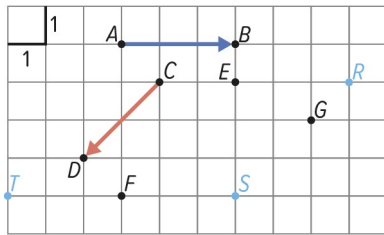


Proposta de resolução da unidade 6 do manual

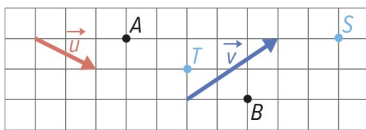
Página 100

- 1.1. Dois segmentos de reta orientados dizem-se equipolentes se têm a mesma direção, o mesmo sentido e o mesmo comprimento.
 $[A, B]$ e $[C, D]$ não são equipolentes, porque não têm a mesma direção.
- 1.2. $[C, D]$ e $[E, F]$ têm a mesma direção e o mesmo sentido, mas não têm o mesmo comprimento, logo não são equipolentes.
- 1.3. a), b) e c)

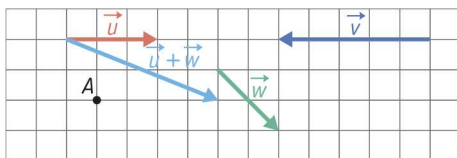


Página 101

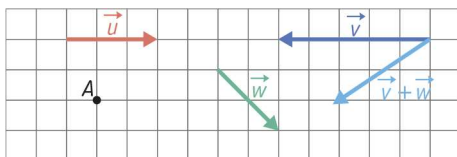
2.



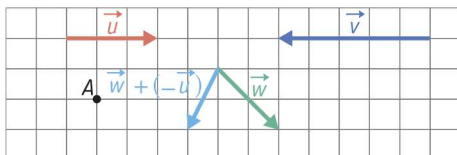
3.1. a)



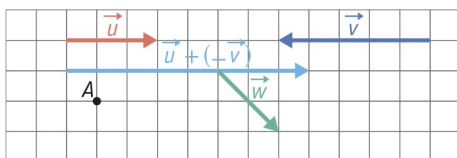
b)



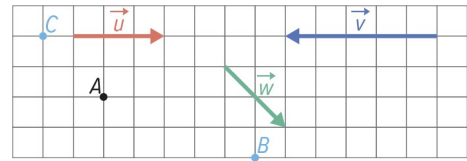
c)



d)



3.2. a) e b)



Página 102

- 1.1. Um vetor é caracterizado pela direção, sentido e comprimento.
- 1.2. $A(0, 1)$ e $B(1, 4)$
 $AB = \sqrt{(0-1)^2 + (1-4)^2} = \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$
2. Como $C(8; 0,4)$, $CD = 3,5$ e $[C, D]$ tem a direção de Ox , então $D(8+3,5; 0,4)$, ou seja, $D(11,5; 0,4)$.

Página 103

- 1.1. Um vetor com direção e sentido iguais à de \vec{w} é \vec{BC} .
- 1.2. Um vetor com direção igual à de \vec{u} , sentido oposto e com o dobro do comprimento é \vec{BD} .
- 1.3. Um vetor com direção e sentido iguais à de \vec{v} é \vec{BA} .
- 2.1. Um vetor com a direção de \vec{v} e sentido oposto é \vec{DC} .
- 2.2. Um vetor com direção e sentido iguais à de \vec{w} e com o triplo de comprimento é \vec{AD} .
- 2.3. Um vetor com direção igual à de \vec{u} , com o dobro do comprimento é \vec{ED} .

Página 104

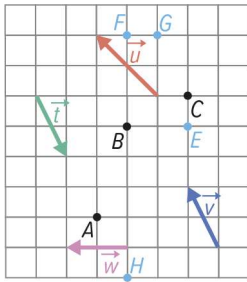
- 3.1. a) $\|\vec{u}\| = 3$ b) $\|\vec{v}\| = 4$
- 3.2. $\|\vec{AB}\| = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$
- 4.1. $\|\vec{AB}\| = 2$
- 4.2. $\|\vec{CD}\| = 4$
- 4.3. $\|\vec{EF}\| = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}$
- 4.4. $\|\vec{GH}\| = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20}$



Página 105

5.1. Vetores simétrico: \vec{t} e \vec{v} .

5.2.

6.1. Por exemplo, \overline{DC} .6.2. \overline{CA}

Página 106

7.1. $A + \vec{u} = C$ 7.2. $F + \vec{v} = E$ 7.3. $H + (-\vec{w}) = k$ 7.4. $D + (-\vec{u}) = B$ 7.5. $k + \vec{v} = G$ 8.1. $A + \vec{v} = B$ 8.2. $C + \vec{u} = H$ 8.3. $H + (-\vec{w}) = B$ 8.4. $E + (-\vec{u}) = D$ 8.5. $E + \vec{v} = H$

Página 107

9.1. $\vec{u} + \vec{v} = \overline{BC}$ 9.2. $\vec{w} - \vec{u} = \overline{BD}$ 9.3. $\vec{w} - \vec{v} = \overline{AC}$ 10.1. $\vec{u} + \vec{v} = \overline{PF}$ 10.2. $\vec{v} - \vec{u} = \overline{PC}$ 10.3. $\vec{u} + \vec{w} = \overline{PT}$ 10.4. $\vec{w} + \vec{v} = \overline{AS}$ 10.5. $\vec{w} - \vec{u} = \overline{AH}$

Página 108

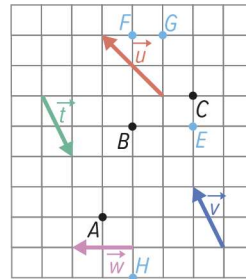
1.1. $\vec{u} + \vec{v} = \overline{AC}$ e $\vec{v} + \vec{u} = \overline{AC}$ 1.2. $\vec{u} + \vec{0} = \overline{AD}$ e $\vec{0} + \vec{u} = \overline{AD}$ 1.3. $\vec{u} + (-\vec{u}) = \overline{AA}$ e $\vec{v} + (-\vec{v}) = \overline{AA}$ 2.1. a) $\vec{u} + \vec{v} = \overline{AB}$ e $(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \overline{AB} + \vec{w} = \overline{AC}$ b) $\vec{v} + \vec{w} = \overline{FC}$ e $\vec{u} + (\vec{v} + \vec{w}) = \vec{u} + \overline{FC} = \overline{AC}$

2.2. Comparando os resultados conclui-se que:

$$(\vec{u} + \vec{v}) + \vec{w} = \vec{u} + (\vec{v} + \vec{w})$$

Página 109

11.1 a 11.4.

12.1. $3\overline{AC} = \overline{AV}$ 12.2. $-\frac{3}{2}\overline{AC} = \overline{DA}$ 12.3. $2\overline{AC} = \overline{AE}$

Página 110

13.1. a) $\vec{t} = -\frac{2}{3}\vec{v}$, logo $k = -\frac{2}{3}$.b) $\vec{u} = -2\vec{t}$, logo $k = 2$.13.2. a) Falso, porque os vetores \vec{u} e \vec{w} não são colineares.b) Verdadeiro, pois $\vec{u} = 2\vec{t}$ c) Falso, pois só existe um valor real de k tal que $\vec{v} = k\vec{u}$ d) Verdadeiro, pois $\vec{v} = -\frac{3}{2}\vec{t}$ e) Verdadeiro, pois os vetores \vec{t} e \vec{w} não são colineares.f) Falso, pois os vetores \vec{u} e \vec{v} têm sentidos diferentes.14.1. A afirmação $\forall k \in \mathbb{R}, \vec{v} \neq k\vec{u}$ é verdadeira porque os vetores \vec{u} e \vec{v} não são colineares (não têm a mesma direção).14.2. A afirmação é verdadeira. Os vetores \vec{u} e \vec{w} são colineares porque $\vec{w} = -2\vec{u}$.



Página 111

- 1.1. a) $\overline{OA} = 2\vec{u}$
 $\overline{OB} = 3\vec{u}$
 $\overline{OC} = (2+3)\vec{u} = 5\vec{u}$
 Logo, $\overline{OC} = \overline{OD}$.
- b) $\overline{OA} = -\vec{u}$
 $\overline{OB} = 4\vec{u}$
 $\overline{OC} = (-1+4)\vec{u} = 3\vec{u}$
 Logo, $\overline{OC} = \overline{OD}$
- c) $\overline{OA} = 2\vec{u}$
 $\overline{OB} = -\frac{4}{3}\vec{u}$
 $\overline{OC} = \left(2 + \left(-\frac{4}{3}\right)\right)\vec{u} = \frac{2}{3}\vec{u}$
 Logo, $\overline{OC} = \overline{OD}$
- 1.2. a) $\overline{OA} = \vec{u}$
 $\overline{OB} = 2\vec{u}$
 $\overline{OC} = (1 \times 2)\vec{u} = 2\vec{u}$
 Logo, $\overline{OC} = \overline{OB}$
- b) $\overline{OA} = -\frac{2}{3}\vec{u}$
 $\overline{OB} = 3\overline{OA} = 3\left(-\frac{2}{3}\vec{u}\right)$
 $\overline{OC} = (-1+4)\vec{u} = 3\vec{u}$.
 Logo, $\overline{OC} = \overline{OB}$
- c) $\overline{OA} = 2\vec{u}$
 $\overline{OB} = \frac{2}{3}\overline{OA} = \frac{2}{3}(2\vec{u})$
 $\overline{OC} = \left(2 \times \frac{2}{3}\right)\vec{u} = \frac{4}{3}\vec{u}$
 Logo, $\overline{OC} = \overline{OB}$
- 2.1. a) $k = 2$ porque $\overline{OB} = 2\vec{u}$.
 b) $k = 2$ porque $\overline{BD} = 2\vec{v}$.
 c) $k = 2$ porque $\overline{OD} = 2(\vec{u} + \vec{v})$.

2.2. $\overline{OB} + \overline{BD} = \overline{OD}$

Página 112

- 1.1. a) $M + \overline{CD} = O$
 b) $O + \overline{FP} = V$
 c) $F - \overline{KC} = F + \overline{CK} = O$
- 1.2. a) $N + \overline{NJ} = J$
 b) $D + \overline{FM} = K$
 c) $H - \overline{LH} = L$
- 2.1. $\overline{DH} + \overline{RQ} = \overline{DG}$
- 2.2. $\overline{CB} + \overline{IX} = \overline{CQ}$
- 2.3. $\overline{RS} + \overline{FP} = \overline{CN}$
- 2.4. $\overline{ML} + \overline{JH} = \overline{OL}$
- 2.5. $\overline{LW} + \overline{YO} = \overline{LQ}$
- 2.6. $\overline{VR} + \overline{MN} = \overline{VR} + \overline{NH} = \overline{VQ}$
- 2.7. $\overline{BP} - \overline{EC} = \overline{BP} + \overline{CE} = \overline{BR}$
- 2.8. $\overline{BL} - \overline{RT} = \overline{BL} + \overline{TR} = \overline{CK}$
- 2.9. $\overline{CR} - \overline{AP} = \overline{CR} + \overline{PA} = \overline{CC}$
- 2.10. $\overline{ES} - (\overline{HM} + \overline{XW}) = \overline{ES} - \overline{HL} = \overline{ES} + \overline{HL} = \overline{EO}$
- 3.1. Não, porque os vetores têm direções diferentes (não são paralelos).
- 3.2. a) $\vec{v} = \overline{CD}$
 b) $-4\vec{u} = \overline{AE}$
 c) $-3\vec{v} = \overline{BA}$
- 4.1. $A - 2\vec{u} = G$
- 4.2. $\vec{u} - \vec{v} = \overline{EH}$
- 4.3. $\vec{v} - 2\vec{u} = \overline{AE}$
- 4.4. $\vec{u} + \vec{v} = \overline{HC}$
- 4.5. $H + \left(\frac{1}{2}\overline{DF} + \vec{v}\right) = H + (\overline{HG} + \vec{v}) = H + \overline{HE} = E$
- 4.6. $\vec{v} + \overline{EF} = \overline{AD}$

Página 113

- 5.1. a) $M + 2(\vec{u} + \vec{v}) = C$
 b) $\frac{1}{2}\overline{AC} + \overline{MV} = \overline{AM} + \overline{MV} = \overline{AV}$
- 5.2. a) $\|\overline{CD}\| = \|\overline{DC}\| = 4\|\vec{u}\| = 4 \times 1 = 4$
 b) $\|\vec{u} + \vec{v}\| = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$
 c) $\|\overline{AV}\| = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 5^2} = \sqrt{33}$



6.1. a) $\overline{BM} = \overline{BA} + \overline{AM}$

b) $\overline{ND} = \overline{NC} + \overline{CD}$

6.2. $\overline{BM} = \overline{BA} + \overline{AM} = \overline{CD} + \overline{NC} = \overline{NC} + \overline{CD} = \overline{ND}$

Logo, os vetores \overline{BM} e \overline{ND} são colineares.

7.1. $\overline{AB} = \overline{AP} + \overline{PB} = 3\overline{DP} + 3\overline{PC} = 3(\overline{DP} + \overline{PC}) = 3\overline{DC}$

7.2. $\overline{AC} + \overline{DB} = (\overline{AD} + \overline{DC}) + (\overline{DA} + \overline{AB}) =$

$= \overline{AD} + \overline{DC} + \overline{DA} + \overline{AB} =$

$\stackrel{\overline{AB}=3\overline{DC}}{\text{(provado em 7.1)}} = \overline{AD} + \overline{DC} - \overline{AD} + 3\overline{DC} =$

$= \overline{DC} + 3\overline{DC} = 4\overline{DC}$

Página 114

1.1. a) $\|\vec{u}\| = 4$

b) $\|\vec{v}\| = 2$

c) $\|\vec{w}\| = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$

d) $\|\vec{u} + \vec{v}\| = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

e) $\|\vec{v} - \vec{w}\| = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$

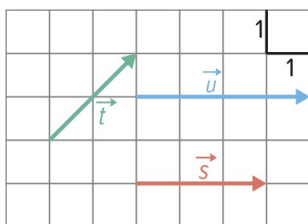
1.2. $\|\overline{BC}\| = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$

2.1. $\|\vec{s} + \vec{t}\| = \sqrt{5^2 + 2^2} = \sqrt{29}$

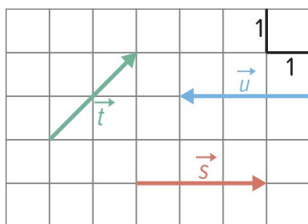
$\|\vec{s}\| + \|\vec{t}\| = 3 + \sqrt{2^2 + 2^2} = 3 + \sqrt{8}$

Conclusão: $\|\vec{s} + \vec{t}\| \neq \|\vec{s}\| + \|\vec{t}\|$

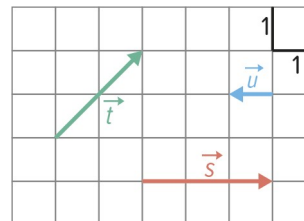
2.2. a) Por exemplo:



b)



c) Por exemplo:



3.1. a) $C + \overline{HL} = G$

b) $\overline{DJ} + \overline{DF} = \overline{DL}$

c) $\overline{MJ} + \overline{BD} + \overline{CB} = \overline{MJ} + \overline{CD} = \overline{MK}$

d) $\overline{AK} - (\overline{EH} - \overline{IG}) = \overline{AK} - (\overline{EH} + \overline{GI}) =$
 $= \overline{AK} - \overline{EJ} = \overline{AK} + \overline{JE} = \overline{AF}$

e) $\overline{GK} + \overline{FL} = \overline{BL}$

3.2. a) $\overline{EJ} - \overline{ID} = \overline{BL}$

b) $\overline{MD} + \overline{EM} = \overline{GF}$

c) $\overline{KL} - \overline{EJ} + \overline{JD} = \vec{0}$

d) $\overline{AI} + \vec{0} + \overline{YE} = \overline{AD}$

e) $\overline{BF} + \overline{LB} + \overline{AG} = \vec{0}$

4.1. a) $F + 2\overline{AM} = F + \overline{AC} = F + \overline{FH} = H$

b) $\overline{AF} + \overline{GC} = \overline{AF} + \overline{FD} = \overline{AD}$

c) $\frac{1}{2}\overline{AC} + \overline{DM} = \overline{AM} + \overline{DM} = \overline{AM} + \overline{MB} = \overline{AB}$

d) $\overline{AH} - \overline{DE} = \overline{AH} + \overline{ED} = \overline{AH} + \overline{HC} = \overline{AC}$

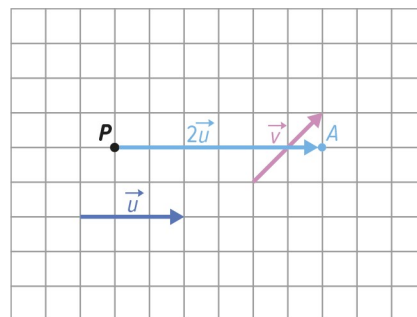
4.2. a) $\|\overline{BH}\| = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{20}$

b) $\|\overline{EG}\| = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52}$

c) $\|\overline{MC}\| = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$

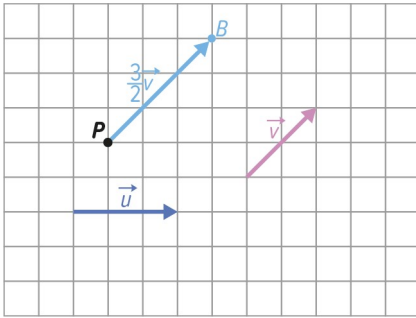
Página 115

5.1. $\overline{PA} = 2\vec{u}$

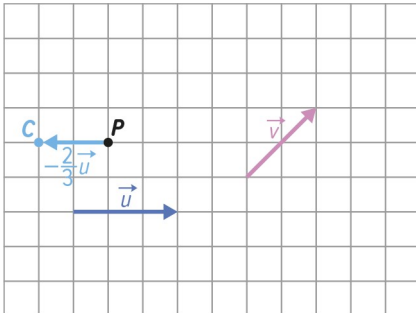




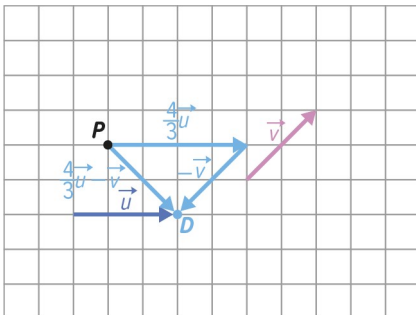
$$5.2. \quad \overline{PB} = \frac{3}{2}\vec{v}$$



$$5.3. \quad \overline{PC} = -\frac{2}{3}\vec{u}$$



$$5.4. \quad \overline{PD} = \frac{4}{3}\vec{u} - \vec{v}$$



$$6.1. \quad \|\overline{CD}\| = \sqrt{3^2 + 2^2 + 5^2} = \sqrt{38}$$

$$6.2. \quad \|\overline{CF}\| = 3\|\vec{u}\| = 3\sqrt{2}$$

$$6.3. \quad \|\overline{AE}\| = \sqrt{5^2 + 2^2 + 2^2} = \sqrt{33}$$

$$7.1. \quad \text{a) } \overline{MN} = \overline{MB} + \overline{BN} = \frac{1}{2}\overline{AB} + \frac{1}{2}\overline{BC} = \\ = \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{BC}) = \frac{1}{2}\overline{AC}$$

Logo os vetores \overline{MN} e \overline{AC} são colineares.

$$\text{b) } \overline{QP} = \overline{QD} + \overline{DP} = \frac{1}{2}\overline{AD} + \frac{1}{2}\overline{DC} = \\ = \frac{1}{2}(\overline{AD} + \overline{DC}) = \frac{1}{2}\overline{AC}$$

Logo os vetores \overline{QP} e \overline{AC} são colineares.

$$\text{c) } \overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{AC} \text{ e } \overline{QP} = \frac{1}{2}\overline{AC}, \text{ então } \overline{MN} = \overline{QP}.$$

Conclui-se que \overline{MN} e \overline{AC} são colineares

$$7.2. \quad \overline{MQ} = \overline{MA} + \overline{AQ} = \frac{1}{2}\overline{BA} + \frac{1}{2}\overline{AB} = \\ = \frac{1}{2}(\overline{BA} + \overline{AB}) = \frac{1}{2}\overline{BD} \\ \overline{NP} = \overline{NC} + \overline{CP} = \frac{1}{2}\overline{BC} + \frac{1}{2}\overline{CD} = \\ = \frac{1}{2}(\overline{BC} + \overline{CD}) = \frac{1}{2}\overline{BD}$$

Então, $\overline{MQ} = \overline{NP}$.

Logo, conclui-se que os vetores \overline{MQ} e \overline{NP} são colineares.

7.3. Se $\overline{MN} = \overline{QP}$ e $\overline{MQ} = \overline{NP}$, então o quadrilátero $[MNPQ]$ é um paralelograma.

$$8.1. \quad \vec{u} = \overline{BP} + 2\overline{HG} = \overline{HE} + \overline{ED} = \overline{HD} \\ \|\vec{u}\| = 30\sqrt{3}$$

Seja $\overline{EH} = x$, então $\overline{DE} = 2x$.

Pelo Teorema de Pitágoras:

$$\overline{DE}^2 = \overline{EH}^2 + \overline{HD}^2 \Leftrightarrow (2x)^2 = x^2 + (30\sqrt{3})^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 = x^2 + 2700 \Leftrightarrow 3x^2 = 2700 \Leftrightarrow x^2 = 900 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 30 \text{ cm}$$

$$P_{\text{janela}} = 10x = 10 \times 30 = 300 \text{ cm} = 3 \text{ m}$$

$$8.2. \quad A_{\text{[GDFH]}} = \frac{\overline{DH} \times \overline{FG}}{2} = \frac{30\sqrt{3} \times 30}{2} = \frac{900\sqrt{3}}{2} = \\ = 450\sqrt{3} \approx 779, \text{ ou seja, } 779 \text{ cm}^2$$

Página 116

$$1.1. \quad \|\vec{w}\| = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}$$

Opção (B)

$$1.2. \quad \|\vec{u}\| = 2; \|\vec{v}\| = 3; \frac{\|\vec{u}\|}{\|\vec{v}\|} = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \|\vec{u}\| = \frac{2}{3}\|\vec{v}\|$$

Opção (C)

$$2.1. \quad C + \frac{1}{2}\overline{DJ} = C + \overline{DG} = C + \overline{CF} = F$$

Opção (B)

$$2.2. \quad \overline{BC} - 2\overline{KL} = \overline{BC} - \overline{JL} = \overline{BC} + \overline{LJ} = \overline{BC} + \overline{CA} = \overline{BA}$$

Opção (A)



3.1. A afirmação falsa é a opção **(B)** pois

$$\overrightarrow{DB} = -\frac{1}{2}\vec{u}.$$

3.2. $\|\vec{v} + \vec{w}\| = \sqrt{(2^2 + 2^2) + 2^2} = \sqrt{12}$

Opção **(A)**

4.1. $H + \overrightarrow{CD} = H + \overrightarrow{HG} = G$

Opção **(D)**

4.2. $\overrightarrow{FA} - \overrightarrow{KD} = \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{DK} = \overrightarrow{FA} + \overrightarrow{AH} = \overrightarrow{FH} = \overrightarrow{DJ}$

Opção **(C)**

Página 117

1.1. a) $\frac{1}{2}\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AE}$

b) $\overrightarrow{AB} - 2\overrightarrow{DE} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AD}$

c) $D + 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CA} = D + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} =$
 $= D + \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{AB} = D + \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AB} = D + \overrightarrow{DB} = B$

1.2. $\|\overrightarrow{EB}\| = \frac{1}{2}\|\overrightarrow{DB}\| = \frac{1}{2}\sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{a^2}{4} + a^2} =$
 $= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{5a^2}{4}} = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{5}}{2} \times a = \frac{\sqrt{5}}{4}a$

2.1. a) $2\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{TS} + \overrightarrow{LK} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{TS} + \overrightarrow{LK} =$
 $= \overrightarrow{JT} + \overrightarrow{TS} + \overrightarrow{ST} = \overrightarrow{JS} + \overrightarrow{ST} = \overrightarrow{JT}$

b) $\overrightarrow{JK} - \overrightarrow{QM} = \overrightarrow{JK} + \overrightarrow{MQ} = \overrightarrow{JK} + \overrightarrow{KP} = \overrightarrow{JP}$

2.2. $7\overrightarrow{AK} + 5\overrightarrow{HE} = \lambda\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow 7\left(\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}\right) + 5\overrightarrow{BA} = \lambda\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow$
 $\Leftrightarrow \frac{7}{2}\overrightarrow{AB} - 5\overrightarrow{AB} = \lambda\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow -\frac{3}{2}\overrightarrow{AB} = \lambda\overrightarrow{AB}$

Então, $\lambda = -\frac{3}{2}$.

2.3. a) $\|\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{RS}\| = \|\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QT}\| = \|\overrightarrow{PT}\| = \sqrt{3^2 + 3^2} =$
 $= \sqrt{18}$

b) $\overrightarrow{AL}^2 = \overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{BL}^2 \Leftrightarrow \overrightarrow{AL}^2 = 6^2 + 3^2 \stackrel{\Leftrightarrow}{AL > 0}$
 $\stackrel{\Leftrightarrow}{AL > 0} \overrightarrow{AL}^2 = \sqrt{45}$
 $\overrightarrow{PL}^2 = \overrightarrow{PA}^2 + \overrightarrow{AL}^2 \Leftrightarrow \overrightarrow{PL}^2 = 3^2 + (\sqrt{45})^2 \stackrel{\Leftrightarrow}{PL > 0}$
 $\stackrel{\Leftrightarrow}{PL > 0} \overrightarrow{PL} = \sqrt{54}$
 $\|\overrightarrow{PL}\| = \sqrt{54}$

2.4. $V_{\text{poliedro figura 2}} = V_{\text{cubo}} - 8 \times V_{\text{pirâmide [KBLM]}} =$
 $= 6^3 - 8 \times \left(\frac{1}{3} \times \frac{3 \times 3}{2} \times 3\right) = 216 - 8 \times \frac{9}{2} =$
 $= 216 - 36 = 180$

Página 118

1.1. $P(1, 2)$ e $B(4, 7)$

1.2. $P + (\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AB}) = P + \overrightarrow{PB} = B$

2. Medida do comprimento da trajetória da nave:

$$\overrightarrow{PA} + \overrightarrow{AB} = \sqrt{3^2 + 2^2} + 3 = \sqrt{13} + 3$$

Medida do deslocamento: $\overrightarrow{PB} = \sqrt{3^2 + 5^2} = \sqrt{34}$

3.1. $B(3, 4)$ e $\overrightarrow{PB} = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}$

3.2. Nesse caso, as coordenadas no ponto B seriam $(5, 6)$.

Página 119

15.1. $\vec{s} = 2\vec{i} - 1\vec{j}$, logo $\vec{s}(2, -1)$

Como $\overrightarrow{OP} = \vec{s}$, então $P(2, -1)$.

15.2. $\vec{t} = -3\vec{i} - 2\vec{j}$, logo $\vec{t}(-3, -2)$

Como $\overrightarrow{OP} = \vec{t}$, então $P(-3, -2)$.

16.1. a) $\vec{u} = 2\vec{i} + 3\vec{j}$

b) $\vec{v} = -2\vec{i} + 1\vec{j}$

c) $\vec{w} = -1\vec{i} + (-3)\vec{j}$

16.2. $\vec{u}(2, 3)$, $\vec{v}(-2, 1)$ e $\vec{w}(-1, -3)$.

Página 120

1.1. a) $\vec{a} = 5\vec{i} + 2\vec{j}$ $\vec{a}(5, 2)$

b) $\vec{b} = 3\vec{i} + (-2)\vec{j}$ $\vec{b}(3, -2)$

c) $\vec{c} = (-2)\vec{i} + 0\vec{j}$ $\vec{c}(-2, 0)$

d) $\vec{d} = (-2)\vec{i} + (-4)\vec{j}$ $\vec{d}(-2, -4)$

e) $\vec{e} = 0\vec{i} + 2\vec{j}$ $\vec{e}(0, 2)$

1.2. a) Se $\overrightarrow{OP} = \vec{a}$, então $P(5, 2)$

b) Se $\overrightarrow{OP} = \vec{b}$, então $P(3, -2)$

c) Se $\overrightarrow{OP} = \vec{c}$, então $P(-2, 0)$

d) Se $\overrightarrow{OP} = \vec{d}$, então $P(-2, -4)$

e) Se $\overrightarrow{OP} = \vec{e}$, então $P(0, 2)$



- 2.1. $3\vec{i} - \vec{j} = \vec{c}$
- 2.2. O vetor que tem coordenadas $(0, 2)$ é o \vec{b} .
- 2.3. $3\vec{i} = \vec{t}$
- 2.4. O vetor que tem coordenadas $(2, 2)$ é o \vec{s} .
- 2.5. $-2\vec{i} = \vec{u}$
- 2.6. O vetor que tem coordenadas $(0, -4)$ é o \vec{w} .
- 2.7. $-2\vec{i} - 3\vec{j} = \vec{v}$
- 2.8. O vetor que tem coordenadas $(-1, 2)$ é o \vec{a} .

Página 121

- 17.1. Como $\vec{u} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$, então $\vec{u}(2, -1, 1)$.
Se $\vec{OP} = \vec{u}$, então $P(2, -1, 1)$.
- 17.2. Como $\vec{v} = -\vec{i} + 2\vec{k}$, então $\vec{v}(-1, 0, 2)$.
Se $\vec{OP} = \vec{v}$, então $P(-1, 0, 2)$.
- 17.3. Como $\vec{w}(-3, 1, -1)$ e $\vec{OP} = \vec{w}$, então $P(-3, 1, -1)$.
- 18.1. $\vec{u} = -6\vec{i} + 4\vec{j} + 2\vec{k}$ e $\vec{v} = 4\vec{j} - 2\vec{k}$, logo $\vec{u}(-6, 4, 2)$ e $\vec{v}(0, 4, -2)$.
- 18.2. $\vec{u} = 6\vec{i} + 4\vec{j} - 2\vec{k}$ e $\vec{v} = -6\vec{i} + 4\vec{j}$, logo $\vec{u}(6, 4, -2)$ e $\vec{v}(-6, 4, 0)$.

Página 122

- 1.1. $\vec{u}(1, -2, 0)$
- 1.2. $P(1, 0, -1)$
- 1.3. $\vec{v}(1, 0, -1)$
- 2.1. $\vec{w}(2, -1, 0)$
- 2.2. As coordenadas do vetor \vec{t} são $(-2, -1, 2)$
Opção (A)
- 3.1. $\vec{s}(1, 0, -1)$
- 3.2. $\vec{r}(1, -3, -1)$
Opção (A)

Página 123

- 19.1. $\vec{s} = 2\vec{i} + \vec{j}$, logo $\vec{s}(2, 1)$
 $\vec{s} + \vec{t} = (2, 1) + (-3, 5) = (-1, 6)$

- 19.2. $\vec{t} - \vec{s} = (-3, 5) - (2, 1) = (-5, 4)$
- 19.3. $2\vec{i} + \vec{t} = (2, 0) + (-3, 5) = (-1, 5)$
- 19.4. $\vec{s} + \vec{t} - 2\vec{j} = (2, 1) + (-3, 5) - (0, 2) = (-1, 4)$
- 20.1. Como $\vec{u} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$, então $\vec{u}(-1, 2, 3)$
 $\vec{u} + \vec{i} = (-1, 2, 3) + (1, 0, 0) = (0, 2, 3)$
- 20.2. $\vec{v} + \vec{i} + 2\vec{k} = (2, -1, 1) + (1, 0, 2) = (3, -1, 3)$
- 20.3. $\vec{u} + \vec{v} = (-1, 2, 3) + (2, -1, 1) = (1, 1, 4)$
- 20.4. $\vec{v} - \vec{u} + 2\vec{j} = (2, -1, 1) - (-1, 2, 3) + (0, 2, 0) = (3, -3, -2) + (0, 2, 0) = (3, -1, -2)$
21. $2\vec{i} - \vec{v} = (2, 0, 0) - (-2, 1, -\frac{3}{2}) = (4, -1, \frac{3}{2})$
 $\vec{u} - (2\vec{i} - \vec{v}) + \vec{k} = (-1, 2, 3) - (4, -1, \frac{3}{2}) + (0, 0, 1) = (-5, 3, \frac{3}{2}) + (0, 0, 1) = (-5, 3, \frac{5}{2})$

Página 124

22. Sendo \vec{u} o vetor de coordenadas $(1, 1)$, então $\vec{a} = -\vec{u} = -(1, 1) = (-1, -1)$
 $\vec{b} = -\frac{1}{2}\vec{u} = -\frac{1}{2}(1, 1) = (-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$
 $\vec{c} = \frac{3}{2}\vec{u} = \frac{3}{2}(1, 1) = (\frac{3}{2}, \frac{3}{2})$
- 23.1. $\frac{1}{2}\vec{u} = \frac{1}{2}(1, 1) = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$
- 23.2. $-2\vec{u} + \vec{v} = -2(1, 1) + (2, -1, 3) = (-2, -2, 3) + (2, -1, 3) = (0, -3, 6)$
- 23.3. $\vec{u} - 2\vec{v} = (1, 1) - 2(2, -1, 3) = (1, 1) - (4, -2, 6) = (-3, 3, -5)$
- 23.4. $3\vec{u} - \vec{v} = 3(1, 1) - (2, -1, 3) = (3, 3) - (2, -1, 3) = (1, 4, 0)$

Página 125

- 24.1. a) \vec{w} : vetor colinear com \vec{u} e com sentido igual ao de \vec{u} .
Por exemplo, $\vec{w} = 2\vec{u} = 2(-2, 5) = (-4, 10)$.



- b) \vec{w} : vetor colinear com \vec{u} e com sentido oposto ao de \vec{u} .

Por exemplo, $\vec{w} = -3\vec{u} = -3(-2, 5) = (6, -15)$.

- 24.2. \vec{u} e \vec{v} são vetores colineares se e só se

$$\exists \lambda \in \mathbb{R} : \vec{v} = \lambda \vec{u}.$$

$$\vec{v} = \lambda \vec{u} \Leftrightarrow (3, -2) = \lambda(-2, 5) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (3, -2) = (-2\lambda, 5\lambda) \Leftrightarrow \begin{cases} -2\lambda = 3 \\ 5\lambda = -2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = -\frac{3}{2} \\ \lambda = -\frac{2}{5} \end{cases}$$

Sistema impossível, logo os vetores \vec{u} e \vec{v} não são colineares.

- 25.1. a) \vec{u} e \vec{w} são colineares se e só se

$$\exists \lambda \in \mathbb{R} : \vec{w} = \lambda \vec{u}.$$

$$\vec{w} = \lambda \vec{u} \Leftrightarrow (-8, 2) = \lambda(4, -1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (-8, 2) = (4\lambda, -\lambda) \Leftrightarrow \begin{cases} 4\lambda = -8 \\ -\lambda = 2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = -2 \\ \lambda = -2 \end{cases}$$

$\vec{w} = -2\vec{u}$, logo os vetores \vec{u} e \vec{w} são colineares.

- b) \vec{u} e \vec{v} são vetores colineares se e só se

$$\exists \lambda \in \mathbb{R} : \vec{v} = \lambda \vec{u}$$

$$\vec{v} = \lambda \vec{u} \Leftrightarrow (-2, 0) = \lambda(4, -1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (-2, 0) = (4\lambda, -\lambda) \Leftrightarrow \begin{cases} 4\lambda = -2 \\ -\lambda = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \lambda = -\frac{1}{2} \\ \lambda = 0 \end{cases}$$

Sistema impossível, logo os vetores \vec{u} e \vec{v} não são colineares.

- c) \vec{v} e \vec{w} são vetores colineares se e só se

$$\exists \lambda \in \mathbb{R} : \vec{w} = \lambda \vec{v}$$

$$\vec{w} = \lambda \vec{v} \Leftrightarrow (-8, 2) = \lambda(-2, 0) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (-8, 2) = (-2\lambda, 0\lambda) \Leftrightarrow \begin{cases} -2\lambda = 8 \\ 0\lambda = 2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

Sistema impossível, logo os vetores \vec{v} e \vec{w} não são colineares.

- 25.2. a) \vec{u} e \vec{s} são vetores colineares se e só se

$$\exists \lambda \in \mathbb{R} : \vec{s} = \lambda \vec{u}.$$

$$\vec{s} = \lambda \vec{u} \Leftrightarrow (-a, a+1) = \lambda(4, -1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (-a, a+1) = (4\lambda, -\lambda) \Leftrightarrow \begin{cases} -a = 4\lambda \\ a+1 = -\lambda \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = -\frac{a}{4} \\ a+1 = \frac{a}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ \frac{3a}{4} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ a = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

$$a = -\frac{4}{3}$$

- b) \vec{v} e \vec{s} são vetores colineares se e só se

$$\exists \lambda \in \mathbb{R} : \vec{s} = \lambda \vec{v}.$$

$$\vec{s} = \lambda \vec{v} \Leftrightarrow (-a, a+1) = \lambda(-2, 0) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (-a, a+1) = (-2\lambda, 0\lambda) \Leftrightarrow \begin{cases} -2\lambda = -a \\ 0\lambda = a+1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = -\frac{1}{2} \\ a = -1 \end{cases}$$

$$a = -1$$

- c) \vec{w} e \vec{s} são vetores colineares se e só se

$$\exists \lambda \in \mathbb{R} : \vec{s} = \lambda \vec{w}.$$

$$\vec{s} = \lambda \vec{w} \Leftrightarrow (-a, a+1) = \lambda(-8, 2) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (-a, a+1) = (-8\lambda, 2\lambda) \Leftrightarrow \begin{cases} -8\lambda = -a \\ 2\lambda = a+1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{a}{8} \\ 2 \times \frac{a}{8} = a+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ \frac{a}{4} = a+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ a = -\frac{4}{3} \end{cases}$$

$$a = -\frac{4}{3}$$

- 26.1. \vec{u} e \vec{v} são vetores colineares se e só se

$$\exists \lambda \in \mathbb{R} : \vec{v} = \lambda \vec{u}.$$

$$\vec{v} = \lambda \vec{u} \Leftrightarrow (k-3, k) = \lambda(k-1, 2k) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (k-3, k) = (\lambda k - \lambda, 2\lambda k) \Leftrightarrow \begin{cases} k-3 = \lambda k - \lambda \\ k = 2\lambda k \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} - \\ k - 2\lambda k = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ k(1 - 2\lambda) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} - \\ k = 0 \vee \lambda = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = 3 \\ k = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} \lambda = 5 \\ k = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Afirmação verdadeira.



$$26.2. \quad \vec{u} - \vec{v} = (k-1, 2k) - (k-3, k) = (2, k)$$

$$\vec{v} - \vec{i} = (k-3, k) - (1, 0) = (k-4, k)$$

$\vec{u} - \vec{v}$ e $\vec{v} - \vec{i}$ são vetores colineares se e só se

$$\exists \lambda \in \mathbb{R} : \vec{v} - \vec{i} = \lambda(\vec{u} - \vec{v})$$

$$\vec{v} - \vec{i} = \lambda(\vec{u} - \vec{v}) \Leftrightarrow (k-4, k) = \lambda(2, k) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (k-4, k) = (2\lambda, \lambda k) \Leftrightarrow \begin{cases} 2\lambda = k-4 \\ \lambda k = k \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k\lambda - k = 0 \\ k(\lambda - 1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k = 0 \vee \lambda = 1 \\ k = 0 \vee \lambda = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 6 \\ \lambda = 1 \end{cases}$$

Afirmação verdadeira.

Página 126

$$8.1. \quad \vec{u} + \vec{v} = (4, 1) + (2, -2) = (6, -1)$$

$$8.2. \quad \vec{v} - \vec{u} = (2, -2) - (4, 1) = (-2, -3)$$

$$8.3. \quad 2\vec{u} = 2(4, 1) = (8, 2)$$

$$8.4. \quad -\frac{1}{2}\vec{v} = -\frac{1}{2}(2, -2) = (-1, 1)$$

$$9.1. \quad \text{a) } \vec{u} + \vec{w} = a\vec{i} + b\vec{j} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (2, 3) + (-3, 4) = (a, 0) + (0, b) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (-1, 7) = (a, b) \Leftrightarrow a = -1 \wedge b = 7$$

$$\text{b) } \vec{v} - \vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (0, -4) - (2, 3) = (a, 0) + (0, b) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (-2, -7) = (a, b) \Leftrightarrow a = -2 \wedge b = -7$$

$$\text{c) } \vec{w} - \frac{1}{2}\vec{v} - \vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (-3, 4) - \frac{1}{2}(0, 4) - (2, 3) = (a, 0) + (0, b) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (-3, 4) - (0, 2) - (2, 3) = (a, b) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (-3, 6) - (2, 3) = (a, b) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (-5, 3) = (a, b) \Leftrightarrow a = -5 \wedge b = 3$$

$$\text{d) } \frac{2}{3}\left(\vec{w} - \frac{1}{2}\vec{u}\right) = a\vec{i} + b\vec{j} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3}\left((-3, 4) - \frac{1}{2}(2, 3)\right) = (a, 0) + (0, b) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3}\left((-3, 4) - \left(1, \frac{3}{2}\right)\right) = (a, b) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{2}{3}\left(-4, \frac{5}{2}\right) = (a, b) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(-\frac{8}{3}, \frac{5}{3}\right) = (a, b) \Leftrightarrow a = -\frac{8}{3} \wedge b = \frac{5}{3}$$

$$9.2. \quad \vec{OP} = \vec{v} + 2\vec{w} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \vec{OP} = (0, -4) + 2(-3, 4) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \vec{OP} = (0, -4) + (-6, 8) \Leftrightarrow \vec{OP} = (-6, 4) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P - O = (-6, 4) \Leftrightarrow P = (0, 0) + (-6, 4) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P(-6, 4)$$

$$10.1. \quad \vec{w} = -3\vec{u} + \vec{v} = -3(-3, 2, 1) + (1, -1, 2) =$$

$$= (9, -6, -3) + (1, -1, 2) = (10, -7, -1)$$

$$10.2. \quad \vec{t} = \vec{u} - 2\vec{v} = (-3, 2, 1) - 2(1, -1, 2) =$$

$$= (-3, 2, 1) - (2, -2, 4) = (-5, 4, -3)$$

Página 127

$$11.1. \quad \vec{AB} = \frac{1}{4}\vec{AV} = \frac{1}{4}(-12, 9, 6) = \left(-3, \frac{9}{4}, \frac{3}{2}\right)$$

$$11.2. \quad \vec{VC} = -\frac{1}{2}\vec{AV} = -\frac{1}{2}(-12, 9, 6) = \left(6, -\frac{9}{2}, -3\right)$$

$$11.3. \quad \vec{BD} = \frac{1}{2}\vec{AV} = \frac{1}{2}(-12, 9, 6) = \left(-6, \frac{9}{2}, 3\right)$$

$$11.4. \quad \vec{BV} = \frac{3}{4}\vec{AV} = \frac{3}{4}(-12, 9, 6) = \left(-9, \frac{27}{4}, \frac{9}{2}\right)$$

$$11.5. \quad \frac{1}{2}\vec{BA} = \frac{1}{2}\left(-\frac{1}{4}\vec{AV}\right) = -\frac{1}{8}\vec{AV} = -\frac{1}{8}(-12, 9, 6) =$$

$$= \left(\frac{3}{2}, -\frac{9}{8}, -\frac{3}{4}\right)$$

$$11.6. \quad -2\vec{AD} = -2\left(\frac{3}{4}\vec{AV}\right) = -\frac{3}{2}\vec{AV} = -\frac{3}{2}(-12, 9, 6) =$$

$$= \left(18, -\frac{27}{2}, -9\right)$$

12. Opção (C)

$$\text{Pois } (-9, 3, -6) = -3(3, 1, 2)$$

$$13. \quad \vec{u}(6, 0) \text{ e } \vec{w} = 4\vec{j} = (0, 4)$$

Por observação da figura, sabe-se que $\vec{v} = \frac{2}{3}\vec{u}$,

$$\text{ou seja, } \vec{v} = \frac{2}{3}(6, 0) = (4, 0).$$

Assim sendo:

$$\vec{v} + \vec{w} = (4, 0) + (0, 4) = (4, 4)$$



Página 128

27.1. a) $\overline{AB} = B - A = (1, -4) - (-3, 5) = (4, -9)$

b) $\overline{CB} = B - C = (1, -4) - (0, -3) = (1, -1)$

c) $\vec{u} + \overline{AC} = (2, -1) - (C - A) =$
 $= (2, -1) + ((0, -3) - (-3, 5)) =$
 $= (2, -1) + (3, -8) = (5, -9)$

d) $\frac{1}{2}\vec{v} - 2\overline{BC} = \frac{1}{2}(-4, 2) - 2(-1, 1) =$
 $= (-2, 1) - (-2, 2) = (0, -1)$

Nota: $\overline{BC} - \overline{CB} = -(-1, -1) = (-1, 1)$

27.2. a) $A + \vec{u} = (-3, 5) + (2, -1) = (-1, 4)$

b) $B - \vec{v} = (1, -4) + (-4, 2) = (-3, -2)$

c) $C + \vec{u} = (0, -3) + (2, -1) = (2, -4)$

28.1. a) $\overline{AP} = \vec{u} \Leftrightarrow P - A = \vec{u} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow P = A + \vec{u} \Leftrightarrow P = (4, -6) + (-2, 5) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P = (2, -1)$$

b) $\overline{AP} = \overline{OB} \Leftrightarrow P - A = B - O \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow P = A + (B - O) \Leftrightarrow P = (4, -6) + (-3, -1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P(1, -7)$$

c) $\overline{AB} = \vec{u} + \overline{OP} \Leftrightarrow B - A = \vec{u} + \overline{OP} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow (-3, -1) - (4, -6) = (-2, 5) + \overline{OP} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (-7, 5) = (-2, 5) + \overline{OP} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (-7, 5) - (-2, 5) = P - O \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (-5, 0) = P - (0, 0) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P = (-5, 0) + (0, 0) \Leftrightarrow$$

$$P = (-5, 0)$$

28.2. $C \in Oy$, logo $C(0, y)$, $y \in \mathbb{R}$

$$\overline{AC} = C - A = (0, y) - (4, -6) = (-4, y+6)$$

$$\frac{1}{2}\overline{AC} = \vec{u} \Leftrightarrow \frac{1}{2}(-4, y+6) = (-2, 5) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(-2, \frac{y+6}{2}\right) = (-2, 5) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2 = -2 \\ \frac{y+6}{2} = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ y+6 = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} - \\ y = 4 \end{cases}$$

$$C(0, 4)$$

29.1. $\overline{BE} = E - B = (4, 0, 5) - (2, 4, 1) = (2, -4, 4)$

$$\overline{AB} = B - A = (2, 4, 1) - (4, 0, 0) = (-2, 4, 1);$$

29.2. $F = A + \overline{AF} = (4, 0, 0) + (-2, 4, 6) = (2, 4, 6)$

Página 129

30.1. a) $\overline{DV} = V - D = (1, 3, 7) - (-1, 6, 0) =$
 $= (2, -3, 7)$

b) $C = D + \overline{AB} = (-1, 6, 0) + (5, -1, 0) =$
 $= (4, 5, 0)$

30.2. $\overline{AB}(5, -1, 0)$ e $\vec{u}(0, 2, 1)$

Os vetores \overline{AB} e \vec{u} não são colineares pois não existe um número λ tal que $\vec{u} = \lambda \overline{AB}$.

Ora, $\vec{u} = \lambda \overline{AB} \Leftrightarrow (0, 2, 1) = \lambda(5, -1, 0) \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow (0, -2, 1) = (5\lambda, -\lambda, 0\lambda) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5\lambda = 0 \\ -\lambda = -2 \\ 0\lambda = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = 0 \\ \lambda = 2 \\ 0 = 1 \end{cases}$$

Sistema impossível.

Assim sendo, os vetores \overline{AB} e \vec{u} não são colineares.

Página 130

31.1. $\|\vec{u}\| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$

31.2. $\|\vec{v} + \vec{w}\| = \|(5, 0) + (1, -8)\| = \|(6, -8)\| =$
 $= \sqrt{6^2 + (-8)^2} = \sqrt{100} = 10$

31.3. $\|-\vec{w}\| = \|-(1, -8)\| = \|(-1, 8)\| =$
 $= \sqrt{(-1)^2 + 8^2} = \sqrt{65}$

31.4. $\|\vec{u} + \vec{v}\| = \|(-3, 4) + (5, 0)\| = \|(2, 4)\| = \sqrt{2^2 + 4^2} =$
 $= \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

32.1. a) $\|\vec{u}\| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + (-2)^2} = \sqrt{9} = 3$

b) $-2\overline{AB} = -2(B - A) = -2((2, 0, -3) - (1, -1, 1)) =$
 $= -2(1, 1, -4) = (-2, -2, 8)$

$$\| -2\overline{AB} \| = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2 + 8^2} = \sqrt{72} = 6\sqrt{2}$$



$$c) \overline{AB} - \vec{u} = (1, 1, -4) - (-1, 2, -2) = (2, -1, -2)$$

$$\|\overline{AB} - \vec{u}\| = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + (-2)^2} = \sqrt{9} = 3$$

$$32.2. a) \|\vec{v}\| = 6 = 2 \times \|\vec{u}\|$$

Como \vec{v} é colinear com \vec{u} , tem sentido contrário e norma 6, então

$$\vec{v} = -2\vec{u} = -2(-1, 2, -2) = (2, -4, 4).$$

$$b) \overline{AB} = (1, 1, -4)$$

$$\|\overline{AB}\| = \sqrt{1^2 + 1^2 + (-4)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$$

$$\|\vec{v}\| = \|\vec{u}\| = 3 = \frac{1}{\sqrt{2}} \|\overline{AB}\|$$

Como \vec{v} é colinear com \overline{AB} , tem sentido igual ao de \overline{AB} e $\|\vec{v}\| = \frac{1}{\sqrt{2}} \|\overline{AB}\|$, então:

$$\vec{v} = \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2} (1, 1, -4) = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, -2\sqrt{2} \right)$$

$$33.1. P \in Ox \Leftrightarrow P(x, 0)$$

$$\|\overline{AP}\| = 2 \Leftrightarrow \|P - A\| = 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \|(x, 0) - (1, -1)\| = 2 \Leftrightarrow \|(x-1, 1)\| = 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2 + 1^2} = 2 \Leftrightarrow (x-1)^2 + 1 = 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 = 3 \Leftrightarrow x-1 = \sqrt{3} \vee x-1 = -\sqrt{3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \sqrt{3} + 1 \vee x = -\sqrt{3} + 1$$

Então, $P(\sqrt{3} + 1, 0)$ ou $P(-\sqrt{3} + 1, 0)$

$$33.2. P \in Oy \Leftrightarrow P(0, y)$$

$$\|\overline{AP}\| = 2 \Leftrightarrow \|P - A\| = 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \|(0, y) - (1, -1)\| = 2 \Leftrightarrow \|(-1, y+1)\| = 2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(-1)^2 + (y+1)^2} = 2 \Leftrightarrow 1 + (y+1)^2 = 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (y+1)^2 = 3 \Leftrightarrow y+1 = \sqrt{3} \vee y+1 = -\sqrt{3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y = \sqrt{3} - 1 \vee y = -\sqrt{3} - 1$$

Então, $P(0, \sqrt{3} - 1)$ ou $P(0, -\sqrt{3} - 1)$

Página 131

$$1. \overline{BC} = C - B = (7, 7) - (0, 5) = (7, 2)$$

$$\|\overline{BC}\| = \sqrt{7^2 + 2^2} = \sqrt{53}$$

$$2. A \in Ox \text{ e } x_A < x_C, \text{ então } A(x, 0), x < 7$$

$$\overline{AC} = C - A = (7, 7) - (x, 0) = (7-x, 7)$$

$$\|\overline{AC}\| = \sqrt{74} \Leftrightarrow \sqrt{(7-x)^2 + 7^2} = \sqrt{74} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (7-x)^2 + 49 = 74 \Leftrightarrow (7-x)^2 = 25 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 7-x = 5 \vee 7-x = -5 \Leftrightarrow x = 2 \vee x = 12$$

Como $x_A < 7$, conclui-se que $x_A = 2$.

Assim sendo, $A(2, 0)$.

$$3.1. \overline{BC}(7, 2)$$

Se \vec{u} e \overline{BC} são colineares, então $\vec{u} = \lambda \overline{BC}$,

$\lambda \in \mathbb{R}$.

$$\|\vec{u}\| = |\lambda| \|\overline{BC}\| \Leftrightarrow 1 = |\lambda| \sqrt{53} \Leftrightarrow |\lambda| = \frac{1}{\sqrt{53}} \Leftrightarrow$$

$$\lambda = \frac{\sqrt{53}}{53} \vee \lambda = -\frac{\sqrt{53}}{53}$$

Como \vec{u} e \overline{BC} têm o mesmo sentido, sabe-se que $\lambda > 0$. Conclui-se que $\lambda = \frac{\sqrt{53}}{53}$.

$$\text{Logo, } \vec{u} = \frac{\sqrt{53}}{53} (7, 2) = \left(\frac{7\sqrt{53}}{53}, \frac{2\sqrt{53}}{53} \right)$$

$$3.2. \text{ Se } \vec{u} \text{ e } \overline{BC} \text{ são colineares, então } \vec{u} = \lambda \overline{BC},$$

$\lambda \in \mathbb{R}$.

$$\|\vec{u}\| = |\lambda| \|\overline{BC}\| \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 4 = |\lambda| \sqrt{53} \Leftrightarrow |\lambda| = \frac{4}{\sqrt{53}} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \lambda = \frac{4\sqrt{53}}{53} \vee \lambda = -\frac{4\sqrt{53}}{53}$$

Como \vec{u} e \overline{BC} têm sentidos opostos, sabe-se que $\lambda < 0$. Conclui-se que $\lambda = -\frac{4\sqrt{53}}{53}$.

$$\text{Logo, } \vec{u} = -\frac{4\sqrt{53}}{53} (7, 2) = \left(\frac{-28\sqrt{53}}{53}, \frac{-8\sqrt{53}}{53} \right).$$

Página 132

$$14.1. B = A + \overline{AB} = (3, -2) + (1, 4) = (4, 2)$$

$$14.2. M: \text{ ponto médio de } [OA]$$

$$\overline{OA} = A - O = (3, -2) - (0, 0) = (3, -2)$$

$$M = O + \frac{1}{2} \overline{OA} = (0, 0) + \frac{1}{2} (3, -2) =$$

$$= (0, 0) + \left(\frac{3}{2}, -1 \right) = \left(\frac{3}{2}, -1 \right)$$



$$14.3. \quad \overline{AC} = \vec{u} \Leftrightarrow C - A = \vec{u} \Leftrightarrow C = A + \vec{u} \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow C = (3, -2) + (-1, 3) \Leftrightarrow C = (2, 1)$$

$$15.1. \quad \overline{AB} = (5, -2) \Leftrightarrow B - (-3, 1) = (5, -2) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow B = (5, -2) + (-3, 1) \Leftrightarrow B = (2, -1)$$

$$\text{Então, } \overline{BC} = C - B = (-1, 4) - (2, -1) = (-3, 5)$$

$$15.2. \quad D = B + \frac{1}{3}\overline{BC} = (2, -1) + \frac{1}{3}(-3, 5) = \\ = (2, -1) + \left(-1, \frac{5}{3}\right) = \left(1, \frac{2}{3}\right)$$

$$16.1. \quad \text{a) } \|\vec{u}\| = \sqrt{3^2 + (-1)^2 + 2^2} = \sqrt{14}$$

$$\text{b) } \overline{BA} = A - B = (-2, -1, 0) - (4, -2, -3) = \\ = (-6, 3, 3) \\ \frac{1}{3}\overline{BA} = \frac{1}{3}(-6, 3, 3) = \left(-\frac{6}{3}, \frac{3}{3}, \frac{3}{3}\right) = (-2, 1, 1)$$

$$\left\|\frac{1}{3}\overline{BA}\right\| = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{6}$$

$$\text{c) } \overline{AB} = -\overline{BA} = -(-6, 3, 3) = (6, -3, -3) \\ \overline{AB} - 2\vec{u} = (6, -3, -3) - 2(3, -1, 2) = \\ = (6, -3, -3) - (6, -2, 4) = (0, -1, -7) \\ \|\overline{AB} - 2\vec{u}\| = \sqrt{0^2 + (-1)^2 + (-7)^2} = \sqrt{50}$$

$$16.2. \quad \text{a) } \|\vec{v}\| = 28 \text{ e } \|\vec{u}\| = \sqrt{14}$$

$$\frac{\|\vec{v}\|}{\|\vec{u}\|} = \frac{28}{\sqrt{14}} = \frac{28\sqrt{14}}{14} = 2\sqrt{14}$$

$$\text{Logo, } \|\vec{v}\| = 2\sqrt{14}\|\vec{u}\|.$$

Como \vec{v} é colinear com \vec{u} , tem sentido

igual ao vetor \vec{u} e $\|\vec{v}\| = 28$, então

$$\vec{v} = 2\sqrt{14}\vec{u} = 2\sqrt{14}(3, -1, 2) = \\ = (6\sqrt{14}, -2\sqrt{14}, 4\sqrt{14})$$

$$\text{b) } \|\overline{AB}\| = \sqrt{6^2 + (-3)^2 + (-3)^2} = \sqrt{54}$$

$$\|\vec{u}\| = \frac{1}{6}\|\overline{AB}\| = \frac{1}{6} \times \sqrt{54} = \frac{\sqrt{54}}{6} = \\ = \frac{\sqrt{6 \times 9}}{6} = \frac{\sqrt{6} \times \sqrt{9}}{6} = \frac{\sqrt{6} \times 3}{6} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

Como \vec{v} é colinear com \overline{AB} , tem sentido oposto ao vetor \overline{AB} e $\|\vec{v}\| = \frac{1}{6}\|\overline{AB}\|$, então

$$\vec{v} = -\frac{1}{6}\overline{AB} = -\frac{1}{6}(6, -3, -3) = \left(-\frac{6}{6}, \frac{3}{6}, \frac{3}{6}\right) = \\ = \left(-1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$$

Página 133

$$17. \quad C \in Oy \Leftrightarrow C(0, y)$$

$$\overline{AB} = B - A = (2, 1) - (-2, 3) = (4, -2)$$

$$\overline{AC} = C - A = (0, y) - (-2, 3) = (2, y - 3)$$

$$\overline{AB} = \overline{AC} \Leftrightarrow \|\overline{AB}\| = \|\overline{AC}\| \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{4^2 + (-2)^2} = \sqrt{2^2 + (y-3)^2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 20 = 4 + (y-3)^2 \Leftrightarrow 16 = (y-3)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y-3 = 4 \vee y-3 = -4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y = 7 \vee y = -1$$

Como $y_C > 0$, conclui-se que $C(0, 7)$.

$$\overline{BC} = C - B = (0, 7) - (2, 1) = (-2, 6)$$

$$\|\overline{BC}\| = \sqrt{(-2)^2 + 6^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

$$18. \quad \overline{OB} = (2, 6) \Leftrightarrow B - O = (2, 6) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow B = (2, 6) + (0, 0) \Leftrightarrow B = (2, 6)$$

Como $[OABC]$ é um quadrado:

$$\overline{AB} = B - A = (2 - k, 8 - k)'$$

$$\overline{AB} = 2\overline{AM} \Leftrightarrow (2 - k, 8 - k) = 2\left(1 - \frac{k}{2}, 2\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (2 - k, 8 - k) = (2 - k, 4) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2 - k = 2 - k \wedge 8 - k = 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow k \in \mathbb{R} \wedge k = 4 \Leftrightarrow k = 4.$$

Para $k = 4$: $A(4, 2)$

$$\overline{AO} = O - A = (-4, -2)$$

$$\overline{AB} = B - A = (2, 6) - (4, 2) = (-2, 4)$$

$$\overline{AC} = \overline{AO} + \overline{AB} = (-4, -2) + (-2, 4) = (-6, 2)$$



19. Sendo $\vec{u}(2, -1, 3)$, então

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{2^2 - (-1)^2 + 3^2} = \sqrt{14}.$$

19.1. $\|\vec{u} + \vec{v}\| > \|\vec{v}\|$

Por exemplo, $\vec{v}(3, 0, 0)$.

Ora, $\vec{u} + \vec{v} = (2, -1, 3) + (3, 0, 0) = (5, -1, 3)$

$$\|\vec{u} + \vec{v}\| = \sqrt{5^2 + (-1)^2 + 3^2} = \sqrt{25 + 1 + 9} = \sqrt{35} > \sqrt{14}$$

19.2. $\|\vec{u} + \vec{v}\| = \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$

Por exemplo, $\vec{v}(4, -2, 6)$.

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{4^2 + (-2)^2 + 6^2} = \sqrt{16 + 4 + 36} = \sqrt{56} = 2\sqrt{14}$$

$\vec{u} + \vec{v} = (2, -1, 3) + (4, -2, 6) = (6, -3, 9)$

$$\|\vec{u} + \vec{v}\| = \sqrt{6^2 + (-3)^2 + 9^2} = \sqrt{36 + 9 + 81} = \sqrt{126} = 3\sqrt{14}$$

$$\|\vec{u}\| + \|\vec{v}\| = \sqrt{14} + 2\sqrt{14} = 3\sqrt{14}$$

Então, $\|\vec{u} + \vec{v}\| = \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$

19.3. $\|\vec{u} + \vec{v}\| < \|\vec{u}\|$

Por exemplo, $\vec{v}(-1, 0, -2)$.

Ora, $\vec{u} + \vec{v} = (2, -1, 3) + (-1, 0, -2) = (1, -1, 1)$

$$\|\vec{u} + \vec{v}\| = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 1^2} = \sqrt{3} < \sqrt{14}$$

Página 134

1. $\overline{AB} = B - A = (b_1, b_2) - (a_1, a_2) = (b_1 - a_1, b_2 - a_2)$

$$M = A + \frac{1}{2}\overline{AB} = (a_1, a_2) + \frac{1}{2}(b_1 - a_1, b_2 - a_2) =$$

$$= (a_1, a_2) + \left(\frac{b_1 - a_1}{2}, \frac{b_2 - a_2}{2}\right) = \left(\frac{a_1 + b_1}{2}, \frac{a_2 + b_2}{2}\right)$$

2.1. a) $B = A + \overline{EC} = A + (C - E) = (-3, 1) + (2, -3) = (-1, -2)$

b) Sejam M_1, M_2, M_3 e M_4 os pontos médios dos lados $[AB], [BC], [CE]$ e $[AE]$, respectivamente.

$$M_1\left(\frac{-3-1}{2}, \frac{1-2}{2}\right), M_2\left(\frac{-1+4}{2}, \frac{-2-1}{2}\right),$$

$$M_3\left(\frac{4+2}{2}, \frac{-1+2}{2}\right) \text{ e } M_4\left(\frac{-3+2}{2}, \frac{1+2}{2}\right)$$

Ou seja, $M_1\left(-2, -\frac{1}{2}\right), M_2\left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right),$

$M_3\left(3, \frac{1}{2}\right)$ e $M_4\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$.

2.2. a) $\overline{CE} = E - C = (-2, 3)$

$$F = A + \overline{CE} = (-3, 1) + (-2, 3) = (-5, 4)$$

b) As diagonais de um paralelogramo bissetam-se, logo o ponto de interseção das diagonais do paralelogramo é o ponto médio de $[AE]$.

$$M\left(\frac{-3+2}{2}, \frac{1+2}{2}\right), \text{ ou seja, } M\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right).$$

2.3. a) $D = C + \overline{AE} = (4, -1) + (5, 1) = (9, 0)$

Cálculo auxiliar: $\overline{AE} = E - A = (5, 1)$

b) $P(x, y)$

Se D é o ponto médio de $[AP]$, então:

$$\left(\frac{-3+x}{2}, \frac{1+y}{2}\right) = (9, 0) \Leftrightarrow \frac{-3+x}{2} = 9 \wedge \frac{1+y}{2} = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 21 \wedge y = -1$$

Logo $P(21, -1)$.

3. $\overline{AB} = B - A = (b_1, b_2, b_3) - (a_1, a_2, a_3) =$

$$= (b_1 - a_1, b_2 - a_2, b_3 - a_3)$$

$$M = A + \frac{1}{2}\overline{AB} =$$

$$= (a_1, a_2, a_3) + \frac{1}{2}(b_1 - a_1, b_2 - a_2, b_3 - a_3) =$$

$$= (a_1, a_2, a_3) + \left(\frac{b_1 - a_1}{2}, \frac{b_2 - a_2}{2}, \frac{b_3 - a_3}{2}\right) =$$

$$= \left(a_1 + \frac{b_1 - a_1}{2}, a_2 + \frac{b_2 - a_2}{2}, a_3 + \frac{b_3 - a_3}{2}\right) =$$

$$= \left(\frac{2a_1 + b_1 - a_1}{2}, \frac{2a_2 + b_2 - a_2}{2}, \frac{2a_3 + b_3 - a_3}{2}\right) =$$

$$= \left(\frac{a_1 + b_1}{2}, \frac{a_2 + b_2}{2}, \frac{a_3 + b_3}{2}\right)$$

Página 135

1.1. $B + 2\vec{u} = D$

1.2. $B - \vec{u} = A$

1.3. $B + 3\vec{u} = E$



2. Por exemplo:

2.1. $P\left(-1, \frac{3}{2}\right)$

2.2. $P\left(1, \frac{5}{2}\right)$

2.3. $P\left(-3, \frac{1}{2}\right)$

2.4. $P(-6, -1)$

3.1. Pontos B e C

3.2. Pontos D e E

3.3. Pontos A e B

4.1. $\left(5, \frac{9}{2}\right) = (-2, 1) + k(2, 1) \Leftrightarrow \begin{cases} 5 = -2 + 2k \\ \frac{9}{2} = 1 + k \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 7 = 2k \\ \frac{7}{2} = k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{7}{2} \\ k = \frac{7}{2} \end{cases}$$

Existe, $k = \frac{7}{2}$, logo $T \in r$.

4.2. $(-6, -1) = (-2, 1) + k(2, 1) \Leftrightarrow \begin{cases} -6 = -2 + 2k \\ -1 = 1 + k \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k = -2 \\ k = -2 \end{cases}$$

Existe, $k = -2$, logo $T \in r$.

4.3. $(8, 5) = (-2, 1) + k(2, 1) \Leftrightarrow \begin{cases} 8 = -2 + 2k \\ 5 = 1 + k \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k = 5 \\ k = 4 \end{cases}$$

Sistema impossível

Não existe, logo $T \notin r$.

4.4. $\left(3, \frac{7}{2}\right) = (-2, 1) + k(2, 1) \Leftrightarrow \begin{cases} 3 = -2 + 2k \\ \frac{7}{2} = 1 + k \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{5}{2} \\ k = \frac{5}{2} \end{cases}$$

Existe, $k = \frac{5}{2}$, logo $T \in r$.

4.5. $(10, 8) = (-2, 1) + k(2, 1) \Leftrightarrow \begin{cases} 10 = -2 + 2k \\ 8 = 1 + k \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k = 6 \\ k = 7 \end{cases}$$

Sistema impossível. Não existe, logo $T \notin r$.

Página 136

34.1. Uma equação vetorial da reta que passa em $A(3, 0)$ e tem a direção do vetor $\vec{u}(1, -2)$ é:

$$(x, y) = (3, 0) + k(1, -2), k \in \mathbb{R}$$

34.2. $\vec{AC} = C - A = (2, -3) - (3, 0) = (-1, -3)$

Uma equação vetorial da reta que passa em

$B(-1, 4)$ e tem a direção de $\vec{AC}(-1, -3)$ é:

$$(x, y) = (-1, 4) + k(-1, -3), k \in \mathbb{R}$$

34.3. Um vetor diretor da reta AB é

$$\vec{AB} = B - A = (-1, 4) - (3, 0) = (-4, 4)$$

Uma equação vetorial da reta AB é:

$$(x, y) = (3, 0) + k(-4, 4), k \in \mathbb{R}$$

34.4. Um vetor diretor da reta BC é

$$\vec{BC} = C - B = (2, -3) - (-1, 4) = (3, -7)$$

Uma equação vetorial da reta BC é:

$$(x, y) = (-1, 4) + k(3, -7), k \in \mathbb{R}$$

35.1. Um vetor diretor da reta AC é

$$\vec{AC} = C - A = (5, 0) - (-2, -1) = (7, 1)$$

Uma equação vetorial da reta AC é:

$$(x, y) = (-2, -1) + k(7, 1), k \in \mathbb{R}$$

35.2. O vetor $\vec{u}(-3, 1)$ é um vetor diretor da reta AB e

também é um vetor diretor da reta CD pois as retas AB e CD têm a mesma direção. Uma

equação vetorial da reta CD é:

$$(x, y) = (5, 0) + k(-3, 1), k \in \mathbb{R}$$

36.1. $r: (x, y) = (1, 2) + k(-1, 3), k \in \mathbb{R}$

a) $P_1(-1, 8) \in r$?

$$(-1, 8) = (1, 2) + k(-1, 3), k \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow (-1, 8) = (1, 2) + (-k, 3k) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (-1, 8) = (1 - k, 2 + 3k) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 = 1 - k \\ 8 = 2 + 3k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 2 \\ k = 2 \end{cases} \Leftrightarrow k = 2$$

O ponto de coordenadas $(-1, 8)$ pertence à reta r .



b) $P_2(4, -5) \in r$?

$$(4, -5) = (1, 2) + k(-1, 3), k \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow (4, -5) = (1, 2) + (-k, 3k) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (4, -5) = (1-k, 2+3k) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4 = 1-k \\ -5 = 2+3k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -3 \\ k = -\frac{7}{3} \end{cases}$$

Sistema impossível

O ponto de coordenadas $(4, -5)$ não pertence à reta r .

36.2. a) $P(0, y) \in r : (0, y) = (1, 2) + k(-1, 3), k \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow (0, y) = (1-k, 2+3k) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 = 1-k \\ y = 2+3k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 1 \\ y = 5 \end{cases}$$

Logo, $P(0, 5)$.

b) $P(x, 0) \in r : (x, 0) = (1, 2) + k(-1, 3), k \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow (x, 0) = (1-k, 2+3k) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1-k \\ 0 = 2+3k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - \left(-\frac{2}{3}\right) \\ k = -\frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{3} \\ k = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

Logo, $P\left(\frac{5}{3}, 0\right)$

c) $P(2, y) \in r$

$$(2, y) = (1, 2) + k(-1, 3), k \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (2, y) = (1-k, 2+3k) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 = 1-k \\ y = 2+3k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -1 \\ y = -1 \end{cases}$$

Logo, $P(2, -1)$

d) $P(x, -3) \in r$

$$(x, -3) = (1, 2) + k(-1, 3), k \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x, -3) = (1-k, 2+3k) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1-k \\ -3 = 2+3k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - \left(-\frac{5}{3}\right) \\ k = -\frac{5}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{8}{3} \\ k = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

Logo, $P\left(\frac{8}{3}, -3\right)$

Página 137

37.1. Um vetor diretor da reta AC é:

$$\overline{AC} = C - A = (0, 2, 4) - (4, -2, 2) = (-4, 4, 2)$$

Uma equação vetorial AC é:

$$(x, y, z) = (4, -2, 2) + k(-4, 4, 2), k \in \mathbb{R}$$

37.2. O vetor \overline{AC} é um vetor diretor da reta pedida uma vez que a reta é paralela à reta AC .

Uma equação vetorial da reta que passa em B e é paralela a AC :

$$(x, y, z) = (4, 2, 0) + k(-4, 4, 2), k \in \mathbb{R}$$

37.3. A reta pedida é paralela a AB , logo o vetor \overline{AB} é um vetor diretor dessa reta.

$$\overline{AB} = B - A = (4, 2, 0) - (4, -2, 2) = (0, 4, -2)$$

Uma equação vetorial da reta que passa em C e é paralela a AB é:

$$(x, y, z) = (0, 2, 4) + k(0, 4, -2), k \in \mathbb{R}$$

38.1. a) $\overline{AB} = B - A = (3, 1, -1) - (-2, -1, 4) = (5, 2, -5)$

Uma equação vetorial da reta AB é:

$$(x, y, z) = (-2, -1, 4) + k(5, 2, -5), k \in \mathbb{R}$$

b) Um vetor diretor da reta r é: $\vec{u}(-2, 3, 4)$.

Uma equação vetorial da reta que passa em $A(-2, -1, 4)$ e é paralelo a r é:

$$(x, y, z) = (-2, -1, 4) + k(-2, 3, 4), k \in \mathbb{R}$$

38.2. a) $P(-1, y, z) \in r$:

$$(-1, y, z) = (1, -2, 1) + k(-2, 3, 4) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (-1, y, z) = (1, -2, 1) + (-2k, 3k, 4k) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (-1, y, z) = (1-2k, -2+3k, 1+4k) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 = 1-2k \\ y = -2+3k \\ z = 1+4k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 1 \\ y = 1 \\ z = 5 \end{cases}$$

Logo $P(-1, 1, 5)$



b) $P(x, 2, z) \in r$:

$$(x, 2, z) = (1, -2, 1) + k(-2, 3, 4) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x, 2, z) = (1-2k, -2+3k, 1+4k) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1-2k \\ 2 = -2+3k \\ z = 1+4k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{5}{3} \\ k = \frac{4}{3} \\ z = \frac{19}{3} \end{cases}$$

Logo, $P\left(-\frac{5}{3}, 2, \frac{19}{3}\right)$.

c) $P(x, 2x, z) \in r$:

$$(x, 2x, z) = (1, -2, 1) + k(-2, 3, 4) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x, 2x, z) = (1-2k, -2+3k, 1+4k) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1-2k \\ 2x = -2+3k \\ z = 1+4k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\hspace{2cm}} \\ 2(1-2k) = -2+3k \\ \underline{\hspace{2cm}} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\hspace{2cm}} \\ 2-4k = -2+3k \\ \underline{\hspace{2cm}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{7} \\ k = \frac{4}{7} \\ z = \frac{23}{7} \end{cases}$$

Logo $P\left(-\frac{1}{7}, -\frac{2}{7}, \frac{23}{7}\right)$

Página 138

20.1. Para averiguar se o ponto $A(5, -2)$ pertence à

reta r basta verificar se:

$$\exists k \in \mathbb{R} : (5, -2) = (2, -1) + k(3, -2)$$

$$(5, -2) = (2, -1) + k(3, -2) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (5, -2) = (2+3k, -1-2k) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5 = 2+3k \\ -2 = -1-2k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 1 \\ k = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Sistema impossível

O ponto A não pertence à reta r .

$B(-4, 3) \in r$ se

$$\exists k \in \mathbb{R} : (-4, 3) = (2, -1) + k(3, -2)$$

$$(-4, 3) = (2, -1) + k(3, -2) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (-4, 3) = (2+3k, -1-2k) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4 = 2+3k \\ 3 = -1-2k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -2 \\ k = -2 \end{cases} \Leftrightarrow k = -2$$

O ponto B pertence à reta r .

20.2. a) $c \in r \wedge x_c = 6$

$$(6, y) = (2, -1) + k(3, -2), k \in \mathbb{R}$$

$$(6, y) = (2+3k, -1-2k), k \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 6 = 2+3k \\ y = -1-2k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{4}{3} \\ y = -\frac{11}{3} \end{cases}$$

Logo, $C\left(6, -\frac{11}{3}\right)$.

b) $c \in r \wedge y_c = -1$

$$(x, -1) = (2, -1) + k(3, -2), k \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x, -1) = (2+3k, -1-2k), k \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2+3k \\ -1 = -1-2k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ k = 0 \end{cases}$$

Logo $C(2, -1)$.

c) $c \in r \wedge \underbrace{c \in Ox}_{y=0}$

$$(x, 0) = (2, -1) + k(3, -2), k \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x, 0) = (2+3k, -1-2k), k \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2+3k \\ 0 = -1-2k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ k = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

Logo, $C\left(\frac{1}{2}, 0\right)$.

d) $c \in r \wedge \underbrace{c \in Oy}_{x=0}$

$$(0, y) = (2, -1) + k(3, -2), k \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (0, y) = (2+3k, -1-2k), k \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 = 2+3k \\ y = -1-2k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -\frac{2}{3} \\ y = \frac{1}{3} \end{cases}$$

Logo, $C\left(0, \frac{1}{3}\right)$.

20.3. a) Um vetor diretor da reta AB é

$$\overline{AB} = B - A = (-4, 3) - (5, -2) = (-9, 5).$$

Uma equação vetorial da reta AB é:

$$(x, y) = (5, -2) + k(-9, 5), k \in \mathbb{R}$$



b) Um vetor diretor da reta r é: $\vec{u}(3, 2)$.

Uma equação vetorial da reta que passa em

$A(5, -2)$ e é paralela a r é:

$$(x, y) = (5, -2) + k(3, 2), \quad k \in \mathbb{R}$$

21.1. $A \in Ox$ logo $A(x, 0)$

Como $A \in AB$, tem-se:

$$(x, 0) = (0, 1) + k(-2, -1) \Leftrightarrow (x, 0) = (0 - 2k, 1 - k) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -2k \\ 0 = 1 - k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ k = 1 \end{cases}$$

$$A(-2, 0)$$

Um vetor diretor da reta AC é:

$$\overline{AC} = C - A = (0, 5) - (-2, 0) = (2, 5).$$

Uma equação vetorial da reta AC é:

$$(x, y) = (0, 5) + k(2, 5), \quad k \in \mathbb{R}$$

21.2. $B(4, y) \in r$, logo tem-se:

$$(4, y) = (0, 1) + k(-2, -1) \Leftrightarrow (4, y) = (-2k, 1 - k) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4 = -2k \\ y = 1 - k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -2 \\ y = 3 \end{cases} \quad B(4, 3)$$

Um vetor diretor da reta BC é:

$$\overline{BC} = C - B = (0, 5) - (4, 3) = (-4, 2).$$

Uma equação vetorial da reta BC é:

$$(x, y) = (0, 5) + k(-4, 2), \quad k \in \mathbb{R}$$

Página 139

22.1. $A(-1, 2, 3)$ e

$$r: (x, y, z) = (2, 0, 1) + k(-1, 1, 2), \quad k \in \mathbb{R}$$

Como $s \parallel r$, então o vetor de coordenadas

$(-1, 1, 2)$, sendo um vetor diretor da reta r ,

também é um vetor diretor da reta s .

Uma equação vetorial da reta s é:

$$(x, y, z) = (-1, 2, -3) + k(-1, 1, 2), \quad k \in \mathbb{R}$$

O plano xOz é definido pela equação $y = 0$.

Seja I o ponto de interseção da reta s com o plano xOz

$$(x, y, z) = (-1, 2, -3) + k(-1, 1, 2), \quad k \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 - k \\ 0 = 2 + k \\ z = -3 + 2k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ k = -2 \\ z = -7 \end{cases}$$

Então, as coordenadas do ponto I são

$$(1, 0, -7).$$

22.2. $B(y, y, z)$

Como B pertence à reta r , tem-se:

$$(y, y, z) = (2, 0, 1) + k(-1, 1, 2), \quad k \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 - k \\ y = 0 + k \\ z = 1 + 2k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 2 - k \\ - \\ - \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 1 \\ y = 1 \\ z = 3 \end{cases}$$

$$B(1, 1, 3)$$

Um vetor diretor da reta AB é:

$$\overline{AB} = B - A = (1, 1, 3) - (-1, 2, -3) = (2, -1, 6)$$

Uma equação vetorial da reta AB é:

$$(x, y, z) = (-1, 2, -3) + k(2, -1, 6), \quad k \in \mathbb{R}$$

23.1. $P(3, 1, 1)$; $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 \leq 18$

Centro: $C(-1, 0, 2)$

$$\overline{CP} = P - C = (3, 1, 1) - (-1, 0, 2) = (4, 1, -1)$$

Uma equação vetorial da reta CP é:

$$(x, y, z) = (3, 1, 1) + k(4, 1, -1), \quad k \in \mathbb{R}$$

23.2. a) $r: (x, y, z) = (1, -1, 3) + k(-2, 1, -1), \quad k \in \mathbb{R}$

$c \in r$?

$$(-1, 0, 2) = (1, -1, 3) + k(-2, 1, -1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (-1, 0, 2) = (1, -1, 3) + (-2k, k, -k) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (-1, 0, 2) = (1 - 2k, -1 + k, 3 - k) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1 = 1 - 2k \\ 0 = -1 + k \\ 2 = 3 - k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 1 \\ k = 1 \\ k = 1 \end{cases}$$

Assim, $c \in r$, logo a reta r contém um

diâmetro da esfera.

b) $T(x, 3, z) \in r$, então:

$$(x, 3, z) = (1, -1, 3) + k(-2, 1, -1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x, 3, z) = (1 - 2k, -1 + k, 3 - k) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - 2k \\ 3 = -1 + k \\ z = 3 - k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -7 \\ k = 4 \\ z = -1 \end{cases}$$

Logo, $T(-7, 3, -1)$.



Página 140

$$1. S_1: (x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 9$$

Centro: $A(-2, -1, 1)$; raio 3

$$S_2: (x-4)^2 + (y-7)^2 + (z-1)^2 = 25$$

Centro: $B(4, 7, 1)$; raio 5

$$2.1. \overline{AB} = \sqrt{(-2-4)^2 + (-1-7)^2 + (1-1)^2} = \\ = \sqrt{36+64+0} = \sqrt{100} = 10$$

$$2.2. \overline{TS} = \overline{AB} - \overline{AT} - \overline{SB} = 10 - 3 - 5 = 2$$

3.1. \overline{AB} é um vetor diretor da reta AB .

$$\overline{AB} = B - A = (4, 7, 1) - (-2, -1, 1) = (6, 8, 0)$$

Uma equação vetorial da reta AB é:

$$(x, y, z) = (-2, -1, 1) + k(6, 8, 0), k \in \mathbb{R}$$

3.2. $D \in yOz$, logo $D(0, y, z)$; $y, z \in \mathbb{R}$.

Como $D \in AB$:

$$(0, y, z) = (-2, -1, 1) + k(6, 8, 0) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 = -2 + 6k \\ y = -1 + 8k \\ z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{1}{3} \\ y = \frac{5}{3} \\ z = 1 \end{cases}$$

Logo, $D\left(0, \frac{5}{3}, 1\right)$.

3.3. $R(1, y, z) \in AB$, logo:

$$(1, y, z) = (-2, -1, 1) + k(6, 8, 0) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 1 = -2 + 6k \\ y = -1 + 8k \\ z = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ y = 3 \\ z = 1 \end{cases}$$

Logo $R(1, 3, 1)$

$$\overline{RA} = \sqrt{(1+2)^2 + (3+1)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$\overline{RA} > 3$, logo R não pertence à esfera limitada pela superfície esférica S_1 .

$$\overline{RB} = \sqrt{(1-4)^2 + (3-7)^2 + (1-1)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$\overline{RB} \leq 5$, logo R pertence à esfera limitada pela superfície esférica S_2 .

$$4.1. T = A + 3\vec{u} \Leftrightarrow T - A = 3\vec{u} \Leftrightarrow \overline{AT} = 3\vec{u}$$

$$\|\overline{AB}\| = \overline{AB} = 10 \text{ e } \vec{u} = \frac{1}{10}\overline{AB}$$

$$\vec{u} = \frac{1}{10}\overline{AB} = \frac{1}{10}(6, 8, 0) = \left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}, 0\right)$$

$$T = (-2, -1, 1) + 3\left(\frac{3}{5}, \frac{4}{5}, 0\right) = \left(-\frac{1}{5}, \frac{7}{5}, 1\right)$$

$$4.2. S = B + 5\vec{v}; \vec{v} = \frac{1}{10}\overline{BA} = \left(-\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}, 0\right)$$

$$S = (4, 7, 1) + 5\left(-\frac{3}{5}, -\frac{4}{5}, 0\right) = (1, 3, 1)$$

Página 141

39.1. Sendo $\vec{u}(-2, 5)$ um vetor diretor da reta, o

$$\text{declive da reta é } m = \frac{5}{-2} = -\frac{5}{2}.$$

39.2. Sendo $\vec{u}(-1, -4)$ um vetor diretor da reta, o

$$\text{declive da reta é } m = \frac{-4}{-1} = 4$$

39.3. Sendo $\vec{u}(2, 0)$ um vetor diretor da reta, o

$$\text{declive da reta é } m = \frac{0}{2} = 0$$

40.1. O declive da reta definida pela equação $y = 4x - 1$ é 4. Então, um vetor diretor da reta é, por exemplo, $\vec{v}(2, 8)$.

40.2. O declive da reta definida pela equação $y = -2x + 5$ é -2 . Então, um vetor diretor da reta é, por exemplo, $\vec{v}(1, -2)$.

40.3. O declive da reta definida pela equação $y = -5$ é 0. Então, um vetor diretor da reta é, por exemplo, $\vec{v}(4, 0)$.

41.1. a) $r: y = -3x + 2$

$m = -3$: um vetor diretor da reta r é, por exemplo, $\vec{u}(1, -3)$.

$b = 2$: um ponto da reta r é, por exemplo, $(0, 2)$.

Uma equação vetorial da reta r é:

$$(x, y) = (0, 2) + k(1, -3), k \in \mathbb{R}$$



b) $s : (x, y) = (6, -5) + k(-3, 1), k \in \mathbb{R}$

Um vetor diretor da reta s é $\vec{v}(-3, 1)$.

Declive da reta s : $m = \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3}$

$s : y = -\frac{1}{3}x + b$

Como $(6, -5)$ são as coordenadas de um ponto de s , tem-se:

$$-5 = -\frac{1}{3} \times 6 + b \Leftrightarrow -5 = -2 + b \Leftrightarrow -3 = b$$

Uma equação reduzida da reta s é

$$y = -\frac{1}{3}x - 3.$$

41.2. a) Um vetor diretor da reta AB é \overline{AB} :

$$\overline{AB} = B - A = (1, 1) - (-3, 5) = (4, -4)$$

Uma equação vetorial da reta AB é:

$$(x, y) = (-3, 5) + k(4, -4), k \in \mathbb{R}$$

b) $\overline{AB}(4, -4)$ é um vetor diretor da reta AB

Declive da reta AB : $m = \frac{-4}{4} = -1$

$AB : y = -x + b$

O ponto $B(1, 1)$ pertence à reta, logo:

$$1 = -1 + b \Leftrightarrow 2 = b$$

Equação reduzida da reta AB é $y = -x + 2$

Página 142

2.1. A reta que apresenta maior ordenada na origem é a reta r .

2.2. As retas que têm igual declive são as retas r e t porque são paralelas.

2.3. As retas que têm declive negativo são as retas s e u . Dessas duas, a que tem menor declive é a reta u .

Declive negativo: retas s e u

Menor declive: reta u

3.1. Um vetor diretor da reta r é: $\vec{u}(2, 1)$

Declive da reta r : $m = \frac{1}{2}$

$r : y = \frac{1}{2}x + b$

Como $A(2, 4)$ pertence à reta r , tem-se:

$$4 = \frac{1}{2} \times 2 + b \Leftrightarrow 3 = b$$

Equação da reta r : $y = \frac{1}{2}x + 3$

3.2. $s \parallel r \Leftrightarrow m_s = m_r \Leftrightarrow m_s = \frac{1}{2}$

$s : y = \frac{1}{2}x + b$

Como $B(6, 1)$ pertence à reta s , tem-se:

$$1 = \frac{1}{2} \times 6 + b \Leftrightarrow -2 = b$$

Equação da reta s : $y = \frac{1}{2}x - 2$

3.3. Por exemplo, se $k = 2$, então $k\vec{u} = (4, 2)$

Declive da reta: $m = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$y = \frac{1}{2}x + b$

Como $C(-3, -5)$ pertence à reta, tem-se:

$$-5 = \frac{1}{2} \times (-3) + b \Leftrightarrow -5 + \frac{3}{2} = b \Leftrightarrow -\frac{7}{2} = b$$

Equação da reta: $y = \frac{1}{2}x - \frac{7}{2}$

Página 143

42. $r : y + 3x = 4 \Leftrightarrow y = -3x + 4$. Então, $m_r = -3$

$s : (x, y) = (1, 5) + k(2, -6), k \in \mathbb{R}$. Então,

$$m_s = \frac{-6}{2} = -3$$

$t : y = 3x + 4$. Então, $m_t = 3$

Como $m_r = m_s$, as retas r e s são paralelas.

43. A reta r é definida por :

$$(x, y) = (-2, 1) + k(2, -8), k \in \mathbb{R}.$$

Então, $m_r = \frac{-8}{2} = -4$

Equação reduzida da reta paralela a r :

$$y = -4x + b$$

Como $A(5, -1)$ pertence à reta,

$$-1 = -4 \times 5 + b \Leftrightarrow 19 = b$$

Então, a equação reduzida da reta paralela a r e que passa por A é: $y = -4x + 19$



44.1. Interseção com o eixo Oy :

$$\begin{cases} 2y + 7x = 4 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 0 \end{cases}$$

Interseção com o eixo Ox :

$$\begin{cases} 2y + 7x = 4 \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x = 4 \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{7} \\ y = 0 \end{cases}$$

Os pontos de interseção da reta r com cada um dos eixos coordenados tem coordenadas $(0,2)$

e $\left(\frac{4}{7}, 0\right)$.

44.2. $2y + 7x = 4 \Leftrightarrow y = -\frac{7}{2}x + 2$.

Então $m = -\frac{7}{2}$.

A equação reduzida é do tipo $y = -\frac{7}{2}x + b$.

Como $A(-1,3)$ pertence à reta ,

$$3 = -\frac{7}{2} \times (-1) + b \Leftrightarrow 3 - \frac{7}{2} = b \Leftrightarrow -\frac{1}{2} = b$$

Logo, $y = -\frac{7}{2}x - \frac{1}{2}$.

Página 144

24.1. $\begin{cases} y = -x + 2 \\ 2x + 2y - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -x + 2 \\ y = -x + \frac{3}{2} \end{cases}$

São paralelas.

24.2. $\begin{cases} 2y = x \\ 2y + x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y = x \\ x + x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2y = x \\ 2x = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{1}{4} \\ x = \frac{1}{2} \end{cases}$

Retas concorrentes.

Coordenadas do ponto de interseção: $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{4}\right)$

24.3. $\begin{cases} x = 2 \\ x - y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = x - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}$

Retas concorrentes.

Coordenadas do ponto de interseção: $(2,0)$

24.4. $\begin{cases} y = x \\ \pi x - \pi y - 2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x \\ y = x - \frac{2}{\pi} \end{cases}$

São paralelas.

25.1. $A(x,0)$

Substituindo na equação da reta AD :

$$0 = -x + 1 \Leftrightarrow x = 1$$

As coordenadas do ponto A são $(1,0)$.

25.2. Como o quadrilátero $[ABCD]$ é um trapézio,

sabe-se que os segmentos de reta $[BC]$ e

$[AD]$ são paralelos. Então, as retas BC e AD

também são paralelas.

Como a reta AD tem declive -1 , a reta BC tem declive igual a -1 . Assim, a reta BC é definida por uma equação do tipo: $y = -x + b$

O ponto $B(5,0)$ pertence à reta BC :

$$0 = -5 + b \Leftrightarrow b = 5$$

Equação reduzida da reta BC : $y = -x + 5$.

25.3. Sendo 5 a ordenada na origem da reta BC ,

conclui-se que o ponto C tem coordenadas $(0,5)$.

25.4. $D(-1,2)$ $C(0,5)$

$$\overline{CD} = D - C = (-1, -3)$$

Uma equação vetorial da reta CD é:

$$(x, y) = (-1, 2) + k(-1, -3), \quad k \in \mathbb{R}$$

Página 145

26.1. $y = 1$

26.2. $\overline{AC} = C - A = (2,5)$ $y = \frac{5}{2}x + b$

Como A pertence à reta,

$$1 = \frac{5}{2} \times 2 + b \Leftrightarrow b = -4$$

Equação reduzida da reta AC : $y = \frac{5}{2}x - 4$

26.3. $\overline{BC} = C - B = (-2,5)$

$$y = -\frac{5}{2}x + b$$

Como B pertence à reta,

$$1 = -\frac{5}{2} \times 6 + b \Leftrightarrow b = 16$$

Equação reduzida da reta AC : $y = -\frac{5}{2}x + 16$



27.1. $A(1,1) \quad B(3,2)$

$$\overline{AB} = B - A = (2,1)$$

Uma equação vetorial da reta CD é:

$$(x,y) = (1,1) + k(2,1), \quad k \in \mathbb{R}$$

27.2. Reta paralela a AB admite vetor diretor

$$\overline{AB} = (2,1), \text{ ou seja, tem declive } m = \frac{1}{2}.$$

Equação reduzida é do tipo $y = \frac{1}{2}x + b$.

O ponto $C(-1,3)$ pertence à reta, logo,

$$3 = \frac{1}{2} \times (-1) + b \Leftrightarrow \frac{7}{2} = b$$

Equação reduzida da reta : $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$

28.1.

```
xA=float(input(" xA= "))
yA=float(input(" yA= "))
xB=float(input(" xB= "))
yB=float(input(" yB= "))

if xA==xB:
    print ("A reta é vertical e é definida por x = ", xA)
else:
    m=(yB-yA)/(xB-xA)
    b=yA-m*xA
    print ("Declive da reta: ", m)
    print ("Ordenada na origem: ", b)
    print ("Equação reduzida: y = ",m,"x+",b)
```

a) $y = -17x + 39$

b) $y = x + 3$

c) $y = 2x - 1$

d) A reta é vertical (não pode ser definida por uma equação reduzida) e é definida pela equação $x = 4$.

28.2.

```
print ("Equação vetorial: (x,y)=(",xA,",",yA,")+k(",xB-xA,",yB-yA,") , com k real")
```

Por exemplo:

a) $(x,y) = (2,5) + k(1,-17), \quad k \in \mathbb{R}$

b) $(x,y) = (-2,1) + k(7,7), \quad k \in \mathbb{R}$

c) $(x,y) = (2,5;4) + k(-3,-6), \quad k \in \mathbb{R}$

d) $(x,y) = (4,-9) + k(0,8), \quad k \in \mathbb{R}$

Página 146

29.1. a) Um vetor diretor da reta AB é:

$$\overline{AB} = B - A = (2,1) - (-1,3) = (3,-2).$$

O declive da reta AB é $m = \frac{-2}{3} = -\frac{2}{3}$.

b) Um vetor diretor da reta BC é:

$$\overline{BC} = C - B = (-2,-1) - (2,1) = (-4,-2).$$

O declive da reta BC é $m = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$.

29.2. a) Um vetor diretor da reta é $\overline{AB} = (3,-2)$

porque as retas são paralelas. Uma equação vetorial da reta paralela a AB e que passa em $C(-2,-1)$ é:

$$(x,y) = (-2,-1) + k(3,-2), \quad k \in \mathbb{R}$$

b) Uma equação vetorial da reta paralela a AB e que passa em $D(2,3)$ é:

$$(x,y) = (2,3) + k(3,-2), \quad k \in \mathbb{R}$$

30.1. Um vetor diretor da reta r é $\vec{u}(-2,-1)$.

Então, o declive da reta r é: $m_r = \frac{-1}{-2} = \frac{1}{2}$.

$$s: x + 2y = 6 \Leftrightarrow 2y = -x + 6 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}x + 3$$

Logo $m_r = \frac{1}{2}$ e $m_s = -\frac{1}{2}$.

30.2. a) $A \in Ox$, logo $A(x,0)$. Como $A \in r$:

$$(x,0) = (2,2) + k(-2,-1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x,0) = (2-2k, 2-k) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2-2k \\ 0 = 2-k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ k = 2 \end{cases}$$

Logo, $A(-2,0)$.

b) $B \in Oy$, logo $B(0,y)$.

Como $B \in s$:

$$0 + 2y = 6 \Leftrightarrow y = 3$$

Logo, $B(0,3)$.

c) P é o ponto de interseção das retas r e s .

$$r: y = \frac{1}{2}x + b$$

$(2,2) \in r$, então:

$$2 = \frac{1}{2} \times 2 + b \Leftrightarrow b = 1$$

$$r: y = \frac{1}{2}x + 1$$

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + 1 \\ y = -\frac{1}{2}x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}x + 1 = -\frac{1}{2}x + 3 \\ \frac{1}{2}x + 1 = -\frac{1}{2}x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 2 \end{cases}$$

Logo, $P(2,2)$.



- 30.3. a) Se a reta é paralela a r , então tem o mesmo declive que r , ou seja, $m = \frac{1}{2}$.

A reta passa em $B(0, 3)$, logo uma

equação reduzida da reta é $y = \frac{1}{2}x + 3$.

b) $m_s = -\frac{1}{2}$

Um vetor diretor da reta s é, por exemplo,

$$\vec{u}(2, -1).$$

Uma equação vetorial da reta que passa em

$A(-2, 0)$ e é paralela a s é

$$(x, y) = (-2, 0) + k(2, -1), \quad k \in \mathbb{R}.$$

31. $\overline{CA} = \overline{CB} = \sqrt{5}$, logo A e B pertence à circunferência de centro C e raio $\sqrt{5}$.

Equação da circunferência:

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 = 5$$

C é o ponto de interseção das retas r e s .

$$m_s = \frac{2}{-2} = -1 \quad s: y = -x + b$$

$$(4, 2) \in s: 2 = -4 + b \Leftrightarrow b = 6$$

$$r: y = -x + b$$

$$\begin{cases} y = 2x \\ y = -x + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\hspace{2cm}} \\ 2x = -x + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 4 \\ x = 2 \end{cases}$$

$$C(2, 4)$$

A circunferência é definida pela condição:

$$(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 5$$

A:

$$\begin{cases} (x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 5 \\ y = 2x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x - 2)^2 + (2x - 4)^2 = 5 \\ \underline{\hspace{2cm}} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 4 + 4x^2 - 16x + 16 = 5 \\ \underline{\hspace{2cm}} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x^2 - 20x + 20 = 0 \\ \underline{\hspace{2cm}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 3 = 0 \\ \underline{\hspace{2cm}} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4 \pm \sqrt{11 - 12}}{2} \\ \underline{\hspace{2cm}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \vee x = 1 \\ \underline{\hspace{2cm}} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 6 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Então, $A(3, 6)$ ou $A(1, 2)$.

B:

$$\begin{cases} (x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 5 \\ y = -x + 6 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x - 2)^2 + (-x + 6 - 4)^2 = 5 \\ \underline{\hspace{2cm}} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x + 4 + x^2 - 4x + 4 = 5 \\ \underline{\hspace{2cm}} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 8x + 8 = 0 \\ \underline{\hspace{2cm}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 24}}{2} \\ \underline{\hspace{2cm}} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{8 \pm 2\sqrt{10}}{2} \\ \underline{\hspace{2cm}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 + \sqrt{10} \\ y = 2 - \sqrt{10} \end{cases} \vee \begin{cases} x = 4 - \sqrt{10} \\ y = 2 + \sqrt{10} \end{cases}$$

Então, $B(4 + \sqrt{10}, 2 - \sqrt{10})$ ou

$B(4 - \sqrt{10}, 2 + \sqrt{10})$.

Página 147

- 1.1. Um vetor diretor da reta r : $\vec{u}(-2, 7)$

$$\text{Declive da reta } r: m = \frac{7}{-2} = -\frac{7}{2}$$

$$r: y = -\frac{7}{2}x + b$$

Como o ponto $A(2, 1)$ pertence à reta r , tem-se:

$$1 = -\frac{7}{2} \times 2 + b \Leftrightarrow 1 = -7 + b \Leftrightarrow 8 = b$$

$$\text{Equação reduzida da reta } r: y = -\frac{7}{2}x + 8$$

- 1.2. Equação vetorial da reta s :

$$(x, y) = (4, 2) + k(-2, 2), \quad k \in \mathbb{R}$$

$$\text{Declive da reta } s: m = \frac{2}{-2} = -1$$

$$s: y = -x + b$$

Como o ponto de coordenadas $(4, 2)$ pertence à reta s , tem-se:

$$2 = -4 + b \Leftrightarrow 6 = b$$

$$\text{Equação reduzida da reta } s: y = -x + 6$$

- 2.1. $B(x, 1)$ pertence à reta s , logo tem-se:

$$1 = -x + 6 \Leftrightarrow x = 5$$

$$B(5, 1)$$



2.2. $C(x, x)$ pertence à reta s , logo tem-se:

$$x = -x + 6 \Leftrightarrow 2x = 6 \Leftrightarrow x = 3$$

$$C(3, 3)$$

2.3. $\overline{BC} = C - B = (3, 3) - (5, 1) = (-2, 2)$

$$\|\overline{BC}\| = \sqrt{(-2)^2 + 2^2} = \sqrt{8}$$

3.1. Como retas paralelas têm o mesmo declive e o declive da reta s é -1 , então uma equação do tipo $y = -x + b$.

Como $A(2, 1)$ pertence à reta, tem-se:

$$1 = -2 + b \Leftrightarrow b = 3$$

Equação da reta paralela a s e que passa em A :

$$y = -x + 3.$$

3.2. Como retas paralelas têm o mesmo declive e o declive da reta r é $-\frac{7}{2}$, então uma equação da

reta paralela a r e que passa em C é do tipo

$$y = -\frac{7}{2}x + b.$$

Como $C(3, 3)$ pertence à reta, tem-se:

$$3 = -\frac{7}{2} \times 3 + b \Leftrightarrow 3 = -\frac{21}{2} + b \Leftrightarrow \frac{27}{2} = b$$

Equação da reta paralela a r e que passa em C :

$$y = -\frac{7}{2}x + \frac{27}{2}$$

4. P : ponto de interseção das retas r e s :

$$\begin{cases} y = -\frac{7}{2}x + 8 \\ y = -x + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x + 6 = -\frac{7}{2}x + 8 \\ y = -x + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{5}{2}x = 2 \\ y = -x + 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{5} \\ y = -\frac{4}{5} + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{5} \\ y = \frac{26}{5} \end{cases}$$

$$P\left(\frac{4}{5}, \frac{26}{5}\right)$$

Como o ponto P tem ordenada $\frac{26}{5}$, a distância

entre o ponto P e a reta da equação $y = 3,8$ é:

$$\left|3,8 - \frac{26}{5}\right| = |3,8 - 5,2| = |-1,4| = 1,4$$

Página 148

1. $\vec{a}(2, 2)$, $\vec{b}(-1, 2)$, $\vec{c}(3, 0)$, $\vec{d}(0, 2)$ e $\vec{e}(-1, -3)$

2. $\vec{u}(2, 0, -2)$ e $\vec{v}(1, -1, 1)$

3.1. a) $\vec{w} = -2\vec{u} + \frac{1}{2}\vec{v} = -2(-1, 2) + \frac{1}{2}(-2, 5) = (2, -4) + \left(-1, \frac{5}{2}\right) = \left(1, -\frac{3}{2}\right)$

b) $\vec{w} = -(3\vec{u} - \vec{v}) = -3\vec{u} + \vec{v} = -3(-1, 2) + (-2, 5) = (3, -6) + (-2, 5) = (1, -1)$

3.2. a) $P = A + 3\vec{u} = (4, -1) + 3(-1, 2) = (4, -1) + (-3, 6) = (1, 5)$

O ponto P pertence ao primeiro quadrante pois tem abcissa positiva e ordenada positiva.

b) $P = A + (\vec{v} - 3\vec{u})_{\text{por 3.1b}} = (4, -1) + (1, -1) = (5, -2)$

O ponto P pertence ao quarto quadrante pois tem abcissa positiva e ordenada negativa.

3.3. a) $B \in O_x$, logo $B(x, 0)$

$$\overline{AB} = \frac{1}{2}\vec{u} \Leftrightarrow B - A = \frac{1}{2}(-1, 2) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x, 0) - (4, -1) = \left(-\frac{1}{2}, 1\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x - 4, 1) = \left(-\frac{1}{2}, 1\right) \Leftrightarrow x - 4 = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{7}{2}$$

$$B\left(\frac{7}{2}, 0\right)$$

b) $B \in O_x$, logo $B(x, 0)$

$$\overline{AB} = B - A = (x, 0) - (4, -1) = (x - 4, 1)$$

$$\|\overline{AB}\| = \sqrt{5} \Leftrightarrow \sqrt{(x - 4)^2 + 1^2} = \sqrt{5} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x - 4)^2 + 1 = 5 \Leftrightarrow (x - 4)^2 = 4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x - 4 = 2 \vee x - 4 = -2 \Leftrightarrow x = 6 \vee x = 2$$

Logo, $B(2, 0)$ ou $B(6, 0)$



3.4. a) $C \in Oy$, logo $C(0, y)$

$$\overline{AC} = C - A = (0, y) - (-4, -1) = (-4, y+1)$$

\overline{AC} é colinear com \vec{u} se e só se

$$\exists \lambda \in \mathbb{R} : \overline{AC} = \lambda \vec{u}$$

$$\overline{AC} = \lambda \vec{u} \Leftrightarrow (-4, y+1) = \lambda(-1, 2) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (-4, y+1) = (-\lambda, 2\lambda) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4 = -\lambda \\ y+1 = 2\lambda \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = 4 \\ \lambda = 7 \end{cases}$$

$$C(0, 7)$$

b) $C \in Oy$, logo $C(0, y)$

$$\overline{AC} = C - A = (-4, y+1)$$

\overline{AC} é colinear com \vec{v} se e só se

$$\exists \lambda \in \mathbb{R} : \overline{AC} = \lambda \vec{v}$$

$$\overline{AC} = \lambda \vec{v} \Leftrightarrow (-4, y+1) = \lambda(-2, 5) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (-4, y+1) = (-2\lambda, 5\lambda) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -4 = -2\lambda \\ y+1 = 5\lambda \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = 2 \\ \lambda = 9 \end{cases}$$

$$C(0, 9)$$

4.1. $\overline{BC} = \overline{AD} = \overline{AB} + \overline{BD} = (B - A) + \overline{BD} =$
 $= ((4, 0) - (-3, -1)) + (-5, 2) = (7, 1) + (-5, 2) = (2, 3)$

4.2. $\overline{CA} = \overline{CB} + \overline{BA} = -\overline{BC} + (-\overline{AB}) =$
 $= (-2, -3) + (-7, -1) = (-9, -4)$

5.1. a) $A = B + \overline{CD}$

$$\overline{CD} = D - C = (-3, 2) - (1, 4) = (-4, -2)$$

$$A = (3, 0) + (-4, -2) = (-1, -2)$$

b) F é o ponto médio de $[CD]$, então:

$$F\left(\frac{1-3}{2}, \frac{4+2}{2}\right), \text{ ou seja, } F(-1, 3)$$

c) $E = C + \frac{3}{4}\overline{CB} = (1, 4) + \frac{3}{4}(2, -4) =$

$$= (1, 4) + \left(\frac{3}{2}, -3\right) = \left(\frac{5}{2}, 1\right)$$

Cálculo auxiliar:

$$\overline{CB} = B - C = (3, 0) - (1, 4) = (2, -4)$$

5.2. a) $\|\overline{AB}\| = \|\overline{CD}\| = \sqrt{(-4)^2 + (-2)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

b) $\overline{AF} = F - A = (-1, 3) - (-1, -2) = (0, 5)$

$$\overline{AD} = D - A = (-3, 2) - (-1, -2) = (-2, 4)$$

$$\overline{AF} - \overline{AD} = (0, 5) - (-2, 4) = (-2, 1)$$

$$\|\overline{AF} - \overline{AD}\| = \sqrt{(-2)^2 + 1^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$$

Página 149

6.1. a) $\overline{AB} = B - A = (-1, 1) - (-2, 2) = (1, -1)$

$$\|\overline{AB}\| = \sqrt{1^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$$

b) $\overline{CD} + \frac{1}{2}\overline{DB} = (D - C) + \frac{1}{2}(B - D) =$

$$= ((3, 1) - (1, -2)) + \frac{1}{2}((-1, 1) - (3, 1)) =$$

$$= (2, 3) + \frac{1}{2}(-4, 0) = (2, 3) + (-2, 0) = (0, 3)$$

$$\left\|\overline{CD} + \frac{1}{2}\overline{DB}\right\| = \sqrt{0^2 + 3^2} = 3$$

c) Sendo M o ponto médio de $[BC]$, então:

$$M\left(\frac{-1+M}{2}, \frac{1-2}{2}\right), \text{ ou seja, } M\left(0, -\frac{1}{2}\right)$$

$$\overline{DM} = M - D = \left(0, -\frac{1}{2}\right) - (3, 1) = \left(-3, -\frac{3}{2}\right)$$

$$\|\overline{DM}\| = \sqrt{(-3)^2 + \left(-\frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{9 + \frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{45}{4}} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

6.2. $BD: y = 1$ $P(x, 1)$

$$\overline{CP} = P - C = (x, 1) - (1, -2) = (x-1, 3)$$

$$\|\overline{CP}\| = \sqrt{10} \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2 + 3^2} = \sqrt{10} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x-1)^2 + 9 = 10 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x-1 = 1 \vee x-1 = -1 \Leftrightarrow x = 2 \vee x = 0$$

Logo, $P(2, 1)$ ou $P(0, 1)$.

7.1. $\overline{DV} - \overline{AC} = (3, 3, 8) - (-6, 6, 0) = (9, -3, 8)$

7.2. $\frac{1}{2}\overline{AC} + 2\overline{DV} = \frac{1}{2}(-6, 6, 0) + 2(3, 3, 8) =$

$$= (-3, 3, 0) + (6, 6, 16) = (3, 9, 16)$$

7.3. $(\overline{AB} + \overline{AD}) - \frac{1}{4}\overline{VD} = \overline{AC} - \frac{1}{4}(-3, -3, -8) =$

$$= (-6, 6, 0) - \left(-\frac{3}{4}, -\frac{3}{4}, -2\right) = \left(-\frac{21}{4}, \frac{27}{4}, 2\right)$$



$$7.4. \quad -2\overline{DB} - 2\overline{BV} = -2(\overline{DB} + \overline{BV}) = -2\overline{DV} = \\ = -2(3, 3, 8) = (-6, -6, -16)$$

$$8.1. \quad \text{a) } \overline{AE} = \frac{1}{4}\overline{AV} = \frac{1}{4}(-3, 3, 8) = \left(-\frac{3}{4}, \frac{3}{4}, 2\right)$$

$$\text{b) } E = A + \overline{AE} = (3, -3, 0) + \left(-\frac{3}{4}, \frac{3}{4}, 2\right) = \\ = \left(\frac{9}{4}, -\frac{9}{4}, 2\right)$$

$$\text{c) } F = A + 3\overline{AE} = (3, -3, 0) + 3\left(-\frac{3}{4}, \frac{3}{4}, 2\right) = \\ = (3, -3, 0) + \left(-\frac{9}{4}, \frac{9}{4}, 6\right) = \left(\frac{3}{4}, -\frac{3}{4}, 6\right)$$

$$8.2. \quad \overline{GH} = H - \overline{G} = \left(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, 4\right) - \left(\frac{9}{4}, \frac{9}{4}, 2\right) = \\ = \left(-\frac{15}{4}, -\frac{3}{4}, 2\right)$$

$$\overline{BL} = \lambda\overline{GH} \Leftrightarrow \left(\frac{21}{4}, -\frac{3}{4}, 2\right) = \lambda\left(-\frac{15}{4}, -\frac{3}{4}, 2\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{21}{4}, -\frac{3}{4}, 2\right) = \left(-\frac{15}{4}\lambda, -\frac{3}{4}\lambda, 2\lambda\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{21}{4} = -\frac{15}{4}\lambda \\ -\frac{3}{4} = -\frac{3}{4}\lambda \\ 2 = 2\lambda \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = -\frac{7}{5} \\ \lambda = 1 \\ \lambda = 1 \end{cases}$$

Sistema impossível

Conclusão: não existe o número real λ tal que

$$\overline{BL} = \lambda\overline{GH}.$$

8.3. Os vetores \overline{BL} e \overline{GH} não são colineares porque não existe o número real λ tal que

$$\overline{BL} = \lambda\overline{GH}.$$

$$9.1. \quad A(2, 0, 0) \quad C(-2, 12, 0) \quad F(2, 0, 4)$$

9.2. Equação do plano medidor de $[AB]$: $y = 6$

Seja P um ponto do plano medidor de $[AB]$,

então $P(x, 6, z)$.

$$\overline{BL} = L - B = (0, 0, 6) - (2, 12, 0) = (-2, -12, 6)$$

$$\overline{CP} = P - C = (x, 6, z) - (-2, 12, 0) = (x+2, -6, z)$$

Os vetores \overline{BL} e \overline{CP} são colineares se e só se

$$\exists \lambda \in \mathbb{R} : \overline{CP} = \lambda\overline{BL}$$

$$\overline{CP} = \lambda\overline{BL} \Leftrightarrow (x+2, -6, z) = \lambda(-2, 12, 6) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+2 = -2\lambda \\ -6 = 12\lambda \\ z = 6\lambda \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ \lambda = -\frac{1}{2} \\ z = 3 \end{cases}$$

$$P(-3, 6, 3)$$

Página 150

$$10.1. \quad \overline{AB} = B - A = (4, 1, -2) - (0, -2, 3) = (4, 3, -5)$$

$$\|\overline{AB}\| = \sqrt{4^2 + 3^2 + (-5)^2} = \sqrt{50}$$

$$10.2. \quad \|\vec{u}\| = \sqrt{1^2 + (-2)^2 + 2^2} = \sqrt{9} = 3$$

$$10.3. \quad \|-2\vec{u}\| = |-2| \times \|\vec{u}\| = 2 \times 3 = 6$$

$$10.4. \quad \vec{u} + \overline{AB} = (1, -2, 2) + (4, 3, -5) = (5, 1, -3)$$

$$\|\vec{u} + \overline{AB}\| = \sqrt{5^2 + 1^2 + (-3)^2} = \sqrt{35}$$

$$10.5. \quad \overline{AB} - \vec{u} = (4, 3, -5) - (1, -2, 2) = (3, 5, -7)$$

$$\|\overline{AB} - \vec{u}\| = \sqrt{3^2 + 5^2 + (-7)^2} = \sqrt{83}$$

$$10.6. \quad \overline{OA} = A - O = (0, -2, 3) - (0, 0, 0) = (0, -2, 3)$$

$$\|-3\overline{OA}\| = |-3| \|\overline{OA}\| = 3 \times \sqrt{0^2 + (-2)^2 + 3^2} = 3\sqrt{13}$$

$$11. \quad P \in [AF], \text{ logo } P(4, -2, z), 0 \leq z \leq 4$$

$$\overline{EP} = P - E = (4, -2, z) - (0, -2, 4) = (4, 0, z-4)$$

$$\|\overline{EP}\| = 5 \Leftrightarrow \sqrt{4^2 + 0^2 + (z-4)^2} = 5 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 16 + (z-4)^2 = 25 \Leftrightarrow (z-4)^2 = 9 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow z-4 = \sqrt{9} \vee z-4 = -\sqrt{9} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow z-4 = 3 \vee z-4 = -3 \Leftrightarrow z = 7 \vee z = 1$$

Como $0 \leq z \leq 4$, então $z = 1$.

Logo, $P(4, -2, 1)$

12.1. Uma equação vetorial da reta que passa em A e tem \vec{u} como vetor diretor é:

$$(x, y) = (3, 2) + k(-1, -2), \quad k \in \mathbb{R}$$

12.2. Uma equação vetorial da reta que passa em B e tem \vec{u} como vetor diretor é:

$$(x, y) = (-1, 1) + k(-1, -2), \quad k \in \mathbb{R}$$



$$12.3. \quad \overline{OB} = B - O = (-1, 1) - (0, 0) = (-1, 1)$$

Uma equação vetorial da reta que passa em A e tem \overline{OB} como vetor diretor é:

$$(x, y) = (3, 2) + k(-1, 1), \quad k \in \mathbb{R}$$

$$13.1. \quad \text{a) } \overline{AB} = k\vec{u} \Leftrightarrow B - A = k(2, 1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (2, 3) - (-2, 1) = k(2, 1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (4, 2) = k(2, 1) \Leftrightarrow k = 2$$

$$\text{b) } \overline{AC} = k\vec{u} \Leftrightarrow C - A = k(2, 1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (6, 5) - (-2, 1) = k(2, 1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (8, 4) = k(2, 1) \Leftrightarrow k = 4$$

$$\text{c) } \overline{CB} = k\vec{u} \Leftrightarrow B - C = k(2, 1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (2, 3) - (6, 5) = k(2, 1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (-4, -2) = k(2, 1) \Leftrightarrow k = -2$$

$$\text{d) } \overline{AD} = k\vec{u} \Leftrightarrow D - A = k(2, 1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(7, \frac{11}{2}\right) - (-2, 1) = k(2, 1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(9, \frac{9}{2}\right) = k(2, 1) \Leftrightarrow k = \frac{9}{2}$$

$$\text{e) } B = A + k\overline{AC} \Leftrightarrow B - A = k\overline{AC} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{AB} = k\overline{AC} \Leftrightarrow (4, 2) = k(8, 4) \Leftrightarrow k = \frac{1}{2}$$

$$\text{f) } D = B + k\overline{AC} \Leftrightarrow D - B = k\overline{AC} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \overline{BD} = k\overline{AC} \Leftrightarrow \left(5, \frac{5}{2}\right) = k(8, 4) \Leftrightarrow k = \frac{5}{8}$$

13.2. Uma equação vetorial da reta r é:

$$(x, y) = (2, 3) + k(2, 1), \quad k \in \mathbb{R}$$

$$P(x, x) \rightarrow (x, y) = (2, 3) + k(2, 1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x, x) = (2 + 2k, 3 + k) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 + 2k \\ x = 3 + k \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 2 + 2k = 3 + k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ k = 1 \end{cases}$$

$$P(4, 4)$$

14.1. Equação vetorial da reta r que passa em

$A(3, -1)$ e tem direção de $\vec{u}(2, -4)$:

$$(x, y) = (3, -1) + k(2, -4), \quad k \in \mathbb{R}$$

14.2. a) $P(-1, y) \in r$, então:

$$(-1, y) = (3, -1) + k(2, -4) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (-1, y) = (3 + 2k, -1 - 4k) \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = 3 + 2k \\ y = -1 - 4k \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k = -2 \\ y = 7 \end{cases} \quad P(-1, 7)$$

b) $P(x, 3) \in r$, então:

$$(x, 3) = (3, -1) + k(2, -4) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x, 3) = (3 + 2k, -1 - 4k) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 + 2k \\ 3 = -1 - 4k \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ k = -1 \end{cases} \quad P(1, 3)$$

c) $P \in Ox$, logo $P(x, 0)$. $P \in r$, logo tem-se:

$$(x, 0) = (3, -1) + k(2, -4) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x, 0) = (3 + 2k, -1 - 4k) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 + 2k \\ 0 = -1 - 4k \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ k = -\frac{1}{4} \end{cases} \quad P\left(\frac{5}{2}, 0\right)$$

d) $P \in Oy$, logo $P(0, y)$.

$P \in r$, logo tem-se:

$$(0, y) = (3, -1) + k(2, -4) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (0, y) = (3 + 2k, -1 - 4k) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 = 3 + 2k \\ y = -1 - 4k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -\frac{3}{2} \\ y = 5 \end{cases} \quad P(0, 5)$$

14.3. a) $(a, a+1) = (3, -1) + k(2, -4) \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow (a, a+1) = (3 + 2k, -1 - 4k) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 + 2k \\ a + 1 = -1 - 4k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 3 + 2k + 1 = -1 - 4k \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ 6k = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{4}{3} \\ k = -\frac{5}{6} \end{cases} \quad a = \frac{4}{3}$$

b) $(-2, a^2) = (3 + 2k, -1 - 4k) \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2 = 3 + 2k \\ a^2 = -1 - 4k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -\frac{5}{2} \\ a^2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \text{---} \\ a = 3 \vee a = -3 \end{cases} \quad a = 3 \vee a = -3$$



$$\begin{aligned}
 \text{c) } (\mathbf{a}^2, \mathbf{a}+4) &= (3, -1) + k(2, -4) \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow (\mathbf{a}^2, \mathbf{a}+4) &= (3+2k, -1-4k) \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} \mathbf{a}^2 = 3+2k \\ \mathbf{a}+4 = -1-4k \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} \underline{\hspace{2cm}} \\ \mathbf{a} = -5-4k \end{cases} \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} (-5-4k)^2 = 3+2k \\ \underline{\hspace{2cm}} \end{cases} &\Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} 25+40k+16k^2 = 3+2k \\ \underline{\hspace{2cm}} \end{cases} &\Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} 16k^2+38k+22 = 0 \\ \underline{\hspace{2cm}} \end{cases} &\Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} 8k^2+19k+11 = 0 \\ \underline{\hspace{2cm}} \end{cases} &\Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} k = \frac{-19 \pm \sqrt{19^2 - 4 \times 8 \times 11}}{16} \\ \underline{\hspace{2cm}} \end{cases} &\Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} k = -1 \vee k = -\frac{11}{8} \\ \underline{\hspace{2cm}} \end{cases} &\Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} k = -1 \\ \mathbf{a} = -3 \end{cases} \vee \begin{cases} k = -\frac{11}{8} \\ \mathbf{a} = \frac{1}{2} \end{cases} & \\
 \mathbf{a} = -1 \vee \mathbf{a} = \frac{1}{2} &
 \end{aligned}$$

Página 151

15.1. $A \in r$?

$$\begin{aligned}
 (-3, 1, 1) &= (7, -3, -1) + k(5, -2, 1) \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow (-3, 1, 1) &= (7, -3, -1) + (5k, -2k, k) \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow (-3, 1, 1) &= (7+5k, -3-2k, -1+k) \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow \begin{cases} -3 = 7+5k \\ 1 = -3-2k \\ 1 = -1+k \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} k = -2 \\ k = -2 \\ k = 2 \end{cases}
 \end{aligned}$$

Impossível.

Logo, o ponto A não pertence a r .

$B \in r$?

$$\begin{aligned}
 (2, -1, -2) &= (7, -3, -1) + k(5, -2, 1) \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow (2, -1, -2) &= (7, -3, -1) + (5k, -2k, k) \Leftrightarrow \\
 \Leftrightarrow (2, -1, -2) &= (7+5k, -3-2k, -1+k) \Leftrightarrow
 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 = 7+5k \\ -1 = -3-2k \\ -2 = -1+k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -1 \\ k = -1 \Leftrightarrow k = -1 \\ k = -1 \end{cases}$$

Logo, o ponto B pertence a r .

15.2. a) Equação vetorial da reta que passa em

$B(2, -1, -2)$ e tem a direção do vetor

$\vec{u}(-1, 3, 1)$:

$$(x, y, z) = (2, -1, -2) + k(-1, 3, 1), \quad k \in \mathbb{R}$$

b) Se a reta é paralela a r , então o vetor

$\vec{v}(5, -2, 1)$, sendo um vetor diretor da reta

r , também é um vetor diretor da reta. Uma

equação vetorial da reta que passa em

$A(-3, 1, 1)$ e é paralela a r é:

$$(x, y, z) = (-3, 1, 1) + k(5, -2, 1), \quad k \in \mathbb{R}$$

15.3. Seja S a reta que passa em $A(-3, 1, 1)$ e tem a

direção de $\vec{u}(-1, 3, 1)$.

Uma equação vetorial da reta s é:

$$(x, y, z) = (-3, 1, 1) + k(-1, 3, 1), \quad k \in \mathbb{R}.$$

Interseção com o plano xOy : $P_1(x, y, 0)$

$$(x, y, 0) = (-3, 1, 1) + k(-1, 3, 1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x, y, 0) = (-3, 1, 1) + (-k, 3k, k) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x, y, 0) = (-3-k, 1+3k, 1+k) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3-k \\ y = 1+3k \\ 0 = 1+k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -2 \\ k = -1 \end{cases}$$

Logo, $P_1(-2, -2, 0)$.

Interseção com o plano xOz : $P_2(x, 0, z)$

$$(x, 0, z) = (-3, 1, 1) + k(-1, 3, 1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x, 0, z) = (-3, 1, 1) + (-k, 3k, k) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x, 0, z) = (-3-k, 1+3k, 1+k) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3-k \\ 0 = 1+3k \\ z = 1+k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{8}{3} \\ k = -\frac{1}{3} \\ z = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Logo, $P_2\left(-\frac{8}{3}, 0, \frac{2}{3}\right)$



Interseção com o plano yOz : $P_3(0, y, z)$

$$(0, y, z) = (-3, 1, 1) + k(-1, 3, 1) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (0, y, z) = (-3, 1, 1) + (-k, 3k, k) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (0, y, z) = (-3 - k, 1 + 3k, 1 + k) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 = -3 - k \\ y = 1 + 3k \\ z = 1 + k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -3 \\ y = -8 \\ z = -2 \end{cases}$$

Logo, $P_3(0, -8, -2)$.

16.1. O ponto C pertence ao plano xOy , logo

$C(x, y, 0)$.

Como C pertence à reta CF :

$$(x, y, 0) = (-1, -4, 6) + k(3, 4, -2) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x, y, 0) = (-1, -4, 6) + (3k, 4k, -2k) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x, y, 0) = (-1 + 3k, -4 + 4k, 6 - 2k) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 + 3k \\ y = -4 + 4k \\ 0 = 6 - 2k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 8 \\ k = 3 \end{cases}$$

Logo, $C(8, 8, 0)$

$$B = A + \overline{DC}$$

$$\overline{DC} = C - D = (8, 8, 0) - (0, 2, 0) = (8, 6, 0)$$

$$B = (2, 0, 0) + (8, 6, 0) = (10, 6, 0)$$

$F(2, 0, z)$ e pertence à reta CF , então:

$$(2, 0, z) = (-1, -4, 6) + k(3, 4, -2) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (2, 0, z) = (-1, -4, 6) + (3k, 4k, -2k) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (2, 0, z) = (-1 + 3k, -4 + 4k, 6 - 2k) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 = -1 + 3k \\ 0 = -4 + 4k \\ z = 6 - 2k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 1 \\ k = 1 \\ z = 4 \end{cases}$$

Logo $F(2, 0, 4)$.

$$\overline{BF} = F - B = (2, 0, 4) - (10, 6, 0) = (-8, -6, 4)$$

Uma equação vetorial da reta BF é:

$$(x, y, z) = (10, 6, 0) + k(-8, -6, 4), \quad k \in \mathbb{R}$$

16.2. $V_{\text{paralelepípedo}} = \overline{AB} \times \overline{AD} \times \overline{AF}$

$$\overline{AB} = \sqrt{(10-2)^2 + (6-0)^2 + (0-0)^2} = \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$$

$$\overline{AD} = \sqrt{(2-0)^2 + (0-2)^2 + (0-0)^2} =$$

$$= \sqrt{4+4} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\overline{AF} = 4$$

$$V = 10 \times 2\sqrt{2} \times 4 = 80\sqrt{2} \text{ cm}^3$$

17. A reta contém um diâmetro da superfície esférica se passar no seu centro $C(0, -1, 2)$.

Um vetor diretor da reta:

$$\overline{PC} = C - P = (0, -1, 2) - (2, 3, -1) = (-2, -4, 1)$$

Uma equação vetorial da reta que passa em

$P(2, 3, -1)$ e contém um diâmetro da

superfície esférica é:

$$(x, y, z) = (2, 3, -1) + k(-2, -4, 3), \quad k \in \mathbb{R}$$

18.1. Sendo B o ponto médio de $[PC]$, então:

$$B\left(\frac{8+4}{2}, \frac{0+4}{2}\right), \text{ ou seja, } B(6, 2).$$

Como A é o ponto médio de $[OB]$:

$$A\left(\frac{0+6}{2}, \frac{0+2}{2}\right), \text{ ou seja, } A(3, 1).$$

$$P(8, 0), B(6, 2) \text{ e } A(3, 1)$$

$\overline{AB} = B - A = (6, 2) - (3, 1) = (3, 1)$ é um vetor diretor da reta AB .

$$m_{AB} = \frac{1}{3}$$

Como retas paralelas têm o mesmo declive, a equação reduzida da reta é do tipo $y = \frac{1}{3}x + b$.

$C(4, 4)$ pertence à reta, logo:

$$4 = \frac{1}{3} \times 4 + b \Leftrightarrow b = \frac{8}{3}$$

$$\text{Equação reduzida da reta: } y = \frac{1}{3}x + \frac{8}{3}$$

18.2. Um vetor diretor da reta AC é:

$$\overline{AC} = C - A = (4, 4) - (3, 1) = (1, 3)$$

Uma equação vetorial da reta que passa em

$B(6, 2)$ e é paralelo a AC é:

$$(x, y) = (6, 2) + k(1, 3), \quad k \in \mathbb{R}$$

19. $E_1: (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 \leq 1 \rightarrow C_1(1, -1, 1)$

$$E_3: (x+5)^2 + (y-5)^2 + (z-3)^2 \leq 9 \rightarrow C_3(-5, 5, 3)$$

A reta r passa nos pontos C_1 e C_3 .



Um vetor diretor da reta r é:

$$\overline{C_2C_3} = C_3 - C_1 = (-5, 5, 3) - (1, -1, 1) = (-6, 6, 2)$$

Uma equação vetorial da reta r é:

$$(x, y, z) = (1, -1, 1) + k(-6, 6, 2), k \in \mathbb{R}$$

Como a esfera E_2 tem raio 2 e é tangente ao plano xOy , então $C_2(x, y, 2)$.

$C_2 \in r$, logo:

$$\begin{aligned} (x, y, 2) &= (1, -1, 1) + k(-6, 6, 2) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow (x, y, 2) &= (1, -1, 1) + (-6k, 6k, 2k) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow (x, y, 2) &= (1-6k, -1+6k, 1+2k) \Leftrightarrow \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1-6k \\ y = -1+6k \\ 2 = 1+2k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \\ k = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Logo, $C_2(-2, 2, 2)$.

A esfera E_2 é definida pela inequação:

$$(x+2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 \leq 4$$

Página 152

- 1.1. As coordenadas do ponto A são $(-1, 1, 2)$.

Opção (C)

- 1.2. As coordenadas do vetor \vec{u} são $(0, -1, 2)$.

Opção (B)

2. $B = A + \overline{AB} = (-2, 5) + (2, 1) = (0, 6)$.

Opção (B)

3. $\overline{BC} = \overline{BV} + \overline{VC} = (-2, 2, 5) + (2, 2, -5) = (0, 4, 0)$.

Opção (A)

4. $r: (x, y) = (-1, 3) + k(2, -6), k \in \mathbb{R}$.

Um vetor diretor da reta r é: $\vec{u}(2, -6)$

Declive da reta r : $m = \frac{-6}{2} = -3$

$s \parallel r \Leftrightarrow m_s = m_r \Leftrightarrow m_s = -3$

Opção (D)

Página 153

- 1.1. $S \in Oy$ e $y_s > 0$, logo $S(0, y)$; $y > 0$.

Como S pertence à circunferência, tem-se:

$$(0+3)^2 + (y-1)^2 = 25 \Leftrightarrow (y-1)^2 = 16 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow y-1 = 4 \vee y-1 = -4 \Leftrightarrow y = 5 \vee y = -3$$

$y_s > 0$, logo $y_s = 5$.

Então, $S(0, 5)$.

- 1.2. C : Centro a circunferência $C(-3, 1)$

$$\overline{RC} = C - R = (-3, 1) - (1, -2) = (-4, 3);$$

$$R + 2\overline{RC} =$$

$$= (1, -2) + 2(-4, 3) = (1, -2) + (-8, 6) = (-7, 4)$$

- 1.3. $\|4\overline{RU}\| = 4\|\overline{RU}\| = 4\|\overline{RS}\| = 4 \times \sqrt{(-1)^2 + 7^2} =$

$$= 4\sqrt{50} = 4 \times 5\sqrt{2} = 20\sqrt{2}$$

nota (1): porque $[RSTU]$ é um quadrado.

$$\overline{RS} = S - R = (0, 5) - (1, -2) = (-1, 7)$$

No contexto apresentado, representa o perímetro do quadrado $[RSTU]$.

2. $C \in xOy$, logo $C(x, y, 0)$.

Sabe-se que $x_c = 3$ porque $[ABCDE]$ está contido no plano $x = 3$.

Como $C \in CG$, tem-se:

$$(3, y, 0) = (-3, -6, 4) + k(3, 5, -2) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (3, y, 0) = (-3+3k, -6+5k, 4-2k) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3 = -3+3k \\ y = -6+5k \\ 0 = 4-2k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 2 \\ y = 4 \\ k = 2 \end{cases}$$

Logo, $C(3, 4, 0)$.

Como as bases do prisma são paralelas, sabe-se que a base $[OHIFG]$ está contida no plano $x = 0$.

Então $G(0, y, z)$. Como $G \in CG$, tem-se:

$$(0, y, z) = (-3, -6, 4) + k(3, 5, -2) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (0, y, z) = (-3, -6, 4) + (3k, 5k, -2k) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (0, y, z) = (-3+3k, -6+5k, 4-2k) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 0 = -3+3k \\ y = -6+5k \\ z = 4-2k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 1 \\ y = -1 \\ z = 2 \end{cases}$$

Logo, $G(0, -1, 2)$.



$$3. \quad r: (x, y) = (-1, 5) + k\left(\frac{1}{2}, -1\right), \quad k \in \mathbb{R}$$

Um vetor diretor da reta r é: $\vec{u}\left(\frac{1}{2}, -1\right)$

$$\text{Declive da reta } r: m_r = \frac{-1}{\frac{1}{2}} = -2$$

$$s \parallel r \Leftrightarrow m_s = m_r \Leftrightarrow m_s = -2; \quad s: y = -2x - 4$$

$$B(x, 0) \in s, \text{ logo: } 0 = -2x - 4 \Leftrightarrow x = -2$$

$$B(-2, 0)$$

4.1. O ponto A é o ponto de interseção das retas AB

$$\text{e } AC. \quad m_{AB} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$$

$$AB: y = \frac{3}{4}x + b$$

$$\left(-1, \frac{1}{2}\right) \in AB:$$

$$\frac{1}{2} = \frac{3}{4} \times (-1) + b \Leftrightarrow \frac{1}{2} = -\frac{3}{4} + b \Leftrightarrow b = \frac{5}{4}$$

$$\text{Equação reduzida da reta } AB: y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{4}.$$

$$\begin{cases} y = \frac{3}{4}x + \frac{5}{4} \\ y = -4x + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{4}x + \frac{5}{4} = -4x + 6 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x + 5 = -16 + 24 \\ 19x = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$A(1, 2)$$

4.2. A reta AE é paralela à reta CD porque $[ACDE]$

$$\text{é um quadrado. Então, } m_{AE} = m_{CD} = \frac{1}{4}.$$

Um vetor diretor da reta AE é, por exemplo,

$$\vec{u}(4, 1).$$

Uma equação vetorial da reta AE é:

$$(x, y) = (1, 2) + k(4, 1), \quad k \in \mathbb{R}.$$