Avalia+

Unidade 1

Página 2

1.1. Opção **(A)**

1.2. Opção **(B)**

2.1. $123\,682\,372 - 118\,229\,719 = 5\,452\,653$

Seja x o n.º de votos brancos: $x + x + 1\,523\,095 = 5\,452\,653 \Leftrightarrow x = 1\,964\,779$

N.º de votos nulos: $1\,964\,779 + 1\,523\,095 = 3\,487\,874$

2.2. **a)** $156\,453\,354 - 123\,682\,372 = 32\,770\,982$; $\dfrac{32\,770\,982}{156\,453\,354} \approx 0{,}2095$ ou seja $20{,}95\%$

b) $123\,682\,372 - 118\,229\,719 = 5\,452\,653$; $\dfrac{5\,452\,653}{123\,682\,372} \approx 0{,}0441$, ou seja $4{,}41\%$

c) $\dfrac{16604}{118\,229\,719} \approx 0{,}0001$, ou seja $0{,}01\%$

d) $\dfrac{57\,259\,504}{118\,229\,719} \approx 0{,}4843$, ou seja $48{,}43\%$

2.3. Porque o candidato Lula não obteve mais de 50% de votos válidos na 1.ª volta.

$\dfrac{118\,229\,719}{2} = 591\,148\,59{,}5 > 57\,259\,504$

Página 3

3. Seja x o n.º de pontos preferenciais de Y atribuídos na lista em falta:

$6 \times 1 + 4 \times 3 + 9 \times x = 36 \Leftrightarrow x = 2$

Conclui-se que Y está em 2.º lugar na lista de preferências em falta.

Se Z ficasse em 1.º lugar nessa lista, então a pontuação total de X seria

$6 \times 3 + 4 \times 2 + 9 \times 1 = 35$; a pontuação de Z seria $6 \times 2 + 4 \times 1 + 9 \times 3 = 43$.

Como Z não teve a maior pontuação, então a lista de preferências em falta é XYZ .

4.1. N.º de votantes: $6173 + 8916 + 4485 + 1277 + 2669 = 23\,520$

$1 - 0{,}16 = 0{,}84$

N.º de eleitores inscritos: $\dfrac{23\,520}{0{,}84} = 28\,000$

4.2.

Divisores	P1	P2	P3	P4
1	6173 [2]	8916 [1]	4485 [3]	1277
2	3086,5 [5]	4458 [4]	2242,5 [7]	638,5
3	2057,7	2972 [6]	1495	425,7
4	1543,3	2229 [8]	1121,3	319,3

P1 : 2 lugares

P2 : 4 lugares

P3 : 2 lugares

P4 : 0 lugares

4.3.

Divisores	P1	P2	P3	P4
1	6173 [2]	8916 [1]	4485 [3]	1277 [8]
3	2057,7 [5]	2972 [4]	1495 [7]	425,7
5	1234,6	1783,2 [6]	897	255,4
7	881,9	1273,7	640,7	182,4

P1 : 2 lugares

P2 : 3 lugares

P3 : 2 lugares

P4 : 1 lugares

O resultado é diferente do obtido em **4.2.**

5.

Divisor	X	Y	Z
1	1978020		268 932
3	659340		
5	395604		
7	282574,3		

Seja a o n.º de votos do partido Y: $\dfrac{a}{3} > 268\,932 \Leftrightarrow a > 806\,796$

Logo, no mínimo, o partido Y obteve $806\,797$ votos.

Página 4

1. Opção **(B)**

2.1. Na proposta B: $R_{\text{anual}} = 14 \times 1225 = 17\,150$, ou seja, $17\,150$ € . Logo, a melhor proposta para o André é a proposta A, pois o salário anual é superior ao da proposta B.

2.2. Proposta A: $R_{\text{hora}} = \dfrac{\dfrac{18\,520}{14} \times 12}{52 \times 40} \approx 7{,}63$, ou seja, $7{,}63$ €

Proposta B: $R_h = \dfrac{1225 \times 12}{52 \times 40} \approx 7{,}07$, ou seja, $7{,}07$ €

3.1. $935 - (0{,}11 \times 935 + 0{,}1325 \times 935) = 708{,}26$

Salário líquido: $708{,}26 + 6 \times 22 = 840{,}26$, ou seja, $840{,}26$ €

3.2. $R_h = \dfrac{935 \times 12}{52 \times 40} \approx 5{,}39$; Valor de cada hora extra: $5{,}39 + 0{,}8 \times 5{,}39 = 9{,}70$, ou seja, $9{,}70$ €

Página 5

4. Seja x o valor do salário bruto: $0{,}11 \times x = 205{,}15 \Leftrightarrow x = 1865$

$R_{\text{hora}} = \dfrac{1865 \times 12}{52 \times 40} \approx 10{,}76$ € ; valor de cada hora extra em dia útil: $10{,}76 + 0{,}2 \times 10{,}76 = 12{,}91$

Valor de cada hora extra ao fim de semana: $10{,}76 + 0{,}5 \times 10{,}76 = 16{,}14$

Salário bruto: $1865 + 10 \times 12{,}91 + 8 \times 16{,}14 = 2123{,}22$

Desconto para a Segurança Social: $0{,}11 \times 2123{,}22 = 233{,}55$, ou seja, $233{,}55$ €

5. Seja x o valor, em euros, do salário bruto:

$0{,}18 \times x - (96{,}82 + 34{,}29) = 71{,}03 \Leftrightarrow 0{,}18x = 202{,}14 \Leftrightarrow x = 1123$. O salário bruto foi 1123 €

6.1. $C_7 = 15\,700\,(1 + 0{,}028 \times 7) = 18\,777{,}20$ €

6.2. Opção **(D)**

7. Seja x o capital inicial: $13\,008 = (1 + 0{,}021 \times 4)x \Leftrightarrow 13\,008 = 1{,}084x \Leftrightarrow x = 12\,000$, ou seja, $12\,000$ € .

8. Opção **(B)**

9. Instituição A: $C_f = 20\,800\,(1 + 0{,}036 \times 3) = 23\,046{,}40$

Instituição B: $C_f = 20800\left(1 + \dfrac{0{,}035}{4}\right)^{12} = 23\,092{,}23$

Instituição C: 1.° ano: $20\,800\,(1 + 0{,}03) = 21\,424$ € ; $C_f = 21\,424\,(1 + 0{,}038)^2 = 23\,083{,}16$

A instituição B é a mais favorável para a Arminda.

Unidade 2

Página 6

1.1. Número de trabalhadores portugueses com dois empregos. Variável quantitativa discreta

1.2. $251\,000 - 16\,200 = 234\,800$; $\dfrac{16\,200}{234\,800} \approx 7\%$

2. Opção **(B)**

3. Como a amplitude e o máximo são iguais a 9 , então o mínimo é 0 . Como a moda é 3 , tem-se no mínimo dois elementos iguais a 3 .

$\overline{x} = 4{,}2 \Leftrightarrow \dfrac{0 + 9 + 3 + 3 + a}{5} = 4{,}2 \Leftrightarrow a = 6$

Dados ordenados: 0 , 3 , 3 , 6 , 9 . Logo, $M_e = 3$

4. Opção **(D)**

Página 7

5.1. Opção **(C)**

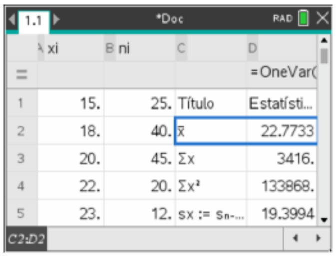
5.2. Opção **(D)**

5.3. **a)** Falsa **b)** Verdadeira

5.4. A soma dos *pesos* dos 20 alunos é $65{,}2 \times 20 = 1304$. Seja p o *peso* de um dos alunos novos e $p+2$ será o *peso* do outro.

$\dfrac{1304 + p + p + 2}{20 + 2} = 66 \iff p = 73$. Logo, os novos alunos *pesam* 73 kg e 75 kg.

6.1.



$\overline{x} \approx 22{,}77$, $M_e = 20$, $Q_3 - Q_1 = 4$ e $s \approx 19{,}40$.

6.2. A mediana, porque contrariamente à média, a mediana é muito resistente à existência de *outliers*.

6.3. A média aumentará três valores, ou seja, a média será, aproximadamente, $25{,}77$ e o desvio-padrão não sofrerá qualquer alteração, ou seja, será, aproximadamente, $19{,}40$.

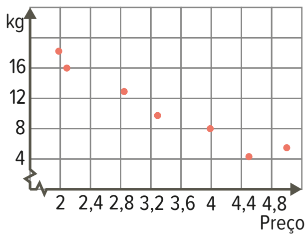
Página 8

1. Opção **(B)**

2. Opção **(D)**

3.1. Variável explanatória: Preço, em euros, por cada quilograma de *kiwis gold*.
Variável resposta: Número de quilogramas de *kiwis gold* vendidos.

3.2. Correlação negativa.



3.3. $r \approx -0{,}97$. À medida que o preço, em euros, por cada quilograma de *kiwis* gold aumenta, o número de quilos vendidos na frutaria da Sónia diminui.

Página 9

4.1. $\overline{x} = \dfrac{7+12+9+13+14+16+16+19+11+10}{10} = 12{,}7$

$\overline{y} = \dfrac{9+14+8{,}2+11{,}6+15+14{,}2+17{,}8+5{,}1+10{,}2+9{,}5}{10} = 11{,}46$

Coordenadas do centro de gravidade: $(12{,}7\,;\ 11{,}46)$

4.2. $r \approx 0{,}21$ e $y = 0{,}219x + 8{,}681$

5.1. 2019

5.2. $\dfrac{76}{230} \approx 33\%$

5.3. $\overline{x} = 43{,}18 + 10 = 53{,}18$.
Manter-se-ia o desvio-padrão: $s = 26{,}18$

Unidade 3

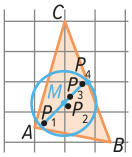
Página 10

1. Opção **(B)**

2.1. P_1, P_3 e P_4

2.2. P_1: ortocentro;
P_2: incentro;
P_3: baricentro;
P_4: circuncentro.

2.3. O centro, M, corresponde ao ponto médio do segmento definido pelo circuncentro, P_4, e pelo ortocentro, P_1. O raio corresponde à distância do ponto M ao ponto médio de cada um dos lados do triângulo.



3. Opção **(D)**

4. Opção **(A)**

$\overline{CO} = 2{,}76 \times 2 = 5{,}52$; $\overline{BO} = \frac{2}{3} \times 5{,}52 = 3{,}68$

Página 11

5.1. **a)** Falsa. Como o triângulo é equilátero, então é acutângulo, pelo que o ortocentro pertence ao interior do triângulo. Como as medianas estão contidas nas retas suporte das alturas do triângulo, o baricentro e o ortocentro coincidem e pertencem, necessariamente, ao segmento de reta $[CM]$.

b) Falsa. Os quatro pontos notáveis coincidem e pertencem ao segmento de reta $[CM]$.

5.2. **a)** Seja N o incentro do triângulo. $\overline{MN}$ é o raio da circunferência inscrita. $\overline{AB} = \frac{12}{3} = 4$; $\overline{MB} = 2$

$\overline{CM}^2 = 4^2 - 2^2$, então $\overline{CM} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$; $\overline{MN} = \frac{1}{3}\overline{MC} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$; $P = 2 \times \frac{2\sqrt{3}}{3} \times \pi = \frac{4\sqrt{3}}{3}\pi$

b) O ponto N também corresponde ao circuncentro, logo o raio, r, da circunferência circunscrita é $\overline{NC}$.

$\overline{NC} = \frac{2}{3}\overline{CM} = \frac{2}{3} \times 2\sqrt{3} = \frac{4\sqrt{3}}{3}$; $A = \left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2 \pi = \frac{48}{9}\pi = \frac{16}{3}\pi$

6.1. $\overline{PT} = \overline{TQ}$. Então os triângulos $[PTR]$ e $[RTQ]$ têm a mesma medida da base e a mesma altura $([RS])$. Logo, têm a mesma área.

6.2. Baricentro do triângulo $[PQR]$

6.3. **a)** $A = 6 \times A_{[PTA]} = 6 \times 4{,}8 = 28{,}8$

b) Como as retas AU e PQ são paralelas, $R\hat{A}U = R\hat{T}Q$, pois são amplitudes de ângulos correspondentes. O ângulo TRQ é comum aos triângulos $[TQR]$ e $[AUR]$. Pelo critério AA de semelhança de triângulos, os triângulos $[TQR]$ e $[AUR]$ são semelhantes, pelo que $\frac{\overline{RT}}{\overline{RA}} = \frac{\overline{RQ}}{\overline{RU}}$.

$\overline{RA} = \frac{2}{3}\overline{RT} = \frac{2}{3} \times 6 = 4$ e $\overline{RQ} = 2 \times \overline{RV} = 9$; $\frac{\overline{RT}}{\overline{RA}} = \frac{\overline{RQ}}{\overline{RU}} \Leftrightarrow \frac{6}{4} = \frac{9}{\overline{RU}} \Leftrightarrow \overline{RU} = 6$; logo $\overline{UQ} = \overline{RQ} - \overline{RU} = 9 - 6 = 3$.

Unidade 4

Página 12

1. Opção **(D)**

2.1. 2 de janeiro de 2024

2.2. $480 - 428 = 52$; 52 óbitos

2.3. 31 de dezembro de 2023

2.4. **a)** $f(28) = 508$; $g(31) = 385$

b) $x = 25$. Representa 25 de dezembro.

c) $g(3) - g(24) = 441 - 372 = 69$. Significa que, em Portugal, no dia 3 de janeiro de 2024, morreram mais 69 pessoas com mais 65 anos do que no dia 24 de dezembro de 2024.

d) $f(31) - g(31) = 470 - 385 = 85$. Significa que, em Portugal, no último dia do ano de 2023, morreram 85 pessoas com idade inferior ou igual a 65 anos.

3.1.

Preço inicial (€)	58	77	101	98,7	139,8
Preço final (€)	49,30	65,45	85,85	83,90	118,83

3.2. $p(x) = 0{,}85x$

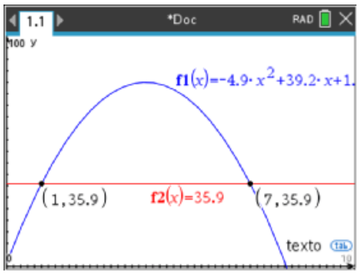
Página 13

4.1. $a(0) = -4{,}9 \times 0^2 + 39{,}2 \times 0 + 1{,}6 = 1{,}6$. O projétil foi lançado a $1{,}6$ metros de altura.

4.2. O tempo não pode tomar valores negativos. Deste modo, $-0{,}04$ não pode ser solução do problema. O projétil atingiu o solo ao fim de, aproximadamente, $8{,}04$ segundos.

4.3. $a(4) = -4{,}9 \times 4^2 + 39{,}2 \times 4 + 1{,}6 = 80$
Significa que, 4 segundos após ter sido lançado, o projétil encontrava-se a 80 m de altura do solo.

4.4.



$7 - 1 = 6$ Durante 6 segundos.

5. $h(x) = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow -\frac{x+2}{3} = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$. Logo, $a = -\frac{1}{2}$.

6.1. $g(x) = 6\left(\sqrt[3]{x}\right)^2$

6.2. $g(8) = 6\left(\sqrt[3]{8}\right)^2 = 24$; $g(27) = 6\left(\sqrt[3]{27}\right)^2 = 54$
$a = 24$ e $b = 54$. $[24\,,\ 54]$ são os valores que a medida da área total da superfície de um cubo pode tomar quando a medida do volume está entre 8 e 27 .

Página 14

1. Opção **(D)**

2. Se h é negativa apenas em $]-\infty\,,\ 0[$, então 0 é o zero da função h , pelo que passa na origem e
$h(x) = ax$. $h(1) = 8 \Leftrightarrow a = 8$, logo: $-(2-k) = 8 \Leftrightarrow k = 10$

3. Opção **(B)**

4. Opção **(B)**

5. $h(x) = 4x^2 - 8x + 1 = 4(x-1)^2 - 3$. O vértice da parábola é $(1\,,\ -3)$. Como a parábola que representa a função h tem concavidade voltada para cima, o mínimo é -3 .

6.1. $g(x) = ax + 1$. Como $g(2) = -3 \Leftrightarrow a = -2$, então: $g(x) = -2x + 1$
$f(x) = a(x-1)^2 + k$
$\begin{cases} f(-1) = 0 \\ f(0) = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + k = 0 \\ a + k = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -4 \\ a = 1 \end{cases}$ $\quad f(x) = (x-1)^2 - 4$

6.2. $f(x) = g(x) \Leftrightarrow (x-1)^2 - 4 = -2x + 1 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 2$
$g(-2) = -2 \times (-2) + 1 = 5$; $g(2) = -2 \times 2 + 1 = -3$
Coordenadas dos pontos de interseção: $(-2\,,\ 5)$; $(2\,,\ -3)$

Página 15

6.3.

x	$-\infty$	-1		3	$+\infty$
$f(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$g(x)$	$+$	0	$-$

$g(x) = 0 \Leftrightarrow -2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$

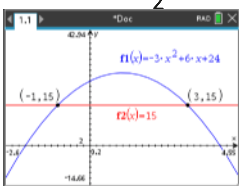
6.4. $f(x) < g(x) \Leftrightarrow (x-1)^2 - 4 < -2x + 1 \Leftrightarrow x^2 - 4 < 0$
$x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 2$; $x \in]-2\,,\,2[$

7. $h(x) = a(x-1)^2 + 4$.
$h(0) = 3 \Leftrightarrow a + 4 = 3 \Leftrightarrow a = -1$, então: $h(x) = -(x-1)^2 + 4 = -x^2 + 2x + 3$

8.1. $g(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 2x + 8 = 0 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 4$, logo $A(-2\,,\,0)$, $B(4\,,\,0)$ e $C(x\,,\,-x^2+2x+8)$

$$A(x) = \frac{(|x_A| + x_B) \times y_C}{2} = \frac{6 \times (-x^2 + 2x + 8)}{2} = -3x^2 + 6x + 2x$$

8.2.



$A(x) \geqslant 15 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x + 24 \geqslant 15 \Leftrightarrow x \in [-1\,,\,3]$

9. $\Delta < 0 \Leftrightarrow (-(k-2))^2 - 4 \times (-2) \times (-3) < 0 \Leftrightarrow k^2 - 4k + 28 < 0$

$k^2 - 4k + 28 = 0 \Leftrightarrow k = \dfrac{-(-4) \pm \sqrt{(-4)^2 - 4 \times 1 \times 28}}{2 \times 1} \longrightarrow$ Equação impossível

Logo, não existe um valor de k para o qual a função assuma apenas valores negativos.

Página 16

1. Opção **(C)**

2.1. Opção **(C)**

2.2. Opção **(C)**

3.1. $p(7) = 15 + 10 \times 7 = 85$; $85 \times 4 = 340$. O preço é 340 € .

3.2. $435 : 3 = 145$; $(145 - 85) : 4 = 15$. Os três amigos estiveram de férias durante 15 dias.

4. Opção **(D)**

5. Opção **(D)**

Página 17

6.1. Se $x \in [-12\,,\,-6[$, $f(x) = mx + b$.

Como $\begin{cases} f(-12) = 4 \\ f(-6) = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = -\dfrac{5}{6} \\ b = -6 \end{cases}$, então: $y = -\dfrac{5}{6}x - 6$

Se $x \in [-6\,,\,+\infty[$, $f(x) = a(x+4)^2 - 3$. Como $f(-6) = -1 \Leftrightarrow a = \dfrac{1}{2}$, então: $y = \dfrac{1}{2}(x+4)^2 - 3$

$$f(x) = \begin{cases} -\dfrac{5}{6}x - 6 & \text{se } -12 \leqslant x < -6 \\ \dfrac{1}{2}(x+4)^2 - 3 & \text{se } x \geqslant -6 \end{cases}$$

6.2. $f(0) = \dfrac{1}{2}(0+4)^2 - 3 = 5$. As coordenadas do ponto de interseção são $(0\,,\,5)$.

6.3. $f(x) = 0 \Leftrightarrow \left(-\dfrac{5}{6}x - 6 = 0 \wedge -12 \leqslant x < -6\right) \vee \left(\dfrac{1}{2}(x+4)^2 - 3 = 0 \wedge x \geqslant -6\right) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = -\dfrac{36}{5} \vee x = \sqrt{6} - 4$. Os zeros são $-\dfrac{36}{5}$ e $\sqrt{6} - 4$.

6.4. **a)** $k \in \{-3\} \cup]4\,,\,+\infty[$

b) $k \in]-3\,,\,4]$
c) $k \in]-\infty\,,\,-3[$

7.1. $c(x) = \begin{cases} 15 + 1{,}20x & \text{se } 0 \leqslant x \leqslant 20 \\ 15 + 1{,}20 \times 20 + 0{,}75(x-20) & \text{se } x > 20 \end{cases} = \begin{cases} 15 + 1{,}20x & \text{se } 0 \leqslant x \leqslant 20 \\ 24 + 0{,}75x & \text{se } x > 20 \end{cases}$

7.2. $24 + 0{,}75x = 54 \iff x = \dfrac{54-24}{0{,}75} \iff x = 40$

Logo, foram percorridos 40 km .

Unidade 5

Página 18

1.1. Opção **(D)**

1.2. Opção **(A)**

1.3. Opção **(B)**

1.4. Opção **(D)**

2. Opção **(B)**

3.1. $2 - 3k = 3 \iff k = -\dfrac{1}{3}$

3.2. $k^2 - \dfrac{1}{9} = 0 \iff k = \dfrac{1}{3} \vee k = -\dfrac{1}{3}$

Página 19

3.3. $(-1\,,\,-2)$ é a projeção ortogonal de A sobre r.

$\underbrace{k^2 - \dfrac{1}{9} = -1}_{\text{impossível}} \wedge\ 2 - 3k = -2$, o que é impossível.

$k \in \{\}$

4.1. **a)** Seja $P(x\,,\,y)$ um ponto pertencente à mediatriz de $[AC]$:

$\overline{AP} = \overline{CP} \iff \sqrt{(x-0)^2 + (y-1)^2} = \sqrt{(x-3)^2 + (y+2)^2} \iff$

$\iff y = x - 2$

b) A circunferência é tangente ao eixo Oy , pelo que o raio é 3 .

$(x-3)^2 + (y+2)^2 = 9$

4.2. Interseção com o eixo Ox :

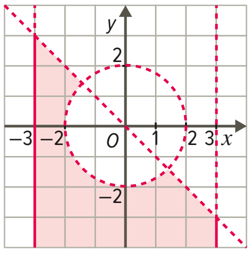
$(x-3)^2 + (y+2)^2 = 9 \wedge y = 0 \iff (x-3)^2 + (0+2)^2 = 9 \iff (x-3)^2 = 5 \iff x = 3 - \sqrt{5} \vee x = 3 + \sqrt{5}$, logo $P\left(3-\sqrt{5}\,,\,0\right)$ e $Q\left(3+\sqrt{5}\,,\,0\right)$. O triângulo $[PQC]$ é isósceles.

Seja M o ponto médio de $[PQ]$: $M\left(\dfrac{3-\sqrt{5}+3+\sqrt{5}}{2}\,,\,\dfrac{0+0}{2}\right)$, ou seja, $M(3\,,\,0)$.

$\overline{MC} = 2$; $\overline{PQ} = 3 + \sqrt{5} - \left(3 - \sqrt{5}\right) = 2\sqrt{5}$. Logo, $A_{[PQC]} = \dfrac{\overline{PQ} \times \overline{MC}}{2} = \dfrac{2\sqrt{5} \times 2}{2} = 2\sqrt{5}$.

4.3. $(x-3)^2 + (y+2)^2 \leqslant 9 \wedge y < x - 2$

5.



Página 20

1.1. **a)** B **b)** C **c)** A e C

d) E **e)** F **f)** D

1.2. **a)** $(0\,,\,-5\,,\,-6)$ **b)** $(4\,,\,0\,,\,0)$

2.1. $2k + k - 1 = 2(2 - k) \Leftrightarrow k = 1$, portanto, $Q(2\,,\,0\,,\,1) \in xOz$.

2.2. $2k > 0 \wedge k - 1 < 0 \wedge 2 - k > 0 \Leftrightarrow k > 0 \wedge k < 1 \wedge k < 2$, logo, $k \in]0\,,\,1[$.

3.1. Opção **(B)**

3.2. Opção **(A)**

Página 21

4.1. Opção **(D)**

4.2. Opção **(C)**

5. Opção **(B)**

6.1. $\frac{-2 + x_C}{2} = 0 \wedge \frac{1 + y_C}{2} = -5 \wedge \frac{-3 + z_C}{2} = -1 \Leftrightarrow x_C = 2 \wedge y_C = -11 \wedge z_C = 1$, logo $C(2\,,\,-11\,,\,1)$.

6.2. Seja M o ponto médio de $[AB]$: $M\left(\frac{-2+0}{2}\,,\,\frac{1+(-5)}{2}\,,\,\frac{-3+(-1)}{2}\right)$, ou seja, $M(-1\,,\,-2\,,\,-2)$

Como $r = \frac{\overline{AB}}{2} = \frac{\sqrt{(-2-0)^2 + (1+5)^2 + (-3+1)^2}}{2} = \frac{2\sqrt{11}}{2} = \sqrt{11}$, tem-se:

$(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = 11$.

6.3. Seja $P(x\,,\,y\,,\,z)$.

$\overline{AP} = \overline{BP} \Leftrightarrow \sqrt{(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2} = \sqrt{(x-0)^2 + (y+5)^2 + (z+1)^2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 + y^2 - 2y + 1 + z^2 + 6z + 9 = x^2 + y^2 + 10y + 25 + z^2 + 2z + 1 \Leftrightarrow x - 3y + z - 3 = 0$

Unidade 6

Página 22

1.1. **a)** $\overrightarrow{AD}$
b) $\overrightarrow{BA}$
c) $\overrightarrow{DB}$

1.2. **a)** $D - \vec{u} = C$
b) $B + 2\vec{v} = D$
c) $B + (\vec{v} - \vec{u}) = A$

2. $\|\overrightarrow{EH} + \overrightarrow{EF}\| = \|\overrightarrow{EH} + \overrightarrow{HG}\| = \|\overrightarrow{EG}\| \longrightarrow$ Representa a medida da diagonal maior do losango.

$\frac{\|\overrightarrow{EG}\| \times 8}{2} = 48 \Leftrightarrow \|\overrightarrow{EG}\| = 12$

$\|\overrightarrow{EH} + \overrightarrow{EF}\| = 12$

Página 23

3.1. Opção **(D)**

3.2. $\|2\vec{w}\| = 2\|\vec{w}\| = 2\sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{8}$;

$\|\vec{u} + \vec{v}\| = \sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$

Conclui-se que $\|2\vec{w}\| > \|\vec{u} + \vec{v}\|$.

4.1. **a)** $\overrightarrow{UC} - \overrightarrow{VC} = \overrightarrow{UV}$
b) $D + 2\overrightarrow{UB} = B$

4.2. Sendo a área da base 36, a medida do lado da base é 6.

$\|\overrightarrow{CV}\| = \sqrt{\overline{BU}^2 + \overline{UV}^2}$. Mas, $\overline{UV} = 6$ e $\overline{BU} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2}\sqrt{6^2 + 6^2} = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{2} = 3\sqrt{2}$

Então, $\|\overrightarrow{CV}\| = \sqrt{\overline{BU}^2 + \overline{UV}^2} = \sqrt{18 + 36} = \sqrt{54}$.

5. $\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BC}$

Página 24

1. Opção **(A)**

2.1. $\vec{u}\,(-1\,,\,0\,,\,-2)$

2.2. $\vec{v}\,(0\,,\,-1\,,\,3)$

2.3. $\vec{w}\,(-1\,,\,2\,,\,-1)$

3.1. $\vec{w}=2\,(1\,,\,-3)-\big((-3\,,\,2)+(2\,,\,0)\big)=(2\,,\,-6)-(-1\,,\,2)=(3\,,\,-8)$

$\vec{w}(3\,,\,-8)$

3.2. $\vec{w}=(3\,,\,1)-\left((1\,,\,-3)+\frac{1}{2}(-3\,,\,2)\right)=(3\,,\,1)-\left((1\,,\,-3)+\left(-\frac{3}{2}\,,\,1\right)\right)=(3\,,\,1)-\left(-\frac{1}{2}\,,\,-2\right)=\left(\frac{7}{2}\,,\,3\right)$

$\vec{w}\left(\frac{7}{2}\,,\,3\right)$

Página 25

4. Equação vetorial da reta $r:\ (x\,,\,y\,,\,z)=(0\,,\,-2\,,\,1)+k\,(2\,,\,-1\,,\,3)\,,\ k\in\mathbb{R}$

As coordenadas de qualquer ponto de r são do tipo $(0+2k\,,\,-2-k\,,\,1+3k)$.

$B\,(4\,,\,-4\,,\,7)$, logo $2k=4\wedge-2-k=-4\wedge1+3k=7 \Leftrightarrow k=2\wedge k=2\wedge k=2 \Leftrightarrow k=2$

Conclui-se que $B\in r$.

$C\,(-4\,,\,0\,,\,3)$, logo $2k=-4\wedge-2-k=0\wedge1+3k=3 \Leftrightarrow k=-2\wedge k=-2\wedge k=\frac{2}{3} \longrightarrow$ Impossível, pelo que $C\notin r$.

5. Opção **(C)**

6.1. As coordenadas do ponto T são $(0\,,\,5)$. Um vetor diretor da reta AB é $(2\,,\,1)$. Então, o declive da reta AB é $m=\frac{1}{2}$. A equação pedida é $y=\frac{1}{2}x+5$.

6.2. A reta AB, na forma reduzida, é do tipo $y=\frac{1}{2}x+b$ e passa no ponto de coordenadas $(-4\,,\,0)$.

$0=\frac{1}{2}\times(-4)+b \Leftrightarrow b=2$, logo $y=\frac{1}{2}x+2$.

O ponto B é a interseção das retas $y=-x+5$ e $y=\frac{1}{2}x+2$.

$\begin{cases} y=-x+5 \\ y=\frac{1}{2}x+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-x+5 \\ -x+5=\frac{1}{2}x+2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=3 \\ x=2 \end{cases}$, logo o ponto B tem coordenadas $(2\,,\,3)$.