



Como  $H$  é o centro da circunferência dos nove pontos:  $\overline{HF} = \frac{1}{2} \times \overline{IB} = \frac{1}{2} \times 4,1 = 2,05$ .

Assim:  $P = 2 \times 2,05\pi = 4,1\pi$ , ou seja,  $4,1\pi$  cm.

- 4.2.** O ponto  $I$  é o circuncentro, pois é o centro da circunferência circunscrita ao triângulo.

$$\overline{GI} = 2 \times \overline{GH} = 2 \times 1,15 = 2,3.$$

Seja  $J$  o baricentro:  $\overline{JG} = \frac{2}{3} \times \overline{GI} = \frac{2}{3} \times 2,3 \approx 1,5$ .

A distância é 1,5 cm.

- 5.** Como o triângulo é retângulo, o ortocentro coincide com  $R$ , vértice do ângulo reto, e o circuncentro  $C$  é o ponto médio da hipotenusa.

Seja  $r$  a medida, em cm, da circunferência dos nove pontos.

$$\overline{BC} = \frac{1}{2} \overline{RB} = \frac{1}{2} \times 2,4 = 1,2, \text{ logo } \overline{RC} = 3 \times 1,2 = 3,6.$$

Assim,  $r = \frac{1}{2} \overline{RC} = \frac{1}{2} \times 3,6 = 1,8$ , ou seja, 1,8 cm.

## Unidade 4

### Página 56

- 1.1.**  $g(4) = 192$ . Significa que quatro scones custam 1,92 €.
- 1.2.**  $g(6) = 288$
- 1.3.** O preço a pagar vai aumentando à medida que a quantidade de scones a comprar aumenta.
- 1.4.**  $p = 48a$
- 2.** Opção **(B)**

### Página 57

- 3.1.**  $g(-3) = 2 \times (-3) + (-2) = -8$ ;  $g\left(-\frac{1}{3}\right) = 2 \times \left(-\frac{1}{3}\right) + (-2) = -\frac{8}{3}$ ;  
 $g(0) = 2 \times 0 + (-2) = -2$ ;  $g\left(\frac{3}{2}\right) = 2 \times \left(\frac{3}{2}\right) + (-2) = 1$

$x$	-3	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{3}{2}$
$g(x)$	-8	$-\frac{8}{3}$	-2	1

- 3.2.**  $g(x) = 2x - 2$
- 4.1.** A correspondência é uma função, porque a cada mês de um ano não bissexto corresponde um e um só número de dias.
- 4.2.**  $d(2) = 28$   
Significa que o mês de fevereiro, num ano não bissexto, tem 28 dias.
- 4.3.**  $x \in \{4, 6, 9, 11\}$   
Significa que os meses abril, junho, setembro e novembro têm 30 dias.
- 5.1.** A afirmação é verdadeira. Observando-se o gráfico, verifica-se que  $A(4)$  é o máximo da concentração de antibiótico.
- 5.2.** A afirmação é falsa. A eliminação do antibiótico começa após quatro horas de ter sido administrado.
- 5.3.** A afirmação é falsa. O tempo de crescimento foi de quatro horas e o tempo de diminuição foi superior a seis horas.

### Página 58

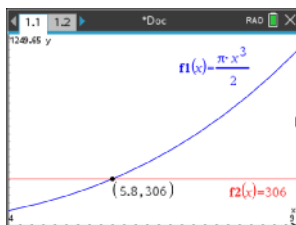
- 1.1.**  $f$  é uma função porque a cada elemento do conjunto  $A$  corresponde um e um só elemento do conjunto  $B$ .
- 1.2.**  $D_f = \left\{-3, \frac{1}{2}, 2, 0, 5\right\}$ ;  $D'_f = \left\{0, \frac{1}{3}, 2, \sqrt{5}\right\}$   
 Conjunto de chegada:  $B = \left\{0, \frac{1}{3}, 2, \sqrt{5}, 7\right\}$
- 1.3.** Os objetos  $\frac{1}{2}$  e 0 têm a mesma imagem: 0



- 1.4. O objeto é o 5, cuja imagem é  $\sqrt{5}$  que é um número irracional.
- 2.1.  $D_d = [0, 31]$ ;  $D'_d = [3, 18]$
- 2.2. a)  $d(t) = 14 \Leftrightarrow t = 2 \vee t = 17 \vee t = 25$   
Ao fim de 2, 17 e 25 segundos.
- b)  $d(t) \geq 14 \Leftrightarrow t \in [0, 2] \cup [17, 25]$   
Desde o instante inicial até ao 2.º segundo e desde o 17.º até ao 25.º segundo.
- c)  $d(t) < 14 \Leftrightarrow t \in ]2, 17[ \cup ]25, 31]$   
Entre os 2.º e 17.º segundos, entre os 25.º e 31.º segundos e no 31.º segundo.

## Página 59

- 2.3. a) Por exemplo,  $k = 3$ .  
b) Por exemplo,  $k = 9$ .  
a) Por exemplo,  $k = 19$ .
- 3.1.  $5 - x > 0 \wedge x > 0 \Leftrightarrow x < 5 \wedge x > 0$ . Logo,  $D_f = ]0, 5[$
- 3.2.  $f(x) = \frac{x(5-x)}{2}$ ;  $f\left(\frac{5}{2}\right) = \frac{5\left(5 - \frac{5}{2}\right)}{2} = \frac{25}{8}$ . Logo,  $P\left(\frac{5}{2}, \frac{25}{8}\right)$ .
- 4.1.  $V(x) = \pi \times \left(\frac{x}{2}\right)^2 \times 4 \times \left(\frac{x}{2}\right) = \frac{\pi \times x^3}{2}$ ;  $V(4) = \frac{\pi \times 4^3}{2} = 32\pi$
- 4.2.  $V(x) = 306 \Leftrightarrow x = 5,80$



## Página 60

1.  $f: y = -\frac{4}{3}x - 2$ ;  $g: y = -\frac{4}{3}x + 2$ ;  $h: y = \frac{1}{2}x$ ;  $i: y = 2$ ;  $j: y = \frac{4}{3}x + 2$
- 2.1. Seja  $f(x) = ax + b$ .  
$$\begin{cases} a \times 2 + b = -3 \\ a \times 3 + b = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -3 - 2a \\ 3a - 3 - 2a = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 \\ a = -3 \end{cases} \text{ Logo, } f(x) = -3x + 3.$$
- 2.2.  $f\left(-\frac{4}{3}\right) = -3 \times \left(-\frac{4}{3}\right) + 3 = 7 \rightarrow C\left(-\frac{4}{3}, 7\right)$ ;  
 $f(x) = -5 \Leftrightarrow -3x + 3 = -5 \Leftrightarrow x = \frac{8}{3} \rightarrow D\left(\frac{8}{3}, -5\right)$
- 2.3.  $f\left(-\frac{1}{3}\right) = -3 \times \left(-\frac{1}{3}\right) + 3 = 4$  e  $4 \neq 6$ . Logo,  $\left(-\frac{1}{3}, 6\right)$  não pertence ao gráfico de  $f$ .

## Página 61

- 2.4.  $(x, 2x)$ ;  $f(x) = 2x \Leftrightarrow -3x + 3 = 2x \Leftrightarrow x = \frac{3}{5}$ . O referido ponto tem coordenadas  $\left(\frac{3}{5}, \frac{6}{5}\right)$ .
- 2.5.  $g(x) = ax + 1$ ;  $g(1) = 5 \Leftrightarrow a + 1 = 5 \Leftrightarrow a = 4 \rightarrow g(x) = 4x + 1$   
 $f(x) = g(x) \Leftrightarrow -3x + 3 = 4x + 1 \Leftrightarrow x = \frac{2}{7}$ ;  $f\left(\frac{2}{7}\right) = -3 \times \frac{2}{7} + 3 = \frac{15}{7}$   
O ponto de interseção dos gráficos tem coordenadas  $\left(\frac{2}{7}, \frac{15}{7}\right)$ .
- 2.6.  $f(4) = -3 \times 4 + 3 = -9$ . Logo,  $y = -9$ .



3.  $f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -4 \rightarrow A(-4, 0)$   
 $g(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{6}{5}x - \frac{3}{5} = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2} \rightarrow B\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$   
 $f(x) = g(x) \Leftrightarrow \frac{3}{2}x + 6 = -\frac{6}{5}x - \frac{3}{5} \Leftrightarrow x = -\frac{22}{9}; f\left(-\frac{22}{9}\right) = \frac{7}{3} \rightarrow C\left(-\frac{22}{9}, \frac{7}{3}\right)$   
 $A_{[ABC]} = \frac{\left|-\frac{1}{2} - (-4)\right| \times \frac{7}{3}}{2} = \frac{49}{12}$ . A área é igual a  $\frac{49}{12}$  u.a.

4.1.  $g\left(-\frac{1}{3}\right) = 0 \Leftrightarrow a \times \left(-\frac{1}{3}\right) + 4 = 0 \Leftrightarrow a = 12$

4.2.

$x$	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	$+\infty$
$g(x)$	-	0	+

5. A afirmação é falsa. Como  $a^2 > 0$  para qualquer valor real  $a$ , então  $\frac{1}{3} + a^2$  será sempre positivo e  $-\left(\frac{1}{3} + a^2\right)$  será sempre negativo, pelo que o coeficiente do termo em  $x$  será sempre negativo. Consequentemente,  $j$  será decrescente, independentemente do valor do parâmetro  $a$ .

### Página 62

- 1.1. Vértice:  $(0, 0)$ ; eixo de simetria:  $Oy$

1.2.  $D_f' = [0, +\infty[$

$x$	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	+	0	+

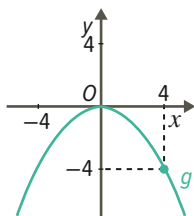
1.3.

$x$	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	0	$\nearrow$

Se  $x \in ]-\infty, 0]$ , então  $f$  é decrescente; se  $x \in [0, +\infty[$ , então  $f$  é crescente.

- 1.4. Como  $0 < \frac{1}{4} < 1$ , então o gráfico de  $f$  é imagem do gráfico de  $y = x^2$  por uma contração vertical de coeficiente  $\frac{1}{4}$ .

1.5.



1.6.  $g(x) = -\frac{1}{4}x^2$

$$f(-1) + g(-1) = \frac{1}{4} \times (-1)^2 + \left(-\frac{1}{4}\right) \times (-1)^2 = \frac{1}{4} + \left(-\frac{1}{4}\right) = 0$$

### Página 63

2.1.  $g(-3) = 6 \Leftrightarrow -f(-3) = 6 \Leftrightarrow -a(-3)^2 = 6 \Leftrightarrow -9a = 6 \Leftrightarrow a = -\frac{2}{3}$

2.2.  $f(x) = -\frac{3}{2} \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x^2 = -\frac{3}{2} \Leftrightarrow x^2 = \frac{9}{4} \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \vee x = -\frac{3}{2}$

3.  $P\left(x, \frac{x}{2}\right); x \times \frac{x}{2} = 8 \Leftrightarrow x^2 = 16 \Leftrightarrow x = 4 \vee x = -4 \rightarrow P(4, 2)$  ou  $P(-4, 2)$ ;  
 Considerando, por exemplo  $x = 4$ .  $h(4) = 2 \Leftrightarrow a \times 4^2 = 2 \Leftrightarrow a = \frac{1}{8}$

4.1. Função  $f$ :

$x$	$-\infty$	$-3$	$+\infty$
$f(x)$	$\searrow$	$0$	$\nearrow$

$$D_f = \mathbb{R}; D'_f = [0, +\infty[$$

Mínimo: 0

Função  $g$ :

$x$	$-\infty$	$2$	$+\infty$
$g(x)$	$\nearrow$	$0$	$\searrow$

$$D_g = \mathbb{R}; D'_g = ]-\infty, 0]$$

Máximo: 0

4.2.  $f(x) = a(x+3)^2$ . Como  $f(0) = 4 \Leftrightarrow a = \frac{4}{9} \rightarrow f(x) = \frac{4}{9}(x+3)^2$

$g(x) = a(x-2)^2$ . Como  $g(-1) = -3 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{3} \rightarrow g(x) = -\frac{1}{3}(x-2)^2$

4.3. O gráfico da função  $f$  obtém-se a partir do gráfico da função  $y = x^2$  através de uma translação que aplica o ponto  $O$  no ponto  $(-3, 0)$  e de uma contração vertical de coeficiente  $\frac{4}{9}$ .

## Página 64

5.1.  $i(x) = a(x - \sqrt{3})^2$ . Como  $i(0) = 1$ , então  $a(0 - \sqrt{3})^2 = 1 \Leftrightarrow 3a = 1 \Leftrightarrow a = \frac{1}{3} \rightarrow i(x) = \frac{1}{3}(x - \sqrt{3})^2$

5.2. 

$x$	$-\infty$	$\sqrt{3}$	$+\infty$
$i(x)$	$\searrow$	$0$	$\nearrow$

A função  $i$  é decrescente em  $]-\infty, \sqrt{3}]$  e crescente em  $[\sqrt{3}, +\infty[$ .

## 5.3. Opção (B)

6.1.  $D'_f = ]-\infty, 3]$

6.2. 

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$f(x)$	$\nearrow$	$3$	$\searrow$

A função  $f$  é crescente em  $]-\infty, 0]$  e decrescente em  $[0, +\infty[$ .

6.3.  $f(x) = ax^2 + 3$ ;  $f(-2) = -9 \Leftrightarrow a(-2)^2 + 3 = -9 \Leftrightarrow 4a = -12 \Leftrightarrow a = -3$ . Logo,  $f(x) = -3x^2 + 3$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -1$  Os zeros da função  $f$  são  $-1$  e  $1$ .

6.4. 

$x$	$-\infty$	$-1$		$1$	$+\infty$
$f(x)$	$-$	$0$	$+$	$0$	$-$

A função  $f$  é positiva em  $]-1, 1[$  e negativa em  $]-\infty, -1[ \cup ]1, +\infty[$ .

7.1.  $f(x) = a(x+3)^2 + 4$

$f(0) = 0 \Leftrightarrow 9a + 4 = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{4}{9}$

$f(x) = -\frac{4}{9}(x+3)^2 + 4$

7.2.  $g(x) = a(x+2)^2 - 3$

$g(0) = 2 \Leftrightarrow 4a - 3 = 2 \Leftrightarrow a = \frac{5}{4}$

$g(x) = \frac{5}{4}(x+2)^2 - 3$

7.3.  $h(x) = a(x-1)^2 + 5$

$h(-2) = 2 \Leftrightarrow 9a + 5 = 2 \Leftrightarrow a = -\frac{1}{3}$

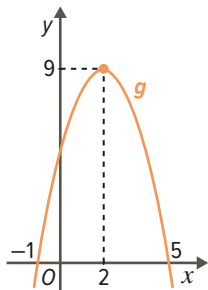
$h(x) = -\frac{1}{3}(x-1)^2 + 5$



## Página 65

8.1. Eixo de simetria: reta paralela ao eixo  $Oy$  que passa no ponto  $(2, 0)$ ; vértice:  $(2, 9)$

8.2.  $g(0) - g(4) = 0$



8.3.  $g(x) = a(x-2)^2 + 9$ . Como  $g(-1) = 0$ , então:  $a(-3)^2 + 9 = 0 \Leftrightarrow a = -1 \rightarrow g(x) = -(x-2)^2 + 9$   
Como  $g(0) = 5$ , então  $A(0, 5)$ .

$$g(x) = 5 \Leftrightarrow -(x-2)^2 + 9 = 5 \Leftrightarrow x = 4 \vee x = 0, \text{ logo } B(4, 5) \text{ e } C(4, 0).$$

$A_{[OABC]} = 4 \times 5 = 20$ , ou seja, a área de  $[OABC]$  é igual a 20 u.a..

9. Opção (C)

10. Opção (D)

11.  $-3x^2 + 4x + c = -3\left(x^2 - \frac{4}{3}x + \left(\frac{2}{3}\right)^2 - \frac{4}{9}\right) + c = -3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{4}{3} + c$

Eixo de simetria: reta paralela ao eixo  $Oy$  que passa no ponto  $\left(\frac{2}{3}, 0\right)$ . Como a concavidade é voltada para baixo, a função  $f$  é crescente em  $\left]-\infty, \frac{2}{3}\right]$  e decrescente em  $\left[\frac{2}{3}, +\infty\right[$ , pelo que as afirmações (I) e (III) são verdadeiras.

Para  $c = 1$ , tem-se  $f(x) = -3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{7}{3}$ , pelo que  $D'_f = \left]-\infty, \frac{7}{3}\right]$ . Logo, a afirmação (II) é falsa.

## Página 66

1.1.  $\Delta = 3^2 - 4 \times 1 \times (-5) = 29 > 0$ .

Duas soluções

1.2.  $2x^2 = -\frac{1}{2}x - 1 \Leftrightarrow 4x^2 + x + 2 = 0$

$$\Delta = 1^2 - 4 \times 4 \times 2 = -31 < 0$$

Zero soluções

1.3.  $-\frac{1}{6}(3x^2 + 3) = x$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2} = x \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$\Delta = (-2)^2 - 4 \times (-1) \times (-1) = 0$$

Uma solução

1.4.  $3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 = -\frac{x(2-x)}{3}$

$$\Leftrightarrow 3\left(x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{9}\right) = -\frac{2x - x^2}{3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 4x + \frac{4}{3} = -\frac{2x}{3} + \frac{x^2}{3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 8x^2 - 10x + 4 = 0 \Leftrightarrow 4x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$\Delta = (-5)^2 - 4 \times 4 \times 2 = -7 < 0$$

Zero soluções



$$2.1. f(x) = \frac{1}{2}x^2 + kx + 2 - x = \frac{1}{2}x^2 + (k-1)x + 2$$

$$\Delta = 0 \Leftrightarrow (k-1)^2 - 4 \times \frac{1}{2} \times 2 = 0 \Leftrightarrow k^2 - 2k + 1 - 4 = 0 \Leftrightarrow k^2 - 2k - 3 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 1 \times (-3)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow k = \frac{2 \pm \sqrt{16}}{2} \Leftrightarrow k = -1 \vee k = 3$$

$$2.2. a) f(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 - 4x + 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 4 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \times 1 \times 4}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{48}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{8 \pm 4\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow x = 4 \pm 2\sqrt{3}$$

Zeros:  $4 - 2\sqrt{3}$  e  $4 + 2\sqrt{3}$

<b>b)</b>	$x$	$-\infty$	$4 - 2\sqrt{3}$		$4 + 2\sqrt{3}$	$+\infty$
	$f(x)$	+	0	-	0	+

$$c) f(x) = -6 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 - 4x + 2 = -6 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 16 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-(-8) \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \times 1 \times 16}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{0}}{2} \Leftrightarrow x = 4$$

$(4, -6)$  corresponde às coordenadas do vértice da parábola, sendo  $-6$  o mínimo da função  $f$ .

### Página 67

$$3.1. f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 4x + 5 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times (-1) \times 5}}{2 \times (-1)} \Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{36}}{-2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = -1 \vee x = 5 \rightarrow A(-1, 0) \text{ e } B(5, 0)$$

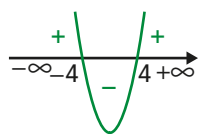
$$3.2. \text{ Como o triângulo é isósceles, então a abcissa do ponto } C \text{ é } \frac{-1+5}{2} = 2, \text{ pelo que } f(2) = -2^2 + 4 \times 2 + 5 = 9.$$

Assim,  $D'_i = ]-\infty, 9]$ .

$$3.3. A_{[ABC]} = \frac{(|-1| + 5) \times 9}{2} = 27$$

A área do triângulo é igual a 27 u.a.

$$4.1. x^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow x = -4 \vee x = 4 \quad 4.2. x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = 2$$



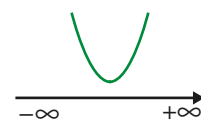
$$x \in ]-\infty, -4[ \cup ]4, +\infty[$$



$$x \in [0, 2]$$

$$4.3. 2x^2 + x + 1 = 0 \Leftrightarrow \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \times 2 \times 1}}{2 \times 2}$$

Equação impossível

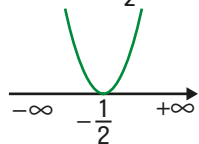


$$x \in \{ \}$$

$$4.4. 4x^2 + 4x + 1 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 4 \times 1}}{2 \times 4}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$$



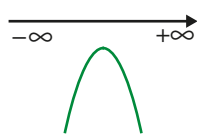
$$x \in \mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{1}{2} \right\}$$

$$4.5. \Leftrightarrow -x^2 + 10x - 28 \leq 0$$

$$-x^2 + 10x - 28 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-10 \pm \sqrt{10^2 - 4 \times (-1) \times (-28)}}{2 \times (-1)}$$

Equação impossível



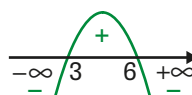
$$x \in \mathbb{R}$$

$$4.6. -x^2 + 9x - 18 > 0$$

$$-x^2 + 9x - 18 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-9 \pm \sqrt{9^2 - 4 \times (-1) \times (-18)}}{2 \times (-1)}$$

$$\Leftrightarrow x = 3 \vee x = 6$$



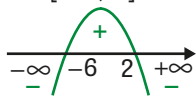
$$x \in ]3, 6[$$

$$5.1. \text{ Eixo de simetria: reta paralela ao eixo } Oy \text{ que passa no ponto } (-2, 0); \text{ vértice: } (-2, 32); f(x) = a(x+2)^2 + 32$$

$$f(2) = 0 \Leftrightarrow 16a + 32 = 0 \Leftrightarrow a = -2, \text{ logo } f(x) = -2(x+2)^2 + 32.$$



5.2. a)  $x \in [-6, 2]$



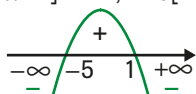
b)  $f(x) < 14$

$$\Leftrightarrow -2(x+2)^2 + 18 < 0$$

$$-2(x+2)^2 + 18 = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 9 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = -5$$

$$x \in ]-\infty, -5[ \cup ]1, +\infty[$$



### Página 68

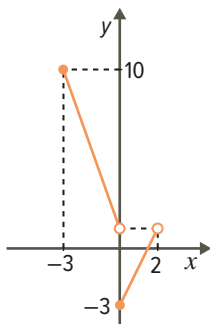
1.1.  $D_f = [-3, 2[$

1.2. a)  $f(-2) = -3 \times (-2) + 1 = 7$

b)  $f(0) = 2 \times 0 - 3 = -3$

c)  $f\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \times \frac{1}{2} - 3 = -2$

1.3.



1.4.  $D'_i = [-3, 1[ \cup ]1, 10]$

2.1. a)  $3,72 + 0,71 \times 10 = 10,82$ ;  $10,82 \text{ €}$

b)  $3,72 + 0,71 \times 20 + 2,84 \times 5 = 32,12$ ;  $32,12 \text{ €}$

2.2.  $p(x) = \begin{cases} 3,72 + 0,71x & \text{se } x \leq 20 \\ 3,72 + (20 \times 0,71) + 2,84 \times (x - 20) & \text{se } x > 20 \end{cases}$ , ou seja,  $p(x) = \begin{cases} 3,72 + 0,71x & \text{se } x \leq 20 \\ 2,84x - 38,88 & \text{se } x > 20 \end{cases}$

### Página 69

3.1.  $D_f = [-4, +\infty[$  e  $D'_f = [-3, +\infty[$   
 $D_g = [-2, 3]$  e  $D'_g = [-1, 2[ \cup ]3, 8]$

3.2. Função  $f$ :

Se  $x \in [-4, -1]$ , substituindo  $(-4, -3)$  e  $(-1, 2)$  em  $y = mx + b$ :

$$\begin{cases} -3 = -4m + b \\ 2 = -m + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 = -4m + 2 + m \\ b = 2 + m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{5}{3} \\ b = \frac{11}{3} \end{cases}$$

Se  $x \geq 2$ , substituindo  $(2, 2)$  e  $(3, 5)$  em  $y = mx + b$ :

$$\begin{cases} 2 = 2m + b \\ 5 = 3m + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2 - 2m \\ 5 = 3m + 2 - 2m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = -4 \\ m = 3 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{5}{3}x + \frac{11}{3} & \text{se } -4 \leq x \leq -1 \\ 2 & \text{se } -1 < x < 2 \\ 3x - 4 & \text{se } x \geq 2 \end{cases}$$

3.3.  $f\left(-\frac{5}{3}\right) = \frac{5}{3} \times \left(-\frac{5}{3}\right) + \frac{11}{3} = \frac{8}{9}$ ;  $g\left(\frac{3}{2}\right) = \frac{5}{2} \times \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = \frac{17}{4}$

3.4. Zero soluções

Função  $g$ :

Se  $x \in [-2, 1[$ , substituindo  $(-2, -1)$  em  $y = mx + 1$ :

$$-1 = -2m + 1 \Leftrightarrow m = 1, \text{ ou seja } y = x + 1$$

Se  $x \in [1, 3]$ , substituindo  $(1, 3)$  e  $(3, 8)$  em  $y = mx + b$ :

$$\begin{cases} 3 = m + b \\ 8 = 3m + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 3 - m \\ 8 = 3m + 3 - m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{2} \\ m = \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} x + 1 & \text{se } -2 \leq x < 1 \\ \frac{5}{2}x + \frac{1}{2} & \text{se } 1 \leq x \leq 3 \end{cases}$$



- 4.1.  $D_h = [-5, +\infty[; D'_h = ]-\infty, 4]$
- 4.2. a) Por exemplo,  $k = 5$   
 b) Por exemplo,  $k = 4$   
 c) Por exemplo,  $k = \frac{1}{2}$
- 4.3. Se  $x \in [-5, 0[$ ,  $h(x) = a(x+2)^2 + 4$ ;  $h(-5) = 0 \Leftrightarrow 9a + 4 = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{4}{9}$   
 Se  $x \in [0, +\infty[$ ,  $h(x) = mx + 1$ ;  $h(1) = -1 \Leftrightarrow m + 1 = -1 \Leftrightarrow m = -2$   

$$h(x) = \begin{cases} -\frac{4}{9}(x+2)^2 + 4 & \text{se } -5 \leq x < 0 \\ -2x + 1 & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$
- 4.4.  $h(-5) - h(0) \times h(1) - h(\pi) = 0 - 1 \times (-1) - (-2\pi + 1) = 1 + 2\pi - 1 = 2\pi$

## Página 70

- 1.1. Se  $x \leq 0$ ,  $f(x) = a(x+1)^2 + 5$ . Como  $f(-5) = 0$ , então:  
 $16a + 5 = 0 \Leftrightarrow a = -\frac{5}{16}$ , logo  $f(x) = -\frac{5}{16}(x+1)^2 + 5$ .  $f(0) = -\frac{5}{16} + 5 = \frac{75}{16}$ .

As coordenadas são  $(0, \frac{75}{16})$ .

1.2.

$x$	$-\infty$	$-5$		$0$		$3$	$+\infty$
$f(x)$	$-$	$0$	$+$	$+$	$-$	$0$	$+$

- 1.3.  $x \in ]-\infty, -5] \cup [0, 3]$
- 1.4. Se  $x > 0$ ,  $f(x) = mx - 3$ . Como  $f(3) = 0$ , então:  $3m - 3 = 0 \Leftrightarrow m = 1$ . Assim,  $f(x) = x - 3$ .  
 $x - 3 \geq 5 \Leftrightarrow x \geq 8$ , pelo que:  $f(x) \geq 5 \Leftrightarrow x \in \{-1\} \cup [8, +\infty[$

- 2.1.  $D_g = ]-\infty, 9]$
- 2.2. a)  $g(x) = 0 \Leftrightarrow (-2x + 12 = 0 \wedge x < -4) \vee (3x - \frac{1}{3} = 0 \wedge -4 \leq x < 3) \vee (32 - 2x^2 = 0 \wedge 3 \leq x \leq 9) \Leftrightarrow$   
 $\Leftrightarrow (x = 6 \wedge x < -4) \vee (x = \frac{1}{9} \wedge -4 \leq x < 3) \vee ((x = -4 \vee x = 4) \wedge 3 \leq x \leq 9) \Leftrightarrow x = \frac{1}{9} \vee x = 4$   
 Zeros da função  $g$ :  $\frac{1}{9}$  e  $4$
- b)  $g(x) = 14 \Leftrightarrow (-2x + 12 = 14 \wedge x < -4) \vee (3x - \frac{1}{3} = 14 \wedge -4 \leq x < 3) \vee (32 - 2x^2 = 14 \wedge 3 \leq x \leq 9) \Leftrightarrow$   
 $\Leftrightarrow (x = -1 \wedge x < -4) \vee (x = \frac{43}{9} \wedge -4 \leq x < 3) \vee ((x = -3 \vee x = 3) \wedge 3 \leq x \leq 9) \Leftrightarrow x = 3$

- 3.1.  $D_j = [-2, +\infty[ \setminus \{0\}$ ;  $D'_j = ]-3, +\infty[$

3.2.

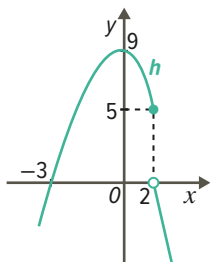
$x$	$-2$		$0$		$2$		$5$	$+\infty$
$j(x)$	$0$	$+$	n.d.	$+$	$0$	$-$	$0$	$+$

## Página 71

- 3.3. a)  $b \in ]-\infty, -3]$   
 b)  $b \in [0, 3[$   
 c)  $b \in ]-3, 0[ \cup [3, +\infty[$
- 4.1. **Interseção com o eixo das ordenadas:**  $h(0) = -0^2 + 9 = 9$ ;  $(0, 9)$   
**Interseção com o eixo das abcissas:**  
 $h(x) = 0 \Leftrightarrow (-x^2 + 9 = 0 \wedge x \leq 2) \vee (-4x + 8 = 0 \wedge x > 2) \Leftrightarrow$   
 $\Leftrightarrow ((x = 3 \vee x = -3) \wedge x \leq 2) \vee (x = 2 \wedge x > 2) \Leftrightarrow x = -3$ ;  $(-3, 0)$



4.2.



4.3.  $D'_h = ]-\infty, 9]$

4.4.  $h(x) = -2 \Leftrightarrow (-x^2 + 9 = -2 \wedge x \leq 2) \vee (-4x + 8 = -2 \wedge x > 2) \Leftrightarrow$   
 $\Leftrightarrow ((x = \sqrt{11} \vee x = -\sqrt{11}) \wedge x \leq 2) \vee (x = \frac{5}{2} \wedge x > 2) \Leftrightarrow x = -\sqrt{11} \vee x = \frac{5}{2}$

5.1.  $v(x) = \begin{cases} 820 + 0,03x & \text{se } 0 \leq x \leq 120\,000 \\ 820 + 0,03 \times 120\,000 + 0,04 \times (x - 120\,000) & \text{se } x > 120\,000 \end{cases}$ , ou seja,

$v(x) = \begin{cases} 820 + 0,03x & \text{se } 0 \leq x \leq 120\,000 \\ 0,04x - 380 & \text{se } x > 120\,000 \end{cases}$

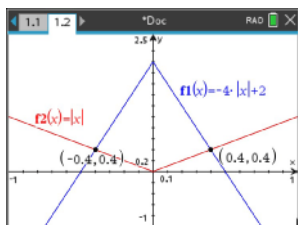
5.2.  $v(115\,000) = 820 + 0,03 \times 115\,000 = 4270$ . Se, num mês, o Alfredo efetuar vendas num valor de 115 000 €, então, o seu salário líquido, nesse mês, será 4270 €.

5.3.  $v(x) > 6000 \Leftrightarrow 0,04x - 380 > 6000 \Leftrightarrow x > \frac{(6000 + 380)}{0,04} \Leftrightarrow x > 159\,500$

Página 72

1.1. a)  $f(-3) = -4 \times |-3| + 2 = -10$       b)  $f\left(\frac{1}{3}\right) = -4 \times \left|\frac{1}{3}\right| + 2 = \frac{2}{3}$       c)  $f\left(-\frac{3}{2}\right) = -4 \times \left|-\frac{3}{2}\right| + 2 = -4$

1.2. Os pontos de interseção dos dois gráficos têm coordenadas:  $(-0,4; 0,4)$  e  $(0,4; 0,4)$



2.1.  $f(x) = \begin{cases} x - 6 & \text{se } x \geq 6 \\ -x + 6 & \text{se } x < 6 \end{cases}$

2.2.  $f(x) = \begin{cases} x - \frac{1}{2} & \text{se } x \geq \frac{1}{2} \\ -x + \frac{1}{2} & \text{se } x < \frac{1}{2} \end{cases}$

2.3.  $f(x) = \begin{cases} -3x + 5 & \text{se } x \leq \frac{5}{3} \\ 3x - 5 & \text{se } x > \frac{5}{3} \end{cases}$

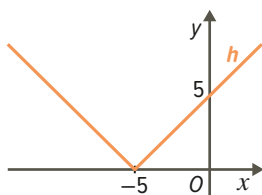
2.4.  $f(x) = \begin{cases} -x - \frac{2}{3} & \text{se } x \geq -\frac{2}{3} \\ x + \frac{2}{3} & \text{se } x < -\frac{2}{3} \end{cases}$

2.5.  $f(x) = \begin{cases} 4x - 1 - 3 & \text{se } x \geq \frac{1}{4} \\ -4x + 1 - 3 & \text{se } x < \frac{1}{4} \end{cases} = \begin{cases} 4x - 4 & \text{se } x \geq \frac{1}{4} \\ -4x - 2 & \text{se } x < \frac{1}{4} \end{cases}$

3.1.  $h(x) = \begin{cases} x + 5 & \text{se } x \geq -5 \\ -x - 5 & \text{se } x < -5 \end{cases}$

Página 73

3.2.



3.3.  $D_h = \mathbb{R}$ ;  $D'_h = [0, +\infty[$

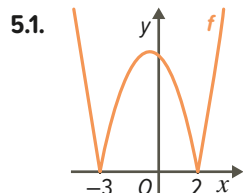


$$4.1. j(x) = \begin{cases} -x - \frac{1}{2} & \text{se } x \geq \frac{3}{2} \\ x - \frac{7}{2} & \text{se } x < \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$4.2. j(x) = 0 \Leftrightarrow \left(-x - \frac{1}{2} = 0 \wedge x \geq \frac{3}{2}\right) \vee \left(x - \frac{7}{2} = 0 \wedge x < \frac{3}{2}\right) \Leftrightarrow \underbrace{\left(x = -\frac{1}{2} \wedge x \geq \frac{3}{2}\right)}_{\text{impossível}} \vee \underbrace{\left(x = \frac{7}{2} \wedge x < \frac{3}{2}\right)}_{\text{impossível}}$$

A função  $j$  não tem zeros.

$$4.3. -1 \notin D'_j, \text{ pois } D'_j = ]-\infty, -2].$$



$$5.2. f(x) = \begin{cases} x^2 + x - 6 & \text{se } x \in ]-\infty, -3] \cup [2, +\infty[ \\ -x^2 - x + 6 & \text{se } x \in ]-3, 2[ \end{cases}$$

$$6. f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x + 1 & \text{se } x \geq 0 \\ \frac{1}{2}x + 1 & \text{se } x < 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} f(x) = g(x) &\Leftrightarrow \left(-\frac{1}{2}x + 1 = x^2 - 4 \wedge x \geq 0\right) \vee \left(\frac{1}{2}x + 1 = x^2 - 4 \wedge x < 0\right) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (-x + 2 = 2x^2 - 8 \wedge x \geq 0) \vee (x + 2 = 2x^2 - 8 \wedge x < 0) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow (2x^2 + x - 10 = 0 \wedge x \geq 0) \vee (2x^2 - x - 10 = 0 \wedge x < 0) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \left(x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 2 \times (-10)}}{2 \times 2} \wedge x \geq 0\right) \vee \left(x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 2 \times (-10)}}{2 \times 2} \wedge x < 0\right) \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \left(\left(x = 2 \vee x = -\frac{5}{2}\right) \wedge x \geq 0\right) \vee \left(\left(x = \frac{5}{2} \vee x = -2\right) \wedge x < 0\right) \Leftrightarrow x = 2 \vee x = -2 \end{aligned}$$

## Unidade 5

### Página 74

1.1.  $A(5, 0)$ ;  $B(4, 3)$ ;  $C(-3, -2)$ ;  $D(3, -3)$ ;  $E(-4, 3)$

1.2. Ponto  $D$

1.3. Eixo  $Oy$

1.4. a)  $P(-3, 2)$

b)  $P(-3, -3)$

1.5.  $T(0, -3)$

2.1.  $B \in Oy \Leftrightarrow k^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow k = 3 \vee k = -3$ .

Assim,  $B \in Oy \Leftrightarrow k \in \{-3, 3\}$ .

2.2.  $A \in 3.^\circ Q \Leftrightarrow 2 - 3k < 0 \wedge -4 < 0 \Leftrightarrow 2 - 3k < 0 \Leftrightarrow k > \frac{2}{3}$ , portanto,  $A \in 3.^\circ Q \Leftrightarrow k \in \left] \frac{2}{3}, +\infty \right[$ .

2.3.  $B \in 4.^\circ Q \Leftrightarrow k^2 - 9 > 0 \wedge 2 < 0 \rightarrow$  condição impossível, portanto,  $B \in 4.^\circ Q \Leftrightarrow k \in \{\}$ .

### Página 75

3.  $\overline{OA}^2 = 3^2 + 2^2$ , logo  $\overline{OA} = \sqrt{13}$ ;  $\overline{OD}^2 = \sqrt{13}^2 + 4^2$ , pelo que  $\overline{OD} = \sqrt{29}$ .

$A(-3, 2)$ ;  $B(0, \sqrt{13})$ ;  $C(-\sqrt{13}, 0)$ ;  $D(-\sqrt{13}, -4)$ ;  $E(2, -4)$ ;

$F(-\sqrt{29}, 0)$ ;  $G(0, -\sqrt{29})$ ;  $H(5, 2)$