100 \approx 30,7$

O candidato D não obteve maioria absoluta, porque teve apenas $30,7\%$ de votos válidos e teria de ter mais de 50% de votos válidos.

11.2. Os candidatos que passam à segunda volta são os três mais votados, ou seja, os candidatos D, B e F.

11.3. Total de votos dos candidatos A, C e E:

$11\ 589 + 8\ 043 + 41\ 028 = 60\ 660$

50% de votos válidos:

$0,5 \times 315\ 986 = 157\ 993$

Assim, para um candidato ter maioria absoluta na segunda volta, teria de ter, pelo menos, $157\ 994$ votos.

Se os votantes dos candidatos A, C e E, na segunda volta, votassem todos no candidato mais votado na primeira volta este passaria a ter $(96\ 871 + 60\ 660)$ votos, ou seja, 157 531 votos.

Mesmo assim, não conseguiria obter maioria absoluta na segunda volta.

Então, não é possível que algum dos candidatos tenha maioria absoluta na segunda volta.

Página 20

1. N.º total de votos válidos:

$2\ \ 629\ \ 957 + 1\ \ 443\ \ 867 + 1\ 185\ 867 +$

$418\ 961 = \ = 5\ 678\ 652$

N.º total de votos válidos é 5 678 652.

1. Recorrendo a uma folha de cálculo, conclui-se que:

Candidatos	N.º de votos	Percentagem de votos válidos
Freitas do Amaral	2 629 957	46,3
Mário Soares	1 443 867	25,4
Salgado Zenha	1 185 867	20,9
Lurdes Pintasilgo	418 961	7,4

Se o método eleitoral fosse o da maioria simples o vencedor Freitas do Amaral pois foi o candidato que obteve o maior número de votos.

2. Houve necessidade de uma segunda volta uma vez que nenhum dos candidatos obteve mais de 50% de votos válidos.

$0,5 \times 5\ 678\ 652 = 2\ 839\ 326$

Logo, o número mínimo de votos que garantiam a maioria absoluta a um candidato é $2\ 839\ 327$.

3. N.º de votos válidos na primeira volta: $5\ 678\ 652$

N.º de votos válidos na segunda volta:

$12\ 872\ 064 + 3\ 010\ 756 = 5\ 882\ 820$

Na segunda volta houve aumento do número de votos válidos relativamente à primeira volta.

Essa atitude pode estar relacionada com a vontade da população em contribuir para a alteração do resultado da primeira volta.

4. $\frac{3\ 010\ 756}{5\ 882\ 820} \times 100 \approx 51,2$

O candidato Mário Soares obteve maioria absoluta na segunda volta porque teve mais de 50% de votos válidos (51,2%).

Desta forma, ganhou as eleições e tornou-se presidente da República.

Página 21

1.1. N.º total de votos válidos: 75

Para alcançar a maioria absoluta um candidato teria de receber no mínimo 38 votos

1.2. Não, porque o candidato mais votado obteve apenas 36 votos.

2.1. Sim. Candidato B

2.2. Não houve maioria absoluta.

2.3. Não houve maioria absoluta.

Página 22

4.1. Pontuação do candidato A:

$8\times1+6\times2+5\times1=25$

Pontuação do candidato B:

$8\times2+6\times3+5\times3=49$

Pontuação do candidato C:

$8\times3+6\times1+5\times2=40$

O candidato vencedor foi o B.

4.2. Pontuação do candidato A:

$7\times1+9\times2+5\times3+4\times3=52$

Pontuação do candidato B:

$7\times3+9\times1+5\times2+4\times1=44$

Pontuação do candidato C:

$7\times2+9\times3+5\times1+4\times2=54$

O candidato vencedor foi o C.

4.3. Pontuação do candidato A:

$15\times1+18\times3+9\times1=78$

Pontuação do candidato B:

$15\times3+18\times1+9\times3=78$

Pontuação do candidato C:

$15\times2+18\times2+9\times2=84$

O candidato vencedor foi o B.

Página 23

5.1. Candidato A: $12\times4+13\times1+9\times3+14\times2=116$ pontos.

Candidato B: $12\times1+13\times2+9\times1+14\times4=103$ pontos.

Candidato C: $12\times2+13\times4+9\times4+14\times1=126$ pontos.

Candidato D: $12\times3+13\times3+9\times2+14\times3=135$ pontos.

O vencedor, pelo método de Borda, é o candidato D que não é o candidato preferido de nenhum dos votantes.

5.2. Considerando apenas as primeiras preferências, o candidato A obteria 12 pontos, o C obteria 22 pontos e o B obteria 14 pontos.

Assim, o vencedor por maioria simples seria o candidato C.

6. Filme A:

$20\times4+42\times2+34\times4+30\times2+28\times1+26\times2=440$

Filme B:

$20\times1+42\times4+34\times2+30\times3+28\times2+26\times3=480$

Filme C:

$20\times2+42\times1+34\times1+30\times1+28\times4+26\times4=362$

Filme D:

$20\times3+42\times3+34\times3+30\times4+28\times3+26\times1=518$

Pelo método de Borda, o melhor filme é o D.

Página 24

1.1. a) Considerando apenas as primeiras preferências, o número de votos obtidos por cada banda é o seguinte:

Banda X: 104 votos

Banda Y: $19+79=98$ votos

Banda Z: 81 votos

No caso de se aplicar o método de maioria simples, a banda escolhida para atuar na festa seria a X.

b) N.º total de votos: $19+104+81+79=283$

$0,5\times283=141,5$

São necessários pelo menos 142 votos para se obter maioria absoluta. Tal não aconteceu, o que implica uma segunda volta.

1.2. a) As duas candidatas mais votadas nas primeiras preferências foram a Banda X e a Banda Y.

b) Excluindo a Banda Z, o quadro passa a ser o seguinte:

Ordem de preferência	N.º de votos			
	19	104	81	79
1.ª	Y	X	Y	Y
2.ª	X	Y	X	X

c) Analisando as primeiras preferências, tem-se:

Banda X: 104

Banda Y: $19+81+79=179$

Assim, a Banda Y é a vencedora por maioria absoluta.

2. Banda X: $19\times2+104\times3+81\times1+79\times1=510$ pontos

Banda Y: $19\times3+104\times1+81\times2+79\times3=560$ pontos

Banda Z: $19\times1+104\times2+81\times3+79\times2=628$ pontos

Aplicando o método de Borda, a banda vencedora é a Z.

3. Não, a banda selecionada não é a mesma quando se aplicam os três métodos considerados.

Página 25

1.

Canções – preferências									
1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
8	2	5	3	7	10	4	6	12	1
7	4	10	1	6	3	8	5	12	2
8	6	7	4	2	5	1	12	10	3
4	3	8	7	6	2	12	10	5	1
4	8	7	1	12	6	3	5	10	2
1	3	10	4	5	7	6	8	12	2
10	1	5	4	2	3	6	7	12	8
42	27	52	24	40	36	40	53	73	19

2.

1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
4.º	8.º	3.º	9.º	5.º	7.º	5.º	2.º	1.º	10.º

Página 26

12.1. Cidade B: $10 \times 3 + 5 \times 1 + 5 \times 2 = 45$ pontos

Cidade C: $10 \times 1 + 5 \times 3 + 5 \times 1 = 30$ pontos

Cidade L: $10 \times 2 + 5 \times 2 + 5 \times 3 = 45$ pontos

Verifica-se que há duas cidades com a maior pontuação (Braga e Lisboa).

12.2. Estabelecer um critério de desempate. Por exemplo, a cidade vencedora será a que tiver mais votos na 1.ª preferência.

Neste caso, a cidade escolhida para a turma visitar seria Braga.

Página 27

13.1. **Obra A:** $10 \times 5 + 4 \times 2 + 5 \times 1 + 7 \times 5 + 4 \times 1 = 102$ pontos

Obra B: $10 \times 3 + 4 \times 5 + 5 \times 4 + 7 \times 2 + 4 \times 4 = 100$ pontos

Obra C: $10 \times 1 + 4 \times 4 + 5 \times 5 + 7 \times 3 + 4 \times 3 = 84$ pontos

Obra D: $10 \times 4 + 4 \times 3 + 5 \times 2 + 7 \times 4 + 4 \times 2 = 98$ pontos

Obra E: $10 \times 2 + 4 \times 1 + 5 \times 3 + 7 \times 1 + 4 \times 5 = 66$ pontos

Pelo método de Borda, a vencedora é a obra A pois tem a maior pontuação.

13.2. Após a eliminação da obra D, a tabela de preferência passou a ser a seguinte:

Ordem de preferência	Votos				
	10	**4**	**5**	**7**	**4**
1.ª	A	B	C	A	E
2.ª	B	C	B	C	B
3.ª	E	A	E	B	C
4.ª	C	E	A	E	A

Obra A: $10 \times 4 + 4 \times 2 + 5 \times 1 + 7 \times 4 + 4 \times 1 = 85$ pontos

Obra B: $10 \times 3 + 4 \times 4 + 5 \times 3 + 7 \times 2 + 4 \times 3 = 87$ pontos

Obra C: $10 \times 1 + 4 \times 3 + 5 \times 4 + 7 \times 3 + 4 \times 2 = 71$ pontos

Obra E: $10 \times 2 + 4 \times 1 + 5 \times 2 + 7 \times 1 + 4 \times 4 = 57$ pontos

Houve alteração no resultado. A vencedora passou a ser a obra B.

14.1. x : n.º de votos no perfil DCBA

Candidato A: 164 pontos (pelo método de Borda)

$18 \times 4 + 26 \times 3 + x \times 1 = 164 \Leftrightarrow 72 + 78 + x = 164$

$\Leftrightarrow x = 14$

Votaram no perfil DCBA 14 pessoas

14.2. **Candidato B:**

$18 \times 1 + 26 \times 4 + 14 \times 2 = 150$ pontos

Candidato C:

$18 \times 2 + 26 \times 1 + 14 \times 3 = 104$ pontos

Candidato D:

$18 \times 3 + 26 \times 2 + 14 \times 4 = 162$ pontos

Ordenação dos candidatos por ordem decrescente de pontuação: A, D, B e C

Página 28

15. x : n.º de pontos preferenciais de X atribuídos na lista em falta.

y : n.º de pontos preferenciais de Y atribuídos na lista em falta.

z : n.º de pontos preferenciais de Z atribuídos na lista em falta.

Pontuação de X: $8 \times 1 + 6 \times 3 + 4 \times x = 26 + 4x$

Pontuação de Y: $8 \times 2 + 6 \times 1 + 4 \times y = 22 + 4y$

Pontuação de X: $8 \times 3 + 6 \times 2 + 4 \times z = 36 + 4z$

Sabe-se que Z teve mais 10 pontos do que Y e X teve menos 4 pontos do que Y. Assim sendo, tem-se:

$$\begin{cases} 36+4z=22+4y+10 \\ 26+4z=22+4y-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4z-4y=-4 \\ 4x-4y=-8 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z-y=-1 \\ x-y=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z=y-1 \\ x=y-2 \end{cases}$$

Como x, y e z só podem tomar valores no conjunto $A=\{1,2,3\}$, conclui-se que $y=3$, $z=2$ e $x=1$.

Então o perfil de preferências do último esquema seria YZX.

16. x: n.º de pessoas que votaram BCA

$2x$: n.º de pessoas que votaram CAB

Candidato A: 274 pontos

$$34\times1+50\times3+x\times1+2x\times2=274 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 34+150+x+4x=274 \Leftrightarrow 5x=90 \Leftrightarrow x=18$$

A lista BCA obteve 18 votos e a lista CAB obteve 36 votos.

Página 29

17.1. **1.ª preferências:**

Livro A: 7 pontos

Livro B: 5 pontos

Livro C: 3 pontos

Livro D: 10 pontos

O livro vencedor, por maioria simples, seria o D.

$$\frac{10}{25}\times100=40$$

Venceria com 40% dos votos.

17.2. Aplicando o método de Borda tem-se:

Livro A:

$10\times1+7\times4+5\times1+3\times3=52$ pontos

Livro B:

$10\times3+7\times3+5\times4+3\times2=77$ pontos

Livro C:

$10\times2+7\times2+5\times3+3\times4=61$ pontos

Livro D:

$10\times4+7\times1+5\times2+3\times1=60$ pontos

O livro vencedor, pelo método de Borda, seria o B.

18. As listas de preferência que constam da tabela são: ACB, BAC, CAB e CBA.

Aplicando o método de Borda, tem-se:

Sobremesa A:

$10\times3+15\times2+17\times2+12\times1=106$ pontos

Sobremesa B:

$10\times1+15\times3+17\times1+12\times2=96$ pontos

Sobremesa C:

$10\times2+15\times1+17\times3+12\times3=122$ pontos

A sobremesa eleita para o jantar, pelo método de Borda, foi *Cheesecake*.

Página 30

1. Tabela de alunos: $420+362+238+125=1145$

Escola A: $\frac{420}{1145}\times100\approx36{,}68$

Escola B: $\frac{362}{1145}\times100\approx31{,}62$

Escola C: $\frac{238}{1145}\times100\approx20{,}79$

Escola D: $\frac{125}{1145}\times100\approx10{,}92$

Escolas	A	B	C	D
N.º de votos	420	362	238	125
Percentagem do total	36,68%	31,62%	20,79%	10,92%

2.1. Se a distribuição dos *tablets* fosse feita de forma equitativa, então cada escola receberia $\frac{12}{4}$, ou seja, 3 *tablets*.

2.2. Esta distribuição não é equilibrada, porque as escolas têm percentagens de alunos relativamente ao total muito diferentes.

3.1. **Escola A:**

$$\frac{12}{1145}=\frac{a}{420} \Leftrightarrow a=\frac{12\times420}{1145} \Leftrightarrow a\approx4$$

Escola B:

$$\frac{12}{1145}=\frac{b}{362} \Leftrightarrow b=\frac{12\times362}{1145} \Leftrightarrow b\approx4$$

Escola C:

$$\frac{12}{1145}=\frac{c}{238} \Leftrightarrow c=\frac{12\times238}{1145} \Leftrightarrow c\approx2$$

Escola D: $\frac{12}{1145}=\frac{d}{125} \Leftrightarrow d=\frac{12\times125}{1145} \Leftrightarrow d\approx1$

Escolas	N.º de votos	N.º de *tablets* (valor arredondado às unidades)
A	420	4
B	362	4
C	238	2
D	125	1

3.2. Não, ficaria um *tablet* por distribuir.

3.3. Se forem considerados valores aproximados às unidades por defeito, ficariam dois *tablets* por distribuir (Escola A: 4 ; Escola B: 3 ; Escola C: 2 ; Escola D: 1)

Se forem considerados valores aproximados às unidades por excesso, não existem *tablets* em número suficiente já que seriam necessários 14 (Escola A: 5 ; Escola B: 4 ; Escola C: 3 ; Escola D: 2)

Página 31

7.

Divisores	27 800	14 230	5 500
	Cidade C	Cidade A	Cidade B
1	27 800	14 230	5 500
2	13 900	7 115	2 750
3	9 266,7	4 743,3	1 833,3
4	6 950	3 557,5	1 375
5	5 560	2 846	1 100
6	4 633,3	2 371,7	916,7

Nota: foram efetuados arredondamentos às décimas.

De acordo com o método de Hondt, na cidade A deverão ser contratados 2 funcionários na cidade B deverá ser contratado 1 funcionário e na cidade C deverão ser contratados 5 funcionários.

Cidade A: 2 ; cidade B: 1 ; cidade C: 5

Página 32

8.

Divisores	4 783	2 336	1 021
	Lista A	Lista C	Lista B
1	4738	2 336	1 021
2	2391,5	1 168	510,5
3	1594,3	778,7	340,3
4	1195,8	584	255,3
5	956,6	467,2	204,2

Nota: foram efetuados arredondamentos às décimas.

De acordo com o método de Hondt, a direção da associação será constituída por quatro representantes da Lista A, dois representantes da Lista C e zero representantes da Lista B.

Página 33

1. **PS:** 5 mandatos

PPD/PSD.CDS-PP: 4 mandatos

PCP-PEV: 0 mandatos

Os resultados obtidos são iguais aos indicados na área eleitoral da SGMAI.

2. Ao cuidado do aluno (de acordo com o Concelho de residência).

Página 34

19.

	1 356	750	488	256
Divisores	Setúbal	Leiria	Faro	Braga
1	1356	750	488	256
2	678	375	244	128
3	452	250	163	85
4	339	188	122	64
5	271	150	98	51
6	226	125	81	43

Nota: foram efetuados arredondamentos às décimas.

De acordo com o método de Hondt, serão atribuídos cinco trabalhadores à agência de Setúbal, três à de Leiria, um trabalhador à de Faro e um trabalhador à de Braga.

Página 35

20.1.

Divisores	210	207	164
	PCP-PEV	PS	PPD/PSD
1	210	207	164
2	105	103,5	82
3	70	69	54,7
4	52,5	51,8	41
5	42	41,4	32,8

Nota: foram efetuados arredondamentos às décimas.

Pelo método de Hondt, PCP-PEV obteve três mandatos, PS obteve dois mantados e PPD/PSD obteve dois mandatos.

20.2.

Percentagem de votos válidos	N.º de mandatos	Percentagem de mandatos
36,1%	3	42,9%
35,6%	2	28,6%
28,2%	2	28,6%

N.º de votos válidos: $210+207+164=581$

PCP-PEV: $\frac{210}{581}\times 100 \approx 36,1$

$\frac{3}{7}\times 100 \approx 42,9$

PS: $\frac{207}{581}\times 100\approx 35{,}6$

$\frac{2}{7}\times 100\approx 28{,}6$

PPD/PSD: $\frac{164}{581}\times 100\approx 28{,}2$

$\frac{2}{7}\times 100\approx 28{,}6$

A percentagem de mandatos do partido PCP-PEV é bastante superior à percentagem de votos válidos. A percentagem de mandatos do partido PS é bastante inferior à percentagem de votos válidos.

A percentagem de mandatos do partido PPD/PSD é muito próxima da percentagem de votos válidos.

21.1.

D	1 020	802	654	652	209
	Escola B	Escola E	Escola D	Escola A	Escola C
1	1020	802	654	652	209
2	510	401	327	326	104,5
3	340	267,3	218	217,3	69,7
4	255	200,5	163,5	163	52,3
5	204	160,4	130,8	130,4	41,8
6	170	133,7	109	108,7	34,8

Nota: foram efetuados arredondamentos às décimas.

De acordo com o método de Hondt, a escola B deverá receber quatro bolas, a escola E receberá três bolas e a escola A receberá duas bolas (a escola C não receberá nenhuma bola).

Escola B: 4 bolas — **Escola D:** 3 bolas

Escola E: 3 bolas — **Escola A:** 2 bolas

Escola C: 0 bolas

21.2. A última bola atribuída foi à Escola D e corresponde a um quociente igual a 218.

Se a escola C, que tem 209 alunos, tivesse 218 alunos então receberia a 12.ª bola pois, segundo o método de Hondt, em caso de empate, a bola será atribuída à escola que tem menos alunos.

Assim sendo, faltam, no mínimo, 9 alunos à escola C para que esta seja contemplada com uma bola.

Página 36

22.1.

Divisores	B	A	C
1	900	600	350
2	450	300	175
3	300	200	117
4	225	150	88

Nota: foram efetuados arredondamentos às unidades.

A comitiva será formada por dois alunos da Escola B, dois alunos da Escola A e um aluno da Escola C.

22.2. Como havia um empate (os divisores relativos às Escolas A e B eram iguais), então o último aluno escolhido pertencerá à escola (A ou B) com menos votos, ou seja, neste caso, o último aluno será da Escola A.

Página 37

23.1.

Divisores	PPD/PSD	PS	CDS-PP
1	201	160	21
2	100,5	80	10,5
3	67	53,3	7
4	50,3	40	5,3
5	40,2	32	4,2

Nota: foram efetuados arredondamentos às décimas.

Pelo método de Hondt, foram atribuídos quatro para o partido PPD/PSD e três mandatos para o partido PS.

23.2. N.º de votos inválidos: $11+10=21$

Se os eleitores correspondentes aos votos nulos ou brancos votassem no partido CDS-PP, então este ficaria com 42 votos.

Desta forma, não conseguiria obter nenhum mandato, pois o maior divisor seria 42 e é inferior ao correspondente à atribuição do último mandato (50,3).

24.1.

Divisores	P_2	P_3	P_1	P_4
1	561	320	156	84
2	281	160	78	42
3	187	107	52	28
4	140	80	39	21
5	112	64	31	17

Nota: foram efetuados arredondamentos às unidades.

Pelo método de Hondt, os representantes foram distribuídos da seguinte forma:

Partido P2: 4 representantes

Partido P3: 2 representantes

Partido P1: 1 representante

24.2. Abstenção: 5% $0,05 \times 1200 = 60$

Se os abstencionistas (60) tivessem votado no partido menos votado (P4), então o partido P4 teria recebido 144 votos.

Nesse caso, o último mandato atribuído passaria a ser do partido P4 e não do partido P2. Logo, a distribuição dos mandatos seria alterada.

Partido P2: 3 mandatos; Partido P3: 2 mandatos; Partido P1: 1 mandato e Partido P4: 1 mandato.

25. x : n.º de votos do partido C

Divisores	Partido A	Partido B	Partido C
1	6580	1862	x
2	3290	931	$\frac{x}{2}$
3	2193	621	$\frac{x}{3}$
4	1645	466	$\frac{x}{4}$

Nota: foram efetuados arredondamentos às unidades.

5 mandatos para distribuir e o partido B não teve direito a mandato (então $x > 1862$).

Se o partido C tivesse o dobro do número de votos do partido B, então cada um deles elegia um mandato.

Para que o partido B não tenha direito a nenhum mandato, então o número de votos do partido C tem de ser, no mínimo, o dobro do número de votos do partido mais um, ou seja, 3725 votos.

Se for exatamente 3745 votos, o partido A fica com três mandatos e o C com dois.

Página 38

1. Recorrendo a uma folha de cálculo e aplicando o método de Hondt, conclui-se que o número de deputados que cada círculo eleitoral elegeu é o que está registado na tabela seguinte:

Círculos eleitorais	N.º de inscritos	N.º de deputados
Aveiro	642 623	16
Beja	120 204	3
Braga	776 543	19
Bragança	137 572	3
Castelo Branco	166 269	4
Coimbra	374 935	9
Évora	134 828	3
Faro	380 371	9
Guarda	146 041	3
Leiria	413 063	10
Lisboa	1 919 958	48
Portalegre	94 374	2
Porto	1 589 053	40
Santarém	378 006	9
Setúbal	745 594	18
Viana do Castelo	236 042	6
Vila Real	213 093	5
Viseu	340 342	8
R. A. dos Açores	229 022	5
R. A. dos Madeira	254 784	6

2. Os três círculos eleitorais com mais eleitores são Lisboa, Porto e Braga.

$\frac{107}{230} \times 100 \approx 46,5$

Os lugares preenchidos por estes três círculos eleitorais são 107 ($48 + 40 + 19$), no total de 230, o que corresponde a 46,5%.

Página 39

9.1.

Divisores	L_2	L_1	L_3	L_4
1	880	428	324	214
2	440	217	162	107
3	293,3	142,7	108	71,3
4	220	107	81	53,5

Nota: foram efetuados arredondamentos às décimas.

Aplicando o método de Hondt, o número de mandatos atribuídos deve ser o seguinte:

Lista 1: 1 mandato

Lista 2: 4 mandatos

Lista 3: 1 mandato

9.2.

Divisores	L_2	L_1	L_3	L_4
1	880	428	324	214
3	293,3	142,7	108	71,3
5	176	85,6	64,8	42,8
7	125,7	61,1	46,3	30,6

Nota: foram efetuados arredondamentos às décimas.

Aplicando o método de Hondt, o número de mandatos atribuídos deve ser o seguinte:

Lista 1: 1 mandato

Lista 2: 3 mandatos

Lista 3: 1 mandato

Lista 4: 1 mandato

Página 40

26.1. a)

Divisores	Grupo 3	Grupo 2	Grupo 1
1	800	240	120
2	400	120	60
3	267	80	40
4	200	60	30
5	160	48	24

Nota: foram efetuados arredondamentos às unidades.

Aplicando o método de Hondt, o número de mandatos atribuídos deve ser o seguinte:

Grupo 2: 1 mandato

Grupo 3: 5 mandatos

b)

Divisores	Grupo 3	Grupo 2	Grupo 1
1	800	240	120
3	267	80	40
5	160	48	24
7	114	34	17

Nota: foram efetuados arredondamentos às unidades.

Aplicando o método de St. Laguë, obteríamos a mesma distribuição de mandatos.

Grupo 1: 1 mandato

Grupo 2: 1 mandato

Grupo 3: 4 mandatos

26.2. Grupo 1+2: 360 votos

Divisores	Grupo 3	Grupo 1+2
1	800	360
3	267	120
5	160	72
7	114	51
9	89	40

Nota: foram efetuados arredondamentos às unidades.

Caso houvesse uma coligação entre os dois grupos menos votados (1 e 2), o número de representantes eleitos do grupo 3 não iria alterar por aplicação do método de St. Laguë.

26.3.

Divisores	Grupo 3	Grupo 2	Grupo 1
1	800	240	120
4	200	60	30
7	114	34	17
10	80	24	12

Nota: foram efetuados arredondamentos às unidades.

Aplicando o método usado na Dinamarca, a distribuição dos mandatos seria a mesma que se obteve quando se aplicou o método de St. Laguë.

Grupo 1: 1 mandato

Grupo 2: 1 mandato

Grupo 3: 4 mandatos

Página 41

27.1. Recorrendo a uma folha de cálculo, por aplicação do método St. Laguë obtém-se a seguinte distribuição:

Círculo eleitoral A: 48 deputados

Círculo eleitoral B: 35 deputados

Círculo eleitoral C: 14 deputados

Círculo eleitoral D: 14 deputados

Círculo eleitoral E: 9 deputados

27.2. Abstenção: 20%

a) $0,2 \times 944\,810 = 188\,962$

N.º de votantes:

$944\,810 - 188\,962 = 755\,848$

N.º de votantes que não participaram no ato eleitoral: 188 962

N.º de votos obtidos pelo partido T: 16 651

$755\,848 - 325\,661 - 284\,407 - 84\,008 -$

$-45\,025 - 24 - 72 = 16\,651$

b)

D	Partido P	Partido Q	Partido R	Partido S	Partido T
1	325 661	284 407	84 008	45 025	16 651
3	108 553,7	94 802,3	28 002,7	15 008,3	5 550,3
5	65 132,2	56 881,4	16 801,6	9 005	3 330,2
7	46 523	40 629,6	12 001,1	6 432,1	2 378,7
9	36 184,6	31 600,8	9 334,2	5 002,8	1 850,1
11	29 605,5	25 855,2	7 637,1	4 093,2	1 513,7
13	25 050,8	21 877,5	6 462,2	3 463,5	1 280,8
15	21 710,7	18 960,5	5 600,5	3 001,7	1 110,1
17	19 156,5	16 729,8	4 941,6	2 648,5	979,5
19	17 140,1	14 968,8	4 421,5	2 369,7	876,4
21	15 507,7	13 543,2	4 000,4	2 244,0	792,9

Nota: foram efetuados arredondamentos às décimas.

De acordo com o método de St. Laguë, na região D, o número de mandatos obtido por cada partido foi o seguinte:

Partido P: 10 mandatos

Partido Q: 9 mandatos

Partido R: 3 mandatos

Partido S: 1 mandato

Partido T: 0 mandatos

27.3. a) Recorrendo a uma folha de cálculo, por aplicação do método de Hondt, obtém-se a seguinte distribuição de deputados eleitos em cada círculo eleitoral:

Círculo eleitoral A: 48 deputados

Círculo eleitoral B: 36 deputados

Círculo eleitoral C: 14 deputados

Círculo eleitoral D: 13 deputados

Círculo eleitoral E: 9 deputados

Então, se o número utilizado fosse o de Hondt, a distribuição não seria a mesma que a que se obteve aplicando o método de St. Laguë.

Não, a distribuição não seria a mesma

b) Se utilizássemos o método de Hondt, a distribuição do número de mandatos obtido por cada partido na região D, seria a seguinte (recorrendo a uma folha de cálculo):

Partido P: 11 mandatos

Partido Q: 9 mandatos

Partido R: 2 mandatos

Partido S: 1 mandato

Não, a distribuição não seria a mesma.

28. Ao cuidado do aluno.

Página 42

1. Recorrendo a uma folha de cálculo e aplicando o método de Hondt, confirma-se a distribuição apresentada.

2. Como o coeficiente relativo ao último mandato atribuído é $114\ 079$, então de entre os que não tiveram mandatos atribuídos, para garantir um eurodeputado, teriam de se coligar, no mínimo, com dois partidos (bastaria coligar-se o partido A e o partido L).

3. Aplicando o método de St. Laguë, com recurso a uma folha de cálculo, conclui-se que a distribuição dos mandatos seria feita de forma diferente.

PS: 8 mandatos

PPD/PSD: 6 mandatos

BE: 2 mandatos

PCP-PEV: 2 mandatos

CDS-PP: 2 mandatos

PAN: 1 mandato

Página 44

1.1. N.º de votos expressamente válidos:

$$3\ 262\ 520 + 2\ 325\ 481 + 85\ 896 +$$
$$+ 48\ 468 + 45\ 132 + 12\ 745 = 5\ 780\ 24$$

$$\frac{3\ 262\ 520}{5\ 780\ 242} \times 100 \approx 56,4$$

António Ramalho Eanes venceu com maioria absoluta porque obteve mais de 50% de votos válidos (56,4%).

1.2. Abstenção: $15,613\%$

N.º de votos válidos + n.º de votos inválidos:

$$5\ 780\ 242 + 60\ 090 = 5\ 840\ 332$$

x : n.º de eleitores que se abstiveram

N.º eleitores inscritos: $5\ 840\ 332 + x$

$$\frac{x}{5\ 840\ 332 + x} \times 100 = 15,613$$

$$\Leftrightarrow 100x = 15,613\left(5\ 840\ 332 + x\right)$$

$$\Leftrightarrow 100x = 91185\ 103,516 + 15,613x$$

$$\Leftrightarrow 84,387x = 91185\ 103,516$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{91185\ 103,516}{84,387}$$

$$\Leftrightarrow x \approx 1\ 080\ 559$$

N.º eleitores inscritos: $6\ 920\ 891$

N.º de eleitores que se abstiveram: $1\ 080\ 559$

2. **Catarina:** $8\times3+7\times1+4\times3+5\times1+2\times2=52$

Maria: $8\times4+7\times3+4\times1+5\times2+2\times4=75$

José: $8\times1+7\times2+4\times4+5\times3+2\times3=59$

Ricardo: $8\times2+7\times4+4\times2+5\times4+2\times1=74$

Aplicando o método de Borda, conclui-se que quem assumiu o cargo de delegado de turma foi a Maria.

3.1. Três opções: A, B e C

Seria possível considerar seis sequências preferenciais diferentes: ABC, ACB, BAC, BCA, CAB e CBA.

3.2. **a)** Considerando apenas as primeiras preferências, a distribuição dos votos é a seguinte:

A: 10 votos;

B: $7+4=11$ votos;

C: 9 votos

A opção vencedora seria a B com 11 votos num total de 30 votos.

$$\frac{11}{30}\times100\approx36,7$$

A opção B venceria com maioria simples (não obteve mais de 50% de votos, logo a maioria não é absoluta).

b) A: $10\times3+7\times1+9\times2+4\times2=63$

B: $10\times1+7\times3+9\times1+4\times3=52$

C: $10\times2+7\times2+9\times3+4\times1=65$

Aplicando o método preferencial de Borda, a opção C é a vencedora.

Página 45

4.1. E: $80\times4+120\times2+40\times4=720$

A pontuação do tema E é 720.

4.2. L: 600 pontos

x : pontuação do tema L na última lista de preferências

$$80\times2+120\times3+40x=600$$

$$\Leftrightarrow 160+360+40x=600 \Leftrightarrow 40x=80 \Leftrightarrow x=2$$

Assim, o tema L aparece na 3.ª preferência da última lista de preferências.

Como o tema I obteve 320 pontos, não pode estar na 1.ª preferência da 2.ª lista de preferências $(120\times4>320)$.

Então, a 2.ª lista de preferências é SLEI.

O tema I também não pode estar na 2.ª preferência da 1.ª lista de preferências. Se assim fosse, a pontuação do tema I seria superior a 320. Logo, a 1.ª lista de preferências é ESLI.

Assim, sendo y a pontuação do tema I na última lista de preferências:

$$320=80+120+y*40\Leftrightarrow y=3$$

Como a pontuação do tema I é 320 pontos, conclui-se que este tema tem de estar na 2.ª preferência da 3.ª lista.

Ordem de preferência	N.º de votos		
	80	**120**	**40**
1ª	E	S	E
2ª	S	L	I
3ª	L	E	L
4ª	I	I	S

S: $80\times3+120\times4+40\times1=760$ pontos

E: $80\times4+120\times2+40\times4=720$ pontos

L: 600 pontos

I: 320 pontos

O tema vencedor é a Sustentabilidade.

5.1.

Divisores	PPD/PSD	PS	CDS-PP
1	333	199	34
2	166,5	99,5	17
3	111	66,3	11,3
4	83,3	49,8	8,5
5	66,6	39,8	6,8

Nota: Foram efetuados arredondamentos às décimas.

A atribuição dos mandatos por aplicação do método de Hondt é a seguinte:

PPD/PSD: 5 mandatos **PS**: 2 mandatos

5.2.

Divisores	PPD/PSD	PS	CDS-PP
1	333	199	34
3	111	66,3	11,3
5	66,6	39,8	6,8
7	47,6	28,4	4,9
9	37	22,1	3,8

Nota: Foram efetuados arredondamentos às décimas.

Aplicando o método de St. Laguë, a distribuição de mandatos não seria feita da mesma forma.

PPD/PSD: 4 mandatos **PS**: 3 mandatos

5. **Partido A:** $13\,600$ votos

Partido B: $6\,604$ votos

Partido C: x votos

($x < 6\,604$ pois o partido C foi o menos votado)

Distribuição de 5 mandatos pelo método de Hondt.

Divisores	A	B	C
1	13 600	6604	x
2	6 800	3302	$\frac{x}{2}$
3	4 533,3	2201,3	$\frac{x}{3}$
4	3 400	1651	$\frac{x}{4}$
5	2 720	1320,8	$\frac{x}{5}$

Nota: Foram efetuados arredondamentos às décimas.

Como o partido C conseguiu um mandato, então, no mínimo, terá obtido 3400 votos.

Página 46

1.1. A: 124; B: 171; C: $154+84=238$

O candidato com maior número de últimas preferências foi o C.

Opção **(C)**

1.2. Considerando apenas as primeiras preferências, tem-se:

A: 154 votos

B: $124+84=208$ votos

C: 171 votos

Total de votos: $154+208+171=533$

50% de 533: $266{,}5$

O vencedor é o B, por maioria simples.

Opção **(B)**

1.3. B: $154\times2+124\times3+171\times1+84\times3=1103$ pontos

Opção **(D)**

1.4. A: $154\times3+124\times1+171\times2+84\times2=1096$ pontos

C: $154\times1+124\times2+171\times3+84\times1=999$ pontos

B: 1103 pontos

Colocando os candidatos por ordem crescente de pontuação, tem-se: BAC

Opção **(C)**

2.1.

Divisores	Lista X	Lista Y	Lista Z
1	76	54	18
2	38	27	9
3	25,3	18	6
4	19	13,5	4,5

Nota: Foram efetuados arredondamentos às décimas.

Por aplicação do método de Hondt:

Lista X: 4 elementos

Lista Y: 2 elementos

Opção **(D)**

2.2.

Divisores	Lista X	Lista Y	Lista Z
1	76	54	18
3	25,3	18	6
5	15,2	10,8	3,6
7	10,9	7,7	2,6

Nota: foram efetuados arredondamentos às décimas.

Lista X: 3 elementos

Lista Y: 2 elementos

Lista Z: 1 elemento

Opção **(A)**

3. Nas eleições legislativas, em Portugal, para apurar o número de mandatos de cada partido politico na Assembleia da Republica é usado o método de Hondt.

Opção **(A)**

Página 47

1. Abstenção: 12%

$0{,}12\times 54\,600=6\,552$ eleitores que não foram votar

N.º de votos inválidos: 68

N.º de votos válidos:

$54\,600-6\,552-68=47\,980$

N.º de votos no candidato X:

$0{,}1\times 47\,980=4\,798$

O candidato X teve 4798 votos.

2. P: $1\times3+1\times2+1\times3+1\times1=9$

L: $1\times1+1\times3+1\times2+1\times2=8$

M: $1\times2+1\times1+1\times1+1\times3=7$

Se o avô tiver aplicado o método de Borda, o prato escolhido para o almoço é piza.

3. Rita: $25\times3+32\times1+18\times2=143$ pontos

Carlos: $25\times2+32\times3+18\times1=164$ pontos

André: $25\times1+32\times2+18\times3=143$ pontos

O Carlos foi eleito presidente porque foi o candidato que obteve mais pontuação.

A Rita e o André obtiveram a mesma pontuação. Como, em caso de empate, vence o mais velho, o 2.º classificado é o André, tendo sido eleito vice-presidente.

Presidente: Carlos

Vice-presidente: André

4.1. N.º de votos válidos:

$102\,587 + 214\,750 + 78\,452 + 56\,080 = 451\,869$

N.º de inscritos: 601 589

N.º de votos inválidos: 3 024

N.º de eleitores que não votaram:

$601\,589 - 451\,869 - 3\,024 = 146\,696$

Percentagem de abstenção:

$\frac{146\,696}{601\,589} \times 100 \approx 24,4\%$

4.2.

Divisores	Partido 2	Partido 1	Partido 3	Partido 4
1	214 750	102 587	78 452	56 080
2	107 375	51 294	39 226	28 040
3	71 583	34 196	26 151	18 693
4	53 688	25 647	19 613	14 020
5	42 950	20 517	15 690	11 216
6	35 792	17 098	13 075	9 347
7	30 679	14 655	11 207	8 011

Nota: foram efetuados arredondamentos às unidades.

Aplicando o método de Hondt, a distribuição é a seguinte:

Partido 1: 3 lugares

Partido 2: 6 lugares

Partido 3: 2 lugares

Partido 4: 1 lugar

4.3.

Divisores	Partido 2	Partido 1	Partido 3	Partido 4
1	214 750	102 587	78 452	56 080
3	71 583	34 196	26 151	18 693
5	42 950	20 517	19 613	11 216
7	30 679	14 655	11 207	8 011
9	23 861	11 399	8 717	6 231
11	19 523	9 326	7 132	5 098
13	16 519	7 891	6 035	4 314

Nota: foram efetuados arredondamentos às unidades.

A distribuição dos 12 lugares, se foi usado o método de St. Laguë, é a mesma de **4.2.** (quando foi utilizado o método de Hondt).

O resultado de **4.2.** é igual ao obtido em **4.3.**

Página 48

1. $a = 0,11 \times 1\,200 = 132$

2. $b = 0,14 \times 1\,200 = 168$

3. $c = a + b = 132 + 168 = 300$

$d = 1\,200 - c = 1\,200 - 300 = 900$

4.1. $0,25 \times 1\,200 = 30$

O valor do aumento é de 30 euros.

4.2. O vencimento base passou a ser de 1230 euros.

$a = 0,11 \times 1\,230 = 135,3$

$b = 0,14 \times 1\,230 = 172,2$

4.3. $a + b = 135,3 + 172,2 = 307,5$

$d = 1230 - 307,5 = 922,5$

$922,5 - 900 = 22,5$

A Joana vai passar a receber 922,5 euros.

O aumento líquido é de apenas 22,50 euros e não de 30 euros (valor obtido em **4.1.**).

O aumento recebido é inferior ao aumento calculado em **4.1.**.

Página 49

10. $x = 151,25 + 160,00 = 311,25$

$y = 1064,75 + 311,25 = 1376$

x representa o total de descontos

y representa o salário bruto

11. Salário bruto: 1320 €

Percentagem de descontos: $24,3\,\%$

$0,243 \times 1320 = 320,76$

$1320 - 320,76 = 999,24$

O salário líquido mensal do Gil é 999,24 euros.

12. Salário líquido: 1240 €

Percentagem total de descontos: x

$25\,\% \le x \le 35\,\%$

– Se $x = 25\,\%$, então o salário líquido corresponde a 75% do salário bruto.

Valor do salário bruto: $\frac{1240}{0,75} \approx 1653,33$

– Se $x = 35\,\%$, então o salário líquido corresponde a 65% do salário bruto.

Valor do salário bruto: $\frac{1240}{0,65} \approx 1907,69$

Pode concluir-se que o salário bruto da Rita é não inferior a 1653,33 euros e não superior a 1907,69 euros.

Opção **(C)**.

Página 50

13.1. Vencimento anual: 15 911 €

N.º de horas de trabalho semanal: 40

Remuneração mensal:

$$R_m = \frac{15\,911}{14} = 1136{,}5$$

Remuneração horária:

$$R_h = \frac{1136{,}5 \times 12}{52 \times 40} \approx 6{,}56$$

O valor de cada hora de trabalho é 6,56 €/h .

Vencimento mensal: 1300 €

$$R_h = \frac{1300 \times 12}{52 \times 40} = 7{,}5$$

O valor de cada hora de trabalho é 7,50 €/h.

14.1. $R_a = 12{,}5$ €

N.º de horas de trabalho semanal: 35

Salário anual: $14 \times \left(\frac{12{,}5 \times 52 \times 35}{12}\right) \approx 26\,541{,}67$

O salário anual deste trabalhador é de 26 541,67

14.2. Salário mensal: $\frac{12{,}5 \times 52 \times 35}{12} \approx 1895{,}83$

O salário mensal deste trabalhador é 1895,83 € .

Página 51

Tarefa 8

1. A remuneração mensal do nível remuneratório 36 é 2385,99 € .

Salário anual bruto:

$14 \times 2385{,}99 = 33\,403{,}86$ €

O salário anual bruto da Diana é 33 403,86 € .

2. Utilizando uma folha de cálculo para completar a tabela apresentada, obtém-se a seguinte informação:

19	23	27	30	33	39
1491,25 €	**1701,78 €**	**1912,32 €**	**2070,21 €**	**2228,11 €**	**2543,91 €**
9,83€	11,22€	12,61€	13,65€	14,69€	16,77€
4,92€	5,61€	6,31€	6,83€	7,35€	8,39€
9,83€	11,22€	12,61€	13,65€	14,69€	16,77€

3. $1701{,}78 + 22 \times 5{,}61 + 16 \times 11{,}22 +$

$+2 \times (14{,}03 + 11 \times 16{,}83)$

$= 2403{,}04$

O salário bruto deste enfermeiro, no referido mês, foi 2403,04 € .

Cálculos auxiliares:

Índice remuneratório 23

$R = 11{,}22$ € → Trabalho diurno (dias úteis)

$1{,}5R = 16{,}83$ € → Trabalho noturno (dias úteis)

$2R = 22{,}44$ € → Trabalho noturno (após as 20h)

1.ª hora: $1{,}25R = 14{,}03$ € → Trabalho extraordinário → diúrno em dias úteis

Horas seguintes: $1{,}5R = 16{,}83$ € → Trabalho extraordinário → diúrno em dias úteis

Página 52

28. Salário bruto mensal: 2500 €

Total de descontos: $0{,}316 \times 2500 = 790$ €

Subsídio de refeição: $21 \times 6 = 126$ €

Salário líquido: $2500 - 790 + 126 = 1836$ €

Nesse mês, o salário líquido foi 1836 € .

29. Salário líquido: $1294{,}26$ €

Descontos: $30{,}04\,\%$

O salário líquido corresponde a 69,96% do salário bruto.

Salário bruto: $\frac{1294{,}26}{0{,}6996} = 1850$ €

O salário bruto da Ana, nesse mês, foi 1850 € .

30.1. $b = \frac{685}{2745} \times 100 \approx 24{,}95\,\%$

30.1. $a = 0{,}11 \times 2745 = 301{,}95$ €

$c = 301{,}95 + 685 = 986{,}95$ € → Total de descontos

$d = 2745 - 986{,}95 = 1758{,}05$ €

Página 53

31.1. Salário anual bruto: $14 \times 1175{,}46 = 16\,456{,}44$ €

O salário anual bruto do Joaquim é 16 456,44 € .

31.2. O horário semanal do Joaquim é de 35 horas.

$$R_h = \frac{1175{,}46 \times 12}{52 \times 35} \approx 7{,}75$$

O salário bruto do Joaquim por hora de trabalho é 7,75 €.

32.1. Salário bruto: $1350\ €$

Descontos: $0,11 \times 1350 = 148,50\ €$

$0,151 \times 1350 = 203,85\ €$

$148,50 + 203,85 = 353,35\ €$

Rendimento líquido: $1350 - 352,35 = 997,65\ €$

O rendimento líquido do José é $997{,}65\ €$.

32.2. Valor diário do subsídio de alimentação: 6 €

Valor do subsídio de alimentação no mês de abril:

$20 \times 6 = 120\ €$

Salário líquido no mês de abril:

$997,65 + 120 = 1117,65\ €$

No mês de abril, o salário líquido do José foi 1 117,65 €.

33.1. Salário anual bruto: $14 \times 1560 = 21\ 840\ €$

O salário anual bruto do Miguel é $21\ 840\ €$

33.2. O horário semanal do Miguel é de 40 horas.

$$R_h = \frac{1560 \times 12}{52 \times 40} = 9\ €$$

O valor bruto de cada hora de trabalho é $9\ €$.

33.3. Rendimento anual bruto do Ricardo:

$$\frac{9 \times 12 \times 52}{12} \times 14 = 6552\ €$$

O rendimento anual bruto do Ricardo é $6552\ €$.

34.1. Salário anual do João:

$$\frac{8,5 \times 35 \times 52}{12} \times 14 = 18\,048,33\ €$$

O salário anual do João é $18\,048,33\ €$

34.2. Salário anual da Rita: 19 600 €

Salário mensal da Rita: $\frac{19600}{14} = 1400\ €$

$$R_h = \frac{1400 \times 12}{52 \times 40} \approx 8{,}08\ €$$

O valor de cada hora de trabalho da Rita é 8,08 €.

Página 54

35.1. **Proposta A:**

Salário mensal: $1150\ €$

Salário anual: $14 \times 1150 = 16\ 100\ €$

Proposta B:

Salário anual: $15\ 750\ €$

A proposta mais vantajosa para a Teresa é a A, pois o salário anual é superior ao da proposta B.

35.2. **Proposta A:**

$$R_h = \frac{1150 \times 12}{52 \times 35} \approx 7,58\ €$$

Proposta B:

Salário mensal: $\frac{15\ 750}{14} = 1125\ €$

$$R_h = \frac{1125 \times 12}{52 \times 35} \simeq 7,42\ €$$

Na proposta A o valor da hora do trabalho é 7,58€, enquanto que na proposta B é $7{,}42\ €$.

36.1. Vencimento mensal bruto: 1800€

Descontos:

Segurança social→ $0,11 \times 1800 = 198\ €$

IRS→ $0,186 \times 1800 = 334,80\ €$

Total de descontos: $198 + 334,80 = 532,80\ €$

Subsídio de refeição: $6 \times 22 = 132\ €$

Salário líquido:

$1800 - 532,80 + 132 = 1399,20\ €$

Nesse mês, o valor do salário líquido do Luís é $1399,20\ €$

36.2. Valor do salário por hora:

$$R_h = \frac{1800 \times 12}{52 \times 35} \approx 11{,}87\ €$$

Preço de cada hora extra:

$11,87 + 0,5 \times 11,87 = 17,80$

O valor bruto de cada hora extra é 17,80 €.

Página 55

37.1. Salário bruto mensal: $1068,60\ €$

Salário bruto anual:

$14 \times 1068,60\ € = 14\,960,40\ €$

O salário bruto aual do Diogo é $14\ 960{,}40\ €$.

37.2. **a)** Salário bruto por hora:

$$R_h = \frac{1068,60 \times 12}{52 \times 35} \approx 7,05\ €$$

O salário bruto do Diogo por hora de trabalho em dias úteis é $7{,}05\ €$.

b) Salário bruto por hora de trabalho ao fim de semana: $7,05 + 0,5 \times 7,05 = 10,58\ €$

O salário bruto do Diogo por hora de trabalho ao fim de semana é $10{,}58\ €$.

c) Salário bruto total desse mês:

$1068,60 + 10 \times 10,58 = 1174,40$ €

O salário bruto total do Diogo nesse mês (remuneração mensal bruta) foi 1174,40 € .

37.3. Índice salarial E: $1068,60$ €

Índice salarial F: $1204,86$ €

Valor do aumento:

$1204,86 - 1068,60 = 136,26$ €

$$\frac{136,26}{1068,60} \times 100 \approx 12,8$$

A percentagem do aumento é 12,8% .

38.1. **Empresa A**

Salário bruto anual: $18\ 540,20$ €

Salário bruto mensal: $\frac{18\,540,20}{14} = 1324,30$ €

O salário bruto mensal na empresa A é 1324,30 €.

38.2. O salário bruto mensal da empresa B é superior ao da empresa A mas já inclui os duodécimos relativos aos subsídios de férias e de Natal. Então, o salário bruto anual na empresa B é $18\ 319,08$ € $(1526,59 \times 12)$, valor esse que é inferior ao salário bruto anual na empresa A. Assim, é mais lucrativo para a Diana optar pelo emprego na empresa A.

Página 56

15.1. Ana: $0,11 \times 925 = 101,75$

Bruno: $0,11 \times 1670 = 183,70$

Carla: $0,11 \times 2340 = 257,40$

No salário da Ana são descontados 101,75 € para a Segurança Social, no do Bruno são descontados 183,70 € e no da Carla 257,40 € .

15.2. Ana: $0,2375 \times 925 \approx 219,69$

Bruno: $0,2375 \times 1670 \approx 396,63$

Carla: $0,2375 \times 2340 = 555,75$

A empresa paga à Segurança Social 219,69 € relativos à Ana, 396,63€ relativos ao Bruno e 555,75 € relativos à Carla.

15.3. Valor total que a Segurança Social recebe:

$101,75 + 183,70 + 257,40 + 219,69 + 396,63 + 555,75 =$

$= 1714,92$

No total a Segurança Social recebe 1 714,92€ relativamente a estes três funcionários.

16.1. $0,11 \times 1600 = 176$

O Vasco desconta 176€ para a Segurança Social.

16.2. Aumento do salário: $0,05 \times 1600 = 80$ €

O salário do Vasco, após o aumento, passou a ser 1680€.

$0,11 \times 1680 = 184,80$

A contribuição para a Segurança Social era 176 € e passou a ser 184,80 € , ou seja, aumentou 8,80 € .

Página 57

39.1. x: valor do salário bruto mensal do José, antes do aumento.

$$0,11 \times x = 138,60 \Leftrightarrow x = \frac{138,60}{0,11} \Leftrightarrow x = 1260$$

y : valor do salário bruto mensal do José, depois do aumento

$$0,11 \times y = 156,20 \Leftrightarrow y = \frac{156,20}{0,11} \Leftrightarrow y = 1420$$

$1420 - 1260 = 160$

O aumento verificado no salário bruto mensal do José foi 160 € .

39.2. Salário bruto anual, após o aumento:

$14 \times 1420 = 19\ 880$ €

O salário bruto anual do José, após o aumento, é 19 880 € .

40.1. x : valor do salário bruto mensal

$$0,11 \times x = 200,20 \Leftrightarrow x = \frac{200,20}{0,11} \Leftrightarrow x = 1820$$

O valor do salário bruto mensal deste funcionário é 1820 €.

40.2. Valor do salário bruto por hora (em euros):

$$R_h = \frac{1820 \times 12}{52 \times 35} = 12 \text{ €}$$

Preço de cada hora extra (em euros):

Dias úteis → $12 + 0,25 \times 12 = 15$

Fim de semana → $12 + 0,5 \times 12 = 18$

Salário mensal bruto no mês passado (em euros):

$1820 + 8 \times 15 + 4 \times 18 = 2012$

Desconto para a Segurança Social (em euros):

$0,11 \times 2012 = 221,32$

Nesse mês, o funcionário descontou 221,32 € para Segurança Social.

41. x : valor do salário bruto mensal

$0,2375 \times x = 760 \Leftrightarrow x = \dfrac{760}{0,2375} \Leftrightarrow x = 3\,200$

O funcionário tem um salário bruto mensal de 3200 € .

$0,11 \times 3\,200 = 352$

No vencimento do funcionário são descontados 352 € para a Segurança Social.

Página 58

17.1. Como o salário mensal bruto do António é 1100 € e este tem um filho a seu cargo (dependente), consultando a tabela, verifica-se que a taxa a aplicar é 8,7% .

$0,087 \times 1100 = 95,70$

O valor de IRS descontado nesse mês pelo António foi 95,70 € .

17.2. Como o salário mensal bruto da Joana é 1100 € e esta não tem filhos, consultando a tabela, verifica-se que a taxa a aplicar é 12,0% .

$0,12 \times 1100 = 132$

O valor de IRS descontado nesse mês pela Joana foi 132 € .

17.3. Como o salário mensal bruto do Miguel é 1500 € e este não tem dependentes a seu cargo, consultando a tabela, verifica-se que a taxa a aplicar é 17,2% .

$0,172 \times 1500 = 258$

O valor de IRS descontado nesse mês pelo Miguel foi 258 € .

18.1. Consultando a tabela, verificase que a taxa a aplicar é 26,5% , a parcela a abater é 176,23 € e abate, ainda, 34,29 € pela filha.

$0,265 \times 1100 - (176,23 + 34,29) =$

$= 291,5 - 210,52 = 80,98$ €

O desconto do IRS no mês de novembro de 2023 foi 80,98 € .

18.2. $\dfrac{80,98}{1100} \times 100 \approx 7,36$

A percentagem do salário bruto mensal da Patrícia que foi retido para IRS é 7,36%.

Página 59

42.1. Consultando a tabela, verifica-se que a taxa a aplicar é 22,6% (visto que o José tem dois dependentes).

$0,226 \times 2351,60 \approx 531,46$

O valor de IRS correspondente ao mês de fevereiro de 2023 foi 531,46 € .

42.2. Aumento: 5% (março de 2023)

$2351,60 + 0,05 \times 2351,60 = 2469,18$

Em março de 2023, o salário bruto do José era 2469,18 € .

Consultando a tabela, verifica-se que a taxa a aplicar é 23,6% .

$0,236 \times 2469,18 \approx 582,73$

O valor de IRS relativo ao mês de março de 2023 foi 582,73 € .

43. x : valor, em euros, do salário bruto da Diana, em novembro de 2023

Como foi aplicada uma taxa marginal máxima de 37% , consultando a tabela, verifica-se que a parcela a abater é 334,48 €, acrescida de 21,43 € por cada dependente.

$0,37x - 334,48 - 2 \times 21,43 = 385,30$

$\Leftrightarrow 0,37x = 762,64$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{762,64}{0,37}$

$\Leftrightarrow x \approx 2061,19$

O salário bruto da Diana, no mês de novembro de 2023, foi 2061,19 € .

Página 60

1. O João é solteiro e não tem dependentes.
No mês de março de 2023, auferiu um salário bruto de 1780 € .
Consultando a tabela, verifica-se que a taxa a aplicar é 19,9%.
$0,199 \times 1780 = 354,22$
A retenção para o IRS aplicada ao João foi $354,22$ € .

2.1. Consultando a nova tabela, verifica-se que a taxa a aplicar é $35,00\%$ e a parcela a abater é $295,25$ € .
$0,35 \times 1780 - 295,25 = 327,75$
A retenção na fonte, no mês de outubro de 2023, foi $327,75$ € .
A retenção na fonte em outubro de 2023 foi inferior à ocorrida em março de 2023.

2.2. $A = 35\%$; $B = 295,25$ € ; $C = 327,75$ € ;
$D = 0,11 \times 1780 = 195,80$ € ; $E = 1780$ € ;
$F = C + D = 523,55$ € ; $G = E - F = 1256,45$ €

Descrição		Abonos	Descontos
VENCIMENTO-BASE			
IRS (Taxa IRS 35% : Parcela a abater 295,25 €)			**327,75 €**
Segurança Social (11%)			**195,80 €**
	Totais	**1780 €**	**523,55 €**
	Total a receber	**1256,45 €**	

Página 61

Consultando as tabelas de retenção do IRS no Portal das Finanças e tendo em atenção a situação fiscal e o vencimento de cada um dos seis funcionários da empresa, bem como o facto de nenhum deles ter trabalhado horas extra no mês de julho de 2023, obtemos os valores em falta no recibo de vencimento de cada um deles (registado no quadro seguinte).

	1	2	3	4	5	6
A	26,50%	21,00%	38,72%	35,00%	27,58%	35,00%
B	210,52 €	114,14 €	442,14 €	295,25	275,52	295,25 €
C*	54 €	82 €	913 €	292 €	386 €	345 €
D	110 €	102,91 €	385,02 €	184,80 €	264 €	201,30 €
E	1000 €	935,50 €	3500,15 €	1680 €	2400 €	1830 €
F	164 €	184,91 €	1298,02 €	476,80 €	650 €	546,30 €
G	836 €	750,59 €	2202,13 €	1203,20 €	1750 €	1283,70 €

*Foi considerada apenas a parte inteira do valor de IRS calculado.

Página 62

19.1. Rendimento coletável (em euros):
$39\ 200 - 5684 = 33\ 516$ €
O rendimento coletável relativo à Rita é 33516 €

19.2. Rendimento bruto anual: $14 \times 1750 = 24\,500$ €
Rendimento coletável:
$24\ 500 - 4275 = 20\ 225$ €
O rendimento coletável relativo ao João é 20 225 €.

19.3. Rendimento bruto anual:
$\frac{11,20 \times 35 \times 52}{12} \times 14 \approx 23\ 781,33$ €
Rendimento coletável:
$23\ 781,33 - 4104 = 19\ 677,33$ €
O rendimento coletável relativo ao Tiago é 19 677,33 €.

20. Rendimento coletável: 26 932,50 €
Deduções específicas: 4567,50 €
Rendimento bruto anual:
$26\ 932,50 + 4567,50 = 31\ 500$ €
Rendimento bruto mensal: $\frac{31\ 500}{14} = 2250$ €
O valor do salário bruto mensal da Sara é 2250 € .

Página 63

21.1. Rendimento coletável: 9750,22 €
O 1.º escalão cabe inteiramente neste valor, logo tem-se:
$7479 \times 0,145 = 1084,46$
Excedente: $9750,22 - 7479 = 2271,22$
Sobre este valor incide a taxa normal do 2.º escalão (21%):
$2271,22 \times 0,21 \approx 476,96$
Coleta: $1084,46 + 476,96 = 1561,42$
Nesse ano, o valor da coleta do trabalhador é $1561,42$ € .

21.2. Rendimento coletável: 31 580,58 €
O 5.º escalão cabe inteiramente neste valor, logo tem-se:
$26335 \times 0,24482 \approx 6447,33$
Excedente: $31\ 580,58 - 26\ 335 = 5245,58$
Sobre este valor incide a taxa normal do 6.º escalão (37%).

$5245,58 \times 0,37 \approx 1940,86$

Coleta: $6447,33 + 1940,86 = 8388,19$

Nesse ano, o valor da coleta do trabalhador é 8388,19 € .

21.3. Rendimento coletável: 81 023,90 €

O 8.º escalão cabe inteiramente neste valor, logo tem-se:

$78\ 834 \times 0,366\ 69 \approx 28\ 907,64$

Excedente: $81023,90 - 78834 = 2189,90$

Sobre este valor incide a taxa normal do 9.º escalão (48%).

$2189,90 \times 0,48 \approx 1051,15$

Coleta: $28907,64 + 1051,15 = 29958,79$

Nesse ano, o valor da coleta do trabalhador é 29 958,79 € .

22. **Trabalhador A**

Rendimento coletável: 22 850,80 €

O 4.º escalão cabe inteiramente neste valor, logo tem-se:

$20\ 700 \times 0,216\ 08 = 4472,86$

Excedente: $22850,80 - 20700 = 2150,80$

Sobre este valor incide a taxa normal do 5.º escalão (35%).

$2150,80 \times 0,35 = 752,78$

Coleta: $4472,86 + 752,78 = 5225,64$

IRS_A: 5 225,64 €

Trabalhador B

Rendimento coletável: 27 002,25 €

O 5.º escalão cabe inteiramente neste valor, logo tem-se:

$26\ 335 \times 0,24482 \approx 6447,33$

Excedente: $27\ 002,25 - 26\ 335 = 667,25$

Sobre este valor incide a taxa normal do 6.º escalão (37%).

$667,25 \times 0,37 \approx 246,88$

Coleta: $6447,33 + 246,88 = 6694,21$

IRS_B: 6694,21 €

Diferença entre o IRS do trabalhador B e o IRS do trabalhador A, em euros:

$IRS_B - IRS_A = 6694,21 - 5225,64 = 1468,57$

A diferença entre o IRS do trabalhador B e o IRS do trabalhador A é 1 468,57 € .

Página 64

44.1. Salário anual bruto: 24 500 €

Salário mensal bruto: $\frac{24\ 500}{14} = 1750$ €

Consultando a tabela, verifica-se que a taxa a aplicar é 20,12% a parcela a abater é 202,33 € e abate, ainda, 42,86 € por cada um dos três filhos.

IRS: $0,2012 \times 1750 - 202,33 - 3 \times 42,86 = 21,19$

No mês de outubro de 2023, a Rita descontou de IRS 21,19 € .

44.2. **1.º semestre:**

$IRS_1 = 21,19 \times 6 = 127,14$ €

2.º semestre:

Consultando a tabela de IRS referente ao 2.º semestre de 2023, verifica-se que a taxa a aplicar é 27,30% , a parcela a abater é 268,96 € e ainda abate 21,43 € por cada um dos três filhos.

IRS mensal: $0,2143 \times 1750 - 268,96 - 3 \times 21,43$

$\approx 41,78$ €

$IRS_2 = 41,78 \times 6 = 250,68$ €

Anual:

$IRS_{Total} = IRS_1 + IRS_2$

$= 127,14 + 250,68 = 377,82$ €

O valor total de IRS retido à Rita no ano de 2023 foi 377,82 € .

Página 65

45.1. Salário bruto (setembro 2023): 960,62 €

Consultando a tabela de IRS adequada, referente ao 2.º semestre de 2023, verifica-se que a parcela a abater é 123,72 € e abate, ainda, 21,43 € por cada um dos dois filhos.

Parcela a abater: $123,72 + 2 \times 21,43 = 166,58$

O valor da parcela a abater é 166,58 €.

45.2. De acordo com a tabela de IRS, a taxa a aplicar é 18,55% . Assim, o valor do desconto para IRS é:

$0,1855 \times 960,62 - 166,58 \approx 11,62$

O valor do desconto para IRS aplicado à Inês, no mês de setembro de 2023, foi 11,62 € .

46. x : vencimento bruto referente ao mês de junho de 2021

IRS: 11,4% (196,08 €)

$$0{,}114 \times x = 196{,}08 \Leftrightarrow x = \frac{196{,}08}{0{,}114} \Leftrightarrow x = 1720$$

TSU (Segurança Social):

$0{,}11 \times 1720 = 189{,}20$ €

Subsídio de alimentação: $6 \times 22 = 132$ €

Total a receber:

$1720 - 189{,}20 - 196{,}08 + 132 = 1466{,}72$

Os valores em falta assinalados no recibo da Manuela são:

Remuneração base: 1720 €

TSU (Segurança Social): $189{,}20$ €

Subsídio de Alimentação: 132 €

Total a receber: $1466{,}72$ €

Página 66

47.1. Salário bruto no mês de fevereiro de 2023: 1760,90 €

$$R_h = \frac{1760{,}90 \times 12}{35 \times 4} \approx 12{,}58 \text{ €}$$

em que 4 representa o número de semanas do mês de fevereiro de 2023.

O salário bruto do João por hora de trabalho, no mês de fevereiro de 2023, foi 12,58 € .

47.2. Rendimento brutos (fevereiro de 2023):

$1760{,}90 + 3 \times 4 \times (1{,}5 \times 12{,}58) = 1987{,}34$ €

Consultando a tabela de IRS adequada, referente ao 1.º semestre de 2023, verifica-se que a taxa a aplicar é 14,6% .

$0{,}146 \times 1987{,}34 \approx 290{,}15$

No mês de fevereiro de 2023, o valor da retenção na fonte foi 290,15 € .

47.3. Associação: $0{,}005 \times 1760{,}90 \approx 8{,}80$

Segurança Social (11%):

$0{,}11 \times 1760{,}90 \approx 193{,}70$

Subsídio de refeição, em euros: $20 \times 5{,}80 = 116$

Salário líquido, em euros:

$1987{,}34 - 8{,}80 - 193{,}70 - 290{,}15 + 116 = 1610{,}69$

O salário líquido do João no mês de fevereiro de 2023 foi 1610,69 € .

47.4. Ao cuidado do aluno.

Página 67

48.1. Rendimento coletável: 34 265 €

O 5.º escalão cabe inteiramente neste valor, logo tem-se:

- $26\ 335 \times 0{,}244\ 82 \approx 6520{,}78$
- Excedente: $34\ 265 - 26\ 335 = 7930$

Sobre este valor incide a taxa normal do 6.º escalão (37%):

$7930 \times 0{,}37 \approx 2934{,}10$

- Coleta: $6520{,}78 + 2934{,}10 = 9454{,}88$

O valor anual de IRS da Margarida é 9454,88 €
.

48.2. Rendimento coletável: 9345€

O 1.º escalão cabe inteiramente neste valor, logo tem-se:

- $7479 \times 0{,}145 \approx 1084{,}46$
- Excedente: $9345 - 7479 = 1866$

Sobre este valor incide a taxa normal do 2.º escalão (21%):

$1866 \times 0{,}21 = 391{,}86$

- Coleta: $1084{,}46 + 391{,}86 = 1476{,}32$

O valor anual de IRS da Inês é 1476,32 € .

49.1. Salário bruto anual: 22 820 €

Salário bruto mensal: $\dfrac{22\ 820}{14} = 1630$€

O valor do salário bruto mensal da Clara é 1630€ .

49.2. Segurança Social: 11%.

$0{,}11 \times 1630 = 179{,}30$

Em 2023, a Clara descontou 179,30€ por mês para a segurança social.

49.3. 2.º Semestre

Salário bruto mensal: 1630€

A Clara é casada (dois titulares de rendimento) e tem uma filha.

Consultando a tabela de IRS correspondente, referente ao 2.º semestre de 2023, verifica-se que a taxa a aplicar é de 35% , a parcela a abater é 295,25 € e, ainda, abate 29,45 € pela sua filha (dependente).

IRS: $0{,}35 \times 1630 - 295{,}25 - 21{,}43 = 253{,}82$

No 2.º semestre de 2023, o valor mensal de retenção na fonte de IRS da Clara foi 253,82 € .

49.4. Rendimento coletável: 18 716 €

O 3.º escalão cabe inteiramente neste valor, logo tem-se:

- $15\ 992 \times 0{,}195\ 79 \approx 3131{,}07$
- Excedente: $18\ 716 - 15\ 992 = 2724$

Sobre este valor incide a taxa normal do 4.º escalão (28,5%):

$2724 \times 0{,}285 = 776{,}34$

- Coleta: $3131{,}07 + 776{,}34 = 3907{,}41$

O valor do IRS anual da Clara, em 2023, foi 3907,41 € .

49.5. Rendimento coletável (2024): 18 716 €

Tendo por referência a tabela de 2024, vamos determinar o valor do IRS.

O rendimento coletável enquadra-se no 4.º escalão, sendo a taxa a aplicar de 26% e a parcela a abater 1441,30€.

IRS: $18716 \times 0{,}26 - 1441{,}30 = 3424{,}86$

O valor do IRS anual da Clara, em 2024, é 3424,86€.

O valor do IRS em 2024 é menor do que o valor do IRS em 2023.

Página 68

23.1. Montante investido: 5000 €

Taxa de juro: 1,5% ao fim de um ano

Valor do juro ao fim de 1 ano:

$0{,}015 \times 5000 = 75$

Capital final: $5000 + 75 = 5075$€

No final de um ano, o Eduardo tem o capital de 5075 € .

23.2. Montante investido: 75 000 €

Taxa de juro: 1,5% ao fim de um ano

Valor do juro ao fim de 1 ano:

$0{,}015 \times 75\ 000 = 1125$

Capital final: $75\ 000 + 1125 = 76\ 125$

No final de um ano, o Eduardo tem 76 125 € .

23.3. Montante investido: 12 000 €

Taxa de juro: 1,5% ao fim de um ano

Valor do juro ao fim de 1 ano:

$0{,}015 \times 12\ 000 = 180$

Capital final: $12\ 000 + 180 = 12\ 180$

No final de um ano, o Eduardo tem 12 180 € .

24.1. Valor inicial: 300€

Valor final: 317€

Juro recebido: $317 - 300 = 17$€

O juro recebido foi 17 € .

24.2. $\dfrac{17}{300} \times 100 \approx 5{,}7$

A taxa de juro aplicada foi de, aproximadamente, 5,7% .

25. Juro anual: 2,5%

Capital final: 8200 €

x: Capital inicial

$x + 0{,}025x = 8200$

$\Leftrightarrow 1{,}025x = 8200$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{8200}{1{,}025}$

$\Leftrightarrow x = 8000$

O valor inicial investido pela Ana foi 8000 € .

Página 69

26.1. Valor inicial: 40 000 €

Taxa anual de juro: 2,8% (juro simples)

Capital final (2 anos):

$40\ 000 + 2 \times 0{,}028 \times 40\ 000 = 42\ 240$

Ao fim de 2 anos, o capital final é 42 240 € .

26.2. Capital final (5 anos)

$40\ 000 + 5 \times 0{,}028 \times 40\ 000 = 45\ 600$

Ao fim de 5 anos, o capital final é 45 600 € .

26.3. Capital final (8 anos):

$40\ 000 + 8 \times 0{,}028 \times 40\ 000 = 48\ 960$

Ao fim de 8 anos, o capital final é 48 960 € .

27. Capital inicial: 12 800 €

Juro anual simples (durante 4 anos)

Capital final: 13 824 €

r: taxa de juro anual

$12800 \times (1 + r \times 4) = 13824$

$\Leftrightarrow 12800 + 51200r = 13824$

$\Leftrightarrow 51200r = 1024$

$\Leftrightarrow r = \dfrac{1024}{51200}$

$\Leftrightarrow r = 2\%$

A taxa de juro anual é de 2% .

Página 70

50. Capital inicial: $50\ 000$ €

Taxa anual de juros simples: 3%

Capital final: $60\ 500$ € (ao fim de n anos)

$50\ 000\times(1+0{,}03\times n)=60\ 500$

$\Leftrightarrow 50\ 000+1500n=60\ 500$

$\Leftrightarrow 1500n=10\ 500$

$\Leftrightarrow n=7$

O dinheiro esteve investido durante 7 anos.

51. Taxa de juro anual simples: $1{,}6\%$ (durante 3 anos)

Capital final: 10742€

x: capital inicial investido

$x(1+0{,}016\times 3)=10742$

$\Leftrightarrow 1{,}048x=10742$

$\Leftrightarrow x=10250$

O capital inicial investido foi $10\ 250$ € .

Opção **(B)**

52.1. Capital inicial: 6000€

r: taxa de juro anual

Capital final: 7000€ (ao fim de 5 anos)

$6000\times(1+r\times 5)=7000$

$\Leftrightarrow 6000+30000r=7000$

$\Leftrightarrow r=\dfrac{1\ 000}{30\ 000}$

$\Leftrightarrow r=0{,}033(3)$

A taxa de juro é, aproximadamente, $3{,}33\%$.

Opção **(C)**

52.2. Capital inicial: 6000€

Taxa de juro anual: 4,8%

Capital final: 7000€

n: n.º de anos

$6000\times(1+0{,}048n)=7000 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 6000+288n=7000 \Leftrightarrow n=\dfrac{1000}{288}$

$\Leftrightarrow n\approx 3{,}47$

O período mínimo que é necessário decorrer para que o Rodrigo atinja os 7000 € é 4 anos.

Opção **(C)**

Página 71

53. Valor do empréstimo: $18\ 000$ €

Prazo de pagamento: 5 anos

Taxa de juro anual simples: 8%

Pagamento em prestações mensais fixas.

Valor pago ao fim dos 5 anos:

$18\ 000(1+0{,}08\times 5)=25\ 200$

N.º de prestações: $5\times 12=60$

Valor de cada mensalidade: $\dfrac{25\ 200}{60}=420$

O valor de cada mensalidade é 420 € .

54.1. Valor da bicicleta: 1500 €

Prazo de pagamento: 2 anos

Taxa de juro anual simples: 6%

Pagamento em prestações mensais ficas.

Valor pago ao fim de 2 anos:

$1500(1+0{,}06\times 2)=1680$

N.º de prestações: $2\times 12=24$

Valor de cada prestação mensal: $\dfrac{1680}{24}=70$

O valor de cada prestação mensal a pagar pela Ana é 70 € .

54.2. Valor da bicicleta: 1500 €

$0{,}12\times 1500=180$ €

$1500+180=1680$ €

Prazo de pagamento: 2 anos

N.º de prestações: $2\times 12=24$

Valor de cada prestação mensal: $\dfrac{1680}{24}=70$

O valor de cada mensalidade do Paulo é 70 € (igual à da Ana).

Página 72

28.1. Capital inicial: 3800 €

Taxa anual de juro composto: 1,4%

1 ano $\rightarrow n=1$

$C_1=3800\times(1+0{,}014)=3853{,}20$

O capital acumulado ao fim de 1 ano é $3853{,}20$ € .

28.2. 2 anos $\rightarrow n=2$

$C_2=3800\times(1+0{,}014)^2\approx 3907{,}14$

O capital acumulado ao fim de 2 anos é $3907{,}14$ € .

28.3. 8 anos $\rightarrow n=8$

$C_8=3800\times(1+0{,}014)^8\approx 4247{,}05$

O capital acumulado ao fim de 8 anos é 4247,05 € .

29. Taxa anual de juro composto: 2%

Capital inicial: 4000€

5 anos $\rightarrow n=5$

$C_5=4000\times(1+0{,}02)^5\approx 4416{,}32$

O capital acumulado ao fim de 5 anos é 4416,32 € .

30. Taxa anual de juro composto: 2%

$C_4=19050{,}81€$

Capital inicial = ?

$C_4=C_i\times(1+0{,}02)^4$

$\Leftrightarrow 19\ 050{,}81=C_i\times 1{,}02^4$

$\Leftrightarrow C_i=\dfrac{19\ 050{,}81}{1{,}02^4}$

$\Leftrightarrow C_i=17\ 600$

O Pedro depositou a quantia inicial de 17 600 € .

Página 73

1. Capital inicial: 20 000 €

Taxa anual de juro composto: 3% (com capitalizações mensais)

1.1. Taxa de juro anual: 3%

Taxa de juro mensal: $\dfrac{3\%}{12}=0{,}25\%$

A taxa de juro mensal é 0,25% .

1.2. A expressão $20\ 000\times\left(1+\dfrac{0{,}03}{12}\right)^{12}$ representa o capital acumulado ao fim de 12 meses, ou seja, ao fim de 1 ano.

1.3. A expressão que traduz o capital acumulado ao fim de três anos com capitalizações mensais é

$20\ 000\times\left(1+\dfrac{0{,}03}{12}\right)^{36}$

3 anos = 3×12 meses = 36 meses.

Opção **(B)**

2. Capital inicial: 60 000 €

Taxa anual de juro composto: 5%

Duração do investimento: 4 anos

2.1.

Capitalização de juros	Capital acumulado ao fim de 4 anos (em euros)	Juros recebidos (total em euros)
Anual	$60\ 000(1+0{,}05)^4$ $=72\ 930{,}38$	$72\ 930-60\ 000$ $=12\ 930{,}38$
Semestral	$60\ 000\left(1+\dfrac{0{,}05}{2}\right)^8$ $=73\ 104{,}97$	$73\ 104{,}17-60\ 000$ $=13104{,}97$
Trimestral	$60\ 000\left(1+\dfrac{0{,}05}{4}\right)^{16}$ $=73\ 193{,}37$	$73\ 193{,}37-60\ 000$ $=13\ 193{,}37$
Mensal	$60\ 000\left(1+\dfrac{0{,}05}{12}\right)^{48}$ $=73\ 253{,}72$	$73\ 253{,}72-60\ 000$ $=13\ 253{,}72$

Comparando o capital acumulado e os juros recebidos, conclui-se que a modalidade mais rentável é a capitalização de juros mensal.

2.2. C_i : capital inicial investido

r : taxa anual de juro composto

n : número de meses

C_f : capital final acumulado

a) A expressão $\dfrac{r}{12}$ representa a taxa de juro mensal.

b) A expressão $C_f=C_i\times\left(1+\dfrac{r}{12}\right)^n$ representa o capital final acumulado ao fim de n meses.

Página 74

55. Capital inicial: 10 000 €

Taxa anual de juro composto: 1,8%

Objetivo: obter pelo menos 1000 € de juros.

Tempo decorrido (anos)	Capital acumulado (em €)	Juro acumulado (em €)
1	10 180	180
2	10 363,24	363,24
3	10 549,78	549,78
4	10 739,67	739,67
5	10 932,99	932,99
6	11 129,78	1129,78

Devem decorrer no mínimo 6 anos até o Sr. Lucas atingir o seu objetivo.

56. Capital inicial: 10 000 €

Taxa anual de juro composto: 5%

1 ano

56.1. Capitalizações semestrais

1 ano = 2 semestres

$$C_1 = 10\ 000 \times \left(1 + \frac{0,05}{2}\right)^2 \approx 10\ 506,25$$

Se as capitalizações forem semestrais, ao fim de um ano o capital acumulado da mãe do Rui é 10 506,25 € .

56.2. Capitalizações trimestrais

1 ano = 4 trimestres

$$C_1 = 10\ 000 \times \left(1 + \frac{0,05}{4}\right)^4 \approx 10\ 509,45$$

Se as capitalizações forem trimestrais, ao fim de um ano o capital acumulado da mãe do Rui é 10 509,45 € .

56.3. Capitalizações mensais

1 ano = 12 meses

$$C_1 = 10\ 000 \times \left(1 + \frac{0,05}{12}\right)^{12} \approx 10\ 511,62$$

Se as capitalizações forem mensais, ao fim de um ano o capital acumulado da mãe do Rui é 10 511,62 € .

57. Capital inicial: 16000€

Taxa anual de juro composto: 13,4%

Período de tempo: 3 anos

57.1. Capitalização anual

$$C_f = 16000(1 + 0,034)^3 \simeq 17688,12$$

Se a capitalização dos juros for anual, o capital acumulado ao fim de 3 anos é 17 688,12 € .

57.2. Capitalização semestral

$$C_f = 16\ 000\left(1 + \frac{0,034}{2}\right)^6 \approx 17\ 702,95$$

Se a capitalização for semestral, o capital acumulado ao fim de 3 anos é 17 702,95 € .

57.3. Capitalização trimestral

$$C_f = 16\ 000\left(1 + \frac{0,034}{4}\right)^{12} \approx 17\ 710,50$$

Se a capitalização for trimestral, o capital acumulado ao fim de 3 anos é 17 710,50 € .

57.4. Capitalização mensal

$$C_f = 16\ 000\left(1 + \frac{0,034}{12}\right)^{36} \approx 17\ 715,58$$

Se a capitalização for mensal, o capital acumulado ao fim de 3 anos é 17 715,58 € .

Página 75

58. Capital incial: 8500 €

Depósito a prazo durante 5 anos.

Opção A

- Taxa anual de juro composto: 4%
- Capitalizações semestrais

$$C_f = 8500 \times \left(1 + \frac{0,04}{2}\right)^{10} \approx 10\ 361,45\ €$$

Opção B

- Taxa anual de juro composto: 3,98%
- Capitalizações mensais

5 anos = 60 meses

$$C_f = 8500 \times \left(1 + \frac{0,0398}{12}\right)^{60} \approx 10\ 368,13\ €$$

A opção mais favorável para o Gustavo é a B.

59. Montante mínimo inicial de 500 € e máximo de 50 000 € .

Taxa anual de juro composto: 3,2%

(capitalização anual)

Prazo máximo de 6 anos

59.1. Capital inicial: 15 000 €

4 anos $\rightarrow n = 4$

$$C_4 = 15000 \times (1 + 0,032)^4 \approx 17\ 014,14$$

O capital acumulado ao fim de 4 anos é 17 014,14 € .

59.2. Investimento máximo: 50 000 €

Prazo máximo permitido: 6

$$C_6 = 50\ 000 \times (1 + 0,032)^6 \approx 60\ 401,56$$

Lucro: $60\ 401,56 - 50\ 000 = 10\ 401,56$

O lucro obtido pelo cliente foi 10 401,56 € .

60.1. $C_6 = 25\ 000 \times (1 + 0,032 \times 6) \approx 29\ 800$

Ao fim de 6 anos, se optar por uma taxa anual de juro simples de 3,2% , consegue obter 29 800 € .

60.2. $C_6 = 25\ 000 \times (1+0,03)^6 \approx 29\ 851,31$

Ao fim de 6 anos, se optar por uma taxa anual de juro composto de 3%, consegue obter $29\ 851,31$ €.

60.3. $C_6 = 25\ 000 \times \left(1+\frac{0,029}{2}\right)^{12} \approx 29\ 714,24$

Ao fim de 6 anos, se optar por uma taxa anual de juro composto de $2,9\%$, com capitalizações de juro semestrais, consegue obter $29\ 714,24$ €
.

60.4. $C_6 = 25\ 000 \times \left(1+\frac{0,028}{12}\right)^{72} \approx 29\ 567,63$

Ao fim de 6 anos, se optar por uma taxa anual de juro composto de $2,8\%$, com capitalizações de juro mensais, consegue obter $29\ 567,63$ €.

61. Taxa anual de juro: 2,4%

Período de tempo: 4 anos

Capital final: $34\ 201$ €

C_i : capital inicial

61.1. Regime de juro simples

$c_4 = c_i \times (1+0,024\times 4)$

$\Leftrightarrow 34201 = c_i \times 1,096$

$\Leftrightarrow c_i = \frac{34201}{1,096}$

$\Leftrightarrow c_i \simeq 31205,29$

No caso de a Inês ter optado por um regime de juro simples, o capital inicial investido foi 31205,29€.

61.2. Regime de juros compostos com capitalizações anuais

$C_4 = C_i \times (1+0,024)^4$

$\Leftrightarrow 34201 = C_i \times 1,024^4$

$\Leftrightarrow C_i = \frac{34201}{1,024^4}$

$\Leftrightarrow C_i = 31105,63$

No caso de a Inês ter optado por um regime de juros compostos com capitalizações anuais, o capital inicial investido foi $31\ 105,63$ €.

61.3. Regime de juros compostos com capitalizações trimestrais

$C_4 = C_i \times \left(1+\frac{0,024}{4}\right)^{16} \Leftrightarrow 34201 = C_i \times (1,006)^{16}$

$\Leftrightarrow C_i = \frac{34201}{1,006^{16}} \Leftrightarrow C_i \approx 31079,29$

No caso de a Inês ter optado por um regime de juros compostos com capitalizações trimestrais, o capital inicial investido foi $31\ 079,29$ €.

Página 76

62. Instituição bancária A

Taxa anual de juro composto: 3,5%

IRS: 28% dos juros

Se o cliente tem de pagar 28% dos juros ao Estado, então só receberá 72% dos juros obtidos.

Assim, a taxa efetiva de juro é de $0,72\times 0,035 = 0,0252\,(2,52\%)$.

Instituição bancária B

Taxa anual de juro simples: $2,8\%$

(depois de deduzidos os impostos)

Comparando as duas modalidades, conclui-se que a mais vantajosa para o cliente é a da instituição bancária B.

Modalidade da Instituição Bancária B.

63. Capital inicial: $20\ 000$ €

Taxa anual de juro composto: 2% (com capitalizações diárias.

$C_f = 20\ 000 \times \left(1+\frac{0,02}{360}\right)^{360} \approx 20\ 404,02$

O capital acumulado ao fim de um ano é $20\ 404,02$ €.

64. Capital inicial: $9\ 600$ €

Período de tempo: 3 anos

Capital final: $10\ 260$ €

64.1. Regime de juro simples

r: taxa de juro anual

$10\ 260 = 9600 \times (1+r\times 3) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 10\ 260 = 9600 + 28\ 800r \Leftrightarrow \frac{660}{28\ 800} = r \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow r \approx 0,0229\ ;\ r \approx 2,29\%$

A taxa de juro associada ao investimento é 2,29%.

64.2. Regime de juro composto com capitalizações anuais

$10\ 260 = 9600 \times (1+r)^3 \Leftrightarrow \frac{10\ 260}{9600} = (1+r)^3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 1+r = \sqrt[3]{\frac{10\ 260}{9\ 600}} \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{10\ 260}{9\ 600}} - 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow r \approx 0,0224$

$r \approx 2,24\%$

A taxa de juro associado ao investimento é de 2,24% .

Página 77

1.1. Modalidade A

$n = 3$

Juro: 600 €

Capital final: 5600 €

1.2. Modalidade A

$n = 5$

Juro: 1000 €

Capital final: 6000 €

1.3. Modalidade A

$n = 8$

Juro: 1600 €

Capital final: 6600 €

2. r: taxa de juro

7 anos $\rightarrow$ 7000€ (juro simples)

$7000 = 5000 \times (1 + r \times 7)$

$\Leftrightarrow 7000 = 5000 + 35\ 000r$

$\Leftrightarrow \frac{2\ 000}{35\ 000} = r$

$\Leftrightarrow r \approx 0,0572$ (arredondamento por excesso)

$r \approx 5,72\%$

A taxa de juro deveria ser 5,72% .

3.1. Modalidade B

$n = 3$

$C_f = 5000 \times (1+0,037)^3 \approx 5575,79$

Capital final: 5575,79 €

3.2. Modalidade B

$n = 5$

$C_f = 5000 \times (1+0,037)^5 \approx 5996,03$

Capital final: 5996,03 €

3.3. Modalidade B

$n = 8$

$C_f = 5000 \times (1+0,037)^8 \approx 6686,52$

Capital final: 6686,52 €

4. $C_f = C_i \times (1+0,037)^n$

5. Recorrendo a uma folha de cálculo, conclui-se que ao fim de 6 anos a modalidade B torna-se mais favorável.

Página 78

1.1. $R_h = \frac{1480 \times 12}{52 \times 40} \approx 8,54$ €

Opção **(B)**

1.2. Consultando a tabela, verifica-se que a taxa a aplicar é 28,50% , a parcela a abater é 192,23 € e abate, ainda, 21,43 € por casa um dos dois filhos.

IRS: $0,2850 \times 1480 - 192,23 - 2 \times 21,43 \approx 186,71$€

Opção **(D)**

2. x : valor do salário bruto

$0,11x = 235,40$

$\Leftrightarrow x = \frac{235,40}{0,11} \quad \Leftrightarrow x = 2140$

O valor do salário bruto é 2140 € .

Opção **(C)**

3. Capital inicial: 4500 €

Taxa anual de juro simples: 4,2%

Capital final: 5445 €

n : prazo de investimento (anos)

$5445 = 4500 \times (1 + 0,042 \times n)$

$\Leftrightarrow 5445 = 4500 + 189n$

$\Leftrightarrow \frac{945}{189} = n \Leftrightarrow n = 5$

Opção **(C)**

4. $C_3 = 12\ 000 \times \left(1 + \frac{0,036}{4}\right)^{12} = 12000 \times 1,009^{12}$

Opção **(A)**

Página 79

1.1. $R_n = \frac{26\ 460}{14} = 1890$ €

$R_h = \frac{1890 \times 12}{52 \times 40} \approx 10,90$ €

10,90 €/h

1.2. Subsídio de refeição: $21 \times 5,80\ € = 121,80\ €$

Segurança Social: $0,11 \times 1890\ € = 207,90\ €$

IRS $\rightarrow$ Taxa: 35%

Parcela a abater: $302,39\ € + 34,29\ €$ por dependente.

$\text{IRS} = 0,35 \times 1890 - 302,39 - 34,29 = 324,82\ €$

Salário líquido:

$1890 - 207,90 - 324,82 + 121,80 =$

$= 1479,08\ €$

O salário líquido da Carla, no mês de outbro foi 1479,08 € .

2. Rendimento coletável: 26 545 €

A taxa a aplicar é de 32,75% e a parcela a abater é 2880,46 € .

IRS: $0,3275 \times 26\,545 - 2880,46 \approx 5813,03$

O valor anual de IRS do Gil é 5813,03 € .

3.1. <u>Opção 1</u>

$C_4 = 40\,000 \times (1 + 0,02 \times 4) = 43\,200\ €$

<u>Opção 2</u>

$C_4 = 40\,000 \times (1 + 0,02)^4 = 43\,297,29\ €$

<u>Diferença de capital</u>

$43\,297,29 - 43\,200 = 97,29\ €$

A taxa de juro é a mesma (2%) nas opções 1 e 2, mas o capital ao fim de 4 anos é o mesmo (o capital correspondente à opção B é superior). A diferença entre o capital relativo à opção 2 e o capital relativo à opção 1, ao fim de 4 anos, é, aproximadamente, 97,29 € .

3.2. <u>Opção 3</u>

$C_4 = 40\,000 \times (1 + 0,016) = 40\,640$

$C_4 = 40\,640 \times (1 + 0,022)^3 \approx 43\,381,68$

Juros: $43\,381,68 - 40\,000 = 3381,68\ €$

Ao fim de 4 anos de investimento, o Edgar ganha 3381,68 € de juros.

Página 83

1.1. a)

18	14	10	8
A	A	C	C
C	C	A	A

Observando apenas a 1.ª linha:

A: $18 + 14 = 32$; C: $10 + 8 = 18$; Ganha: A

b)

18	14	10	8
B	B	C	C
C	C	B	B

Observando apenas a 1.ª linha:

B: $18 + 14 = 32$; C: $10 + 8 = 18$; Ganha: B

1.2.

Aldeias	A	B	C
A		A	A
B			B
C			

N.º de vitórias	
A	2
B	1
C	0

O prémio "Aldeia do Ano" foi atribuído à aldeia A: Curral das Freiras.

1.3. Sim. Nos confrontos diretos de A com B e de A com C, ganhou sempre A.

Trata-se, por isso, de um vencedor de Condorcet.

2. **Confronto:** A com B

32	24	18	12
A	B	B	A
B	A	A	B

Observando apenas a 1.ª linha:

A: $32 + 12 = 44$; B: $24 + 18 = 42$; Ganha A

Confronto: A com C

32	24	18	12
A	C	C	C
C	A	A	A

Observando apenas a 1.ª linha:

A: 32; C: $24 + 18 + 12 = 54$; Ganha C

Confronto: B com C

32	24	18	12
B	B	C	C
C	C	B	B

Observando apenas a 1.ª linha:

B: $32 + 24 = 56$; C: $18 + 12 = 30$; Ganha B

O Método de Condorcet é inconclusivo, pois todos têm o mesmo número de vitórias.