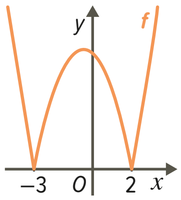
4.1. $j(x)=\begin{cases}-x-\frac{1}{2} & \text{se} \quad x\geqslant\frac{3}{2}\\ x-\frac{7}{2} & \text{se} \quad x<\frac{3}{2}\end{cases}$

4.2. $j(x)=0 \Leftrightarrow \left(-x-\frac{1}{2}=0\wedge x\geqslant\frac{3}{2}\right)\vee\left(x-\frac{7}{2}=0\wedge x<\frac{3}{2}\right) \Leftrightarrow \underbrace{\left(x=-\frac{1}{2}\wedge x\geqslant\frac{3}{2}\right)}_{\text{impossível}}\vee\underbrace{\left(x=\frac{7}{2}\wedge x<\frac{3}{2}\right)}_{\text{impossível}}$

A função j não tem zeros.

4.3. $-1\notin D'_j$, pois $D'_j=]-\infty\,,-2]$.

5.1.



5.2. $f(x)=\begin{cases}x^2+x-6 & \text{se} \quad x\in]-\infty\,,-3]\cup[2\,,+\infty[\\ -x^2-x+6 & \text{se} \quad x\in]-3{,}2[\end{cases}$

6. $f(x)=\begin{cases}-\frac{1}{2}x+1 & \text{se} \ x\geqslant 0\\ \frac{1}{2}x+1 & \text{se} \ x<0\end{cases}$

$$f(x)=g(x) \Leftrightarrow \left(-\frac{1}{2}x+1=x^2-4\wedge x\geqslant 0\right)\vee\left(\frac{1}{2}x+1=x^2-4\wedge x<0\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(-x+2=2x^2-8\wedge x\geqslant 0\right)\vee\left(x+2=2x^2-8\wedge x<0\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(2x^2+x-10=0\wedge x\geqslant 0\right)\vee\left(2x^2-x-10=0\wedge x<0\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(x=\frac{-1\pm\sqrt{1^2-4\times 2\times(-10)}}{2\times 2}\wedge x\geqslant 0\right)\vee\left(x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\times 2\times(-10)}}{2\times 2}\wedge x<0\right) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left(\left(x=2\vee x=-\frac{5}{2}\right)\wedge x\geqslant 0\right)\vee\left(\left(x=\frac{5}{2}\vee x=-2\right)\wedge x<0\right) \Leftrightarrow x=2\vee x=-2$$

Unidade 5

Página 74

1.1. $A(5\,,\,0)$; $B(4\,,\,3)$; $C(-3\,,-2)$; $D(3\,,-3)$; $E(-4\,,\,3)$

1.2. Ponto D

1.3. Eixo Oy

1.4. **a)** $P(-3\,,\,2)$
b) $P(-3\,,-3)$

1.5. $T(0\,,-3)$

2.1. $B\in Oy \Leftrightarrow k^2-9=0 \Leftrightarrow k=3\vee k=-3$.

Assim, $B\in Oy \Leftrightarrow k\in\{-3\,,\,3\}$.

2.2. $A\in 3.^\text{o}\,Q \Leftrightarrow 2-3k<0\wedge -4<0 \Leftrightarrow 2-3k<0 \Leftrightarrow k>\frac{2}{3}$, portanto, $A\in 3.^\text{o}\,Q \Leftrightarrow k\in\left]\frac{2}{3}\,,+\infty\right[$.

2.3. $B\in 4.^\text{o}\,Q \Leftrightarrow k^2-9>0\wedge 2<0 \longrightarrow$ condição impossível, portanto, $B\in 4.^\text{o}\,Q \Leftrightarrow k\in\{\ \}$.

Página 75

3. $\overline{OA}^2=3^2+2^2$, logo $\overline{OA}=\sqrt{13}$; $\overline{OD}^2=\sqrt{13}^2+4^2$, pelo que $\overline{OD}=\sqrt{29}$.

$A(-3\,,\,2)$; $B\left(0\,,\,\sqrt{13}\right)$; $C\left(-\sqrt{13}\,,\,0\right)$; $D\left(-\sqrt{13}\,,-4\right)$; $E(2\,,-4)$;

$F\left(-\sqrt{29}\,,\,0\right)$; $G\left(0\,,-\sqrt{29}\right)$; $H(5\,,\,2)$

4.1. $A \in 4.^{\text{o}}\ \text{Q}$ e $B \in 2.^{\text{o}}\ \text{Q}$

4.2. Basta que a ordenada seja negativa com abcissa diferente de zero.

$-\frac{3-t}{4} \neq 0 \wedge 2-t<0 \Leftrightarrow t \neq 3 \wedge t>2$. Assim, $t \in]2, +\infty[\setminus \{3\}$.

4.3. **a)** $\left(-\frac{5}{2}, -3\right)$

b) $(2, -7)$

5. $P(-3, -1)$; $Q(0, -2)$; $R(3, -1)$; $A_{[PQR]} = \frac{6 \times 1}{2} = 3$

Página 76

1.1. **a)** $\overline{OA} = \sqrt{(0-2)^2 + [0-(-1)]^2} = \sqrt{5}$

b) $\overline{AB} = \sqrt{[2-(-3)]^2 + (-1-4)^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

1.2. $\overline{AC} = \sqrt{[2-(-2)]^2 + (-1-0)^2} = \sqrt{17}$; $\overline{BC} = \sqrt{[-3-(-2)]^2 + (4-0)^2} = \sqrt{17}$

Como $\overline{AC} = \overline{BC}$, o ponto C é equidistante de A e de B.

2. $\overline{AB} = \sqrt{(-4-0)^2 + [2-(-2)]^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

$\overline{AC} = \sqrt{(-4-3)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

$\overline{BC} = \sqrt{(0-3)^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$

Como $\overline{AC} \neq \overline{BC} \neq \overline{AB}$, o triângulo é escaleno.

Como $\sqrt{50}^2 = \sqrt{32}^2 + \sqrt{18}^2$ é uma proposição verdadeira, o triângulo $[ABC]$ é retângulo em B.

3.1. **a)** $M\left(\frac{4+(-2)}{2}, \frac{-3+5}{2}\right)$, ou seja, $M(1, 1)$

b) $\overline{CM} = \sqrt{(-1-1)^2 + (-2-1)^2} = \sqrt{13}$

Logo, a distância de C ao ponto médio de $[CM]$ é $\frac{\sqrt{13}}{2}$.

Página 77

3.2. $\overline{CA} = \sqrt{(-1-4)^2 + [-2-(-3)]^2} = \sqrt{26}$; $\overline{CB} = \sqrt{[-1-(-2)]^2 + (-2-5)^2} = \sqrt{50}$; $\overline{AB} = \sqrt{[4-(-2)]^2 + (-3-5)^2} = 10$

Como $\overline{CA} \neq \overline{CB} \neq \overline{AB}$, o triângulo é escaleno.

4.1. $\frac{x_C+3}{2} = \frac{1}{2} \wedge \frac{y_C+(-1)}{2} = 1 \Leftrightarrow x_C = -2 \wedge y_C = 3$. Então, $C(-2, 3)$.

$\frac{x_A+(-2)}{2} = -\frac{7}{2} \wedge \frac{y_A+3}{2} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x_A = -5 \wedge y_A = -2$. Então, $A(-5, -2)$.

$R\left(\frac{-5+3}{2}, \frac{-2+(-1)}{2}\right)$, ou seja, $R\left(-1, -\frac{3}{2}\right)$

4.2. $\overline{AB} = \sqrt{(-5-3)^2 + [-2-(-1)]^2} = \sqrt{65}$; $\overline{CA} = \sqrt{(-2+5)^2 + (3+2)^2} = \sqrt{34}$; $\overline{CB} = \sqrt{(-2-3)^2 + (3+1)^2} = \sqrt{41}$

$P_{[ABC]} = \sqrt{65} + \sqrt{34} + \sqrt{41} \approx 20{,}30$

4.3. $\frac{-k-1}{2} = \frac{-\frac{7}{2}+\frac{1}{2}}{2} \wedge k^2 - \frac{13}{4} = \frac{\frac{1}{2}+1}{2} \Leftrightarrow \frac{-k-1}{2} = -\frac{3}{2} \wedge k^2 = 4 \Leftrightarrow k = 2 \wedge (k=-2 \vee k=2) \Leftrightarrow k = 2$

5.1. $\overline{AD}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BD}^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \left(\sqrt{(-3+1)^2 + (-4-2)^2}\right)^2 = \left(\sqrt{(-3-k)^2 + (-4+4)^2}\right)^2 + \left(\sqrt{(k+1)^2 + (-4-2)^2}\right)^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 4 + 36 = (-3-k)^2 + (k+1)^2 + 36 \Leftrightarrow 2k^2 + 8k + 6 = 0 \Leftrightarrow k = -1 \vee k = -3$

Logo $k = -1$.

5.2. O ponto médio de $[BD]$ é, também, o ponto médio de $[AC]$.

Então: $\frac{x_C+(-3)}{2}=\frac{1+(-1)}{2} \wedge \frac{y_C+(-4)}{2}=\frac{-4+2}{2} \Leftrightarrow x_C=3 \wedge y_C=2$

Logo, $C(3\,,\,2)$.

Página 78

1.1. **a)** $x=-\sqrt{2}$ **b)** $y=2$

1.2. $(\pi\,,\,-3)$

1.3. Pontos B e C, pois têm a mesma ordenada, pelo que pertencem à reta de equação $y=2$, paralela ao eixo Ox.

1.4. $(-1\,,\,2)$; $(0\,,\,2)$; $(1\,,\,2)$; $(2\,,\,2)$; $(3\,,\,2)$

2.1. Por exemplo, $(1\,,\,-4)$

2.2. Se $Q\in r$, então $x=-2$. Assim: $k^2-11=-2 \Leftrightarrow k^2=9 \Leftrightarrow k=3 \vee k=-3$

3.1. $C(-2\,,\,2)\in r$; $m_s=\frac{1-(-4)}{3-(-2)}=1$. Como $r//s$, $m_r=m_s=1$.

Então, $2=-2+b \Leftrightarrow b=4$. Logo, a reta r é definida por $y=x+4$.

Página 79

3.2. Seja M o ponto médio de $[AB]$. $M\left(\frac{-2+3}{2}\,,\,\frac{-4+1}{2}\right)=\left(\frac{1}{2}\,,\,-\frac{3}{2}\right)$. Declive de CM: $m=\frac{-\frac{3}{2}-2}{\frac{1}{2}+2}=-\frac{7}{5}$

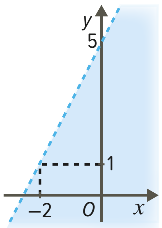
Atendendo a que C pertence a CM: $2=-\frac{7}{5}\times(-2)+b \Leftrightarrow b=-\frac{4}{5}$. Então, $y=-\frac{7}{5}x-\frac{4}{5}$.

4.1. $\frac{x_Q+(-3)}{2}=\frac{1}{2} \wedge \frac{y_Q+(-2)}{2}=-\frac{3}{2} \Leftrightarrow x_Q=4 \wedge y_Q=-1$, logo $Q(4\,,\,-1)$.

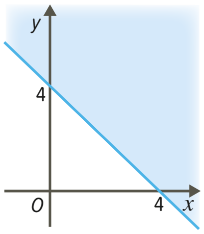
4.2. $[PF]$ é uma mediana do triângulo. $\overline{PB}=\sqrt{[-3-(-1)]^2+(-2-0)^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$. Então, $\overline{PF}=\frac{3}{2}\overline{PB}=3\sqrt{2}$.

4.3. $B\in RE$ e $E\in RE$. Assim: $m_{RE}=\frac{-\frac{3}{2}-0}{\frac{1}{2}-(-1)}=-1$. Como $0=1+b \Leftrightarrow b=-1$, então a reta RE é definida por $y=-x-1$.

5.1.



5.2.



6.1. $m_{AB}=\frac{-2-1}{-\frac{3}{2}-\frac{1}{2}}=\frac{3}{2}$; $1=\frac{3}{2}\times\frac{1}{2}+b \Leftrightarrow b=\frac{1}{4}$, logo AB: $y=\frac{3}{2}x+\frac{1}{4}$.

6.2. $y\leqslant\frac{3}{2}x+\frac{1}{4}$

6.3. **a)** $3>\frac{3}{2}\times\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$. Semiplano superior aberto determinado pela reta AB

b) $-\frac{5}{4}=\frac{3}{2}\times(-1)+\frac{1}{4}$, pelo que o ponto P não pertence a nenhum dos semiplanos abertos determinados pela reta AB, mas sim à própria reta.

Página 80

6.4. **a)** $M\left(\frac{\frac{1}{2}+\frac{5}{2}}{2}\,,\,\frac{1+\left(-\frac{1}{2}\right)}{2}\right)$, ou seja, $M\left(\frac{3}{2}\,,\,\frac{1}{4}\right)$; $m_{BM}=\frac{\frac{1}{4}-(-2)}{\frac{3}{2}-\left(-\frac{3}{2}\right)}=\frac{3}{4}$; $-2=\frac{3}{4}\times\left(-\frac{3}{2}\right)+b \Leftrightarrow b=-\frac{7}{8}$

BM: $y=\frac{3}{4}x-\frac{7}{8}$. O semiplano é definido por $y<\frac{3}{4}x-\frac{7}{8}$.

b) $3 > \frac{3}{4} \times \left(-\frac{1}{2}\right) - \frac{7}{8}$ (o ponto R é solução de $y > \frac{3}{4}x - \frac{7}{8}$).

O ponto R pertence ao semiplano superior aberto.

7.1. $x = -1$

7.2. $y = -\frac{3}{4}$

7.3. Seja $P(x\,,\,y)$ um ponto pertencente à mediatriz de $[BC]$.

$\overline{PB} = \overline{PC} \Leftrightarrow \sqrt{(x-3)^2 + (y-0)^2} = \sqrt{(x-0)^2 + \left[y - \left(-\frac{3}{2}\right)\right]^2} \Leftrightarrow (x-3)^2 + y^2 = x^2 + \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 + y^2 = x^2 + y^2 + 3y + \frac{9}{4} \Leftrightarrow y = -2x + \frac{9}{4}$

8.1. Seja $R(x\,,\,-3)$.

$\overline{PR} = \overline{QR} \Leftrightarrow \sqrt{[x-(-2)]^2 + (-3-3)^2} = \sqrt{(x-3)^2 + [-3-(-4)]^2} \Leftrightarrow (x+2)^2 + 36 = (x-3)^2 + 1 \Leftrightarrow x = -3$

$R(-3\,,\,-3)$

8.2. Seja M o ponto médio de $[PQ]$. $M\left(\frac{-2+3}{2}, \frac{3+(-4)}{2}\right)$, ou seja, $M\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)$.

$\overline{PQ} = \sqrt{(-2-3)^2 + [3-(-4)]^2} = \sqrt{74}$; $\overline{RM} = \sqrt{\left(-3-\frac{1}{2}\right)^2 + \left[-3-\left(-\frac{1}{2}\right)\right]^2} = \frac{\sqrt{74}}{2}$. Logo: $A_{[PQR]} = \frac{\sqrt{74} \times \frac{\sqrt{74}}{2}}{2} = \frac{37}{2}$

9. Seja $P\,(x\,,\,y)$ um ponto pertencente à mediatriz de $[AO]$.

$\overline{PA} = \overline{PO} \Leftrightarrow \sqrt{(x+3)^2 + (y+5)^2} = \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2} \Leftrightarrow (x+3)^2 + (y+5)^2 = x^2 + y^2 \Leftrightarrow y = -\frac{3}{5}x - \frac{17}{5}$

$A'(-3\,,\,5)$. Então, $y \geqslant -\frac{3}{5}x - \frac{17}{5}$.

Página 81

10. Mediatriz de $[AB]$: $\sqrt{[x-(-4)]^2 + [y-(-2)]^2} = \sqrt{(x-1)^2 + [y-(-3)]^2} \Leftrightarrow y = 5x + 5$

Mediatriz de $[BC]$: $\sqrt{(x-1)^2 + (y+3)^2} = \sqrt{(x+2)^2 + (y-1)^2} \Leftrightarrow y = \frac{3}{4}x - \frac{5}{8}$

D é o ponto de interseção das mediatrizes de $[AB]$ e $[BC]$.

$5x + 5 = \frac{3}{4}x - \frac{5}{8} \Leftrightarrow x = -\frac{45}{34}$; $y = 5 \times \left(-\frac{45}{34}\right) + 5 = -\frac{55}{34}$. Logo, $D\left(-\frac{45}{34}, -\frac{55}{34}\right)$.

11. c_1: $(x-4)^2 + y^2 = 9$

c_2: $x^2 + y^2 = 1$

c_3: $x^2 + (y-5)^2 \leqslant 9$

c_4: $(x+3)^2 + (y+2)^2 \leqslant 4$

12. Interseção com o eixo Ox: $(2\,,\,0)$; interseção com o eixo Oy: $(0\,,\,4)$

Centro da circunferência: $\left(\frac{2+0}{2}, \frac{0+4}{2}\right)$, ou seja, $(1,\,2)$; raio: $\sqrt{(2-1)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{5}$

A equação da circunferência é: $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5$

13. Mediatriz de $[AC]$: $y = -2$

Mediatriz de $[BC]$: $\sqrt{(x-0)^2 + (y+4)^2} = \sqrt{(x+5)^2 + (y-1)^2} \Leftrightarrow y = x + 1$

Seja D o centro da circunferência: $\begin{cases} x+1 = -2 \\ y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -2 \end{cases}$. Logo, $D(-3\,,\,-2)$.

Raio: $r = \overline{BD} = \sqrt{(0+3)^2 + (-4+2)^2} = \sqrt{13}$. Assim, $(x+3)^2 + (y+2)^2 = 13$.

14.1. $x^2+y^2>4 \wedge x^2+y^2 \leqslant 9$

14.2. $(x+1)^2+(y-2)^2 \leqslant 4 \wedge (y>3 \vee y \leqslant 1)$

Página 82

1.1. **a)** A, B, E e F; C, D, G e H
b) A, D, E e H; B, C, F e G
c) A, B, C e D; E, F, G e H

1.2. $B(4, 2, -1)$; $D(-3, -3, -1)$; $E(4, -3, 5)$; $F(4, 2, 5)$; $G(-3, 2, 5)$

2.1. Ponto D **2.2.** Ponto B, por exemplo **2.3.** Ponto F

2.4. Ponto E, por exemplo **2.5.** Ponto A **2.6.** Ponto C, por exemplo

Página 83

3.1. $3k+1=0 \Leftrightarrow k=-\frac{1}{3}$, logo $P\left(\frac{7}{3}, 0, 0\right)$

3.2. $2-k=0 \Leftrightarrow k=2$, logo $P(0, 0, 7)$

4.1. $k^2-9=0 \wedge k-3=0 \Leftrightarrow (k=3 \vee k=-3) \wedge k=3 \Leftrightarrow k=3$

4.2. $k^2-9=0 \Leftrightarrow k=-3 \vee k=3$

5.1. $B(-3, 3, 4)$; $D(2, -5, 4)$

5.2. **a)** $(0, 0, 0)$
b) $(0, -5, 4)$
c) $(2, 0, 4)$

5.3. $z=4$

6.1. $P(-4, -1, 11) \in 3.^{\text{o}}$ octante

6.2. $k-2<0 \wedge 5-3k<0 \Leftrightarrow k<2 \wedge k>\frac{5}{3} \Leftrightarrow k \in \left]\frac{5}{3}, 2\right[$

7. $a-3=\frac{1}{2}a(2-a) \Leftrightarrow a-3=a-\frac{a^2}{2} \Leftrightarrow a^2=6 \Leftrightarrow a=\sqrt{6} \vee a=-\sqrt{6}$

Para $a=\sqrt{6}$: $Q\left(2-\sqrt{6}, \sqrt{6}, \sqrt{6}-3\right) \in 6.^{\text{o}}$ octante.

Para $a=-\sqrt{6}$: $Q\left(2+\sqrt{6}, -\sqrt{6}, -\sqrt{6}-3\right) \in 8.^{\text{o}}$ octante.

Página 84

1.1. $\overline{AB}=\sqrt{(3-(-4))^2+(-2-5)^2+(1-(-3))^2}=\sqrt{114}$

1.2. $C(0, 0, -3)$, logo $\overline{AC}=\sqrt{(3-0)^2+(-2-0)^2+(1-(-3))^2}=\sqrt{29}$

1.3. $D(0, -2, 1)$, logo $\overline{BD}=\sqrt{(-4-0)^2+(5-(-2))^2+(-3-1)^2}=\sqrt{81}=9$

2.1. $\overline{AC}=\sqrt{(3+5)^2+(-4-4)^2+(-1+1)^2}=\sqrt{128}$

$\overline{AB}^2+\overline{BC}^2=\sqrt{128}^2 \Leftrightarrow \overline{AB}^2=64$, logo $\overline{AB}=\sqrt{64}=8$

2.2. Todos têm a mesma cota, que é 7.

Página 85

3.1. $\left(\frac{-3+7}{2}, \frac{4+(-5)}{2}, \frac{-2+0}{2}\right)$, ou seja, $\left(2, -\frac{1}{2}, -1\right)$

3.2. $\frac{-3+x_D}{2}=-1 \wedge \frac{4+y_D}{2}=-3 \wedge \frac{-2+z_D}{2}=2 \Leftrightarrow x_D=1 \wedge y_D-10 \wedge z_D=6$, logo $D(1, -10, 6)$

4.1. $A \in 3.^{\text{o}}$ octante e $B \in 5.^{\text{o}}$ octante

4.2. $M\left(\frac{-2+3}{2}, \frac{-3+7}{2}, \frac{5+(-1)}{2}\right)$, ou seja, $M\left(\frac{1}{2}, 2, 2\right)$

$$\overline{OM}=\sqrt{\left(\frac{1}{2}-0\right)^2+(2-0)^2+(2-0)^2}=\frac{\sqrt{33}}{2}$$

4.3. $C(0\,,\,y\,,\,0)\,,\,y\in\mathbb{R}^-$

$\overline{AC}=\sqrt{45} \Leftrightarrow \sqrt{(-2-0)^2+(-3-y)^2+(5-0)^2}=\sqrt{45} \Leftrightarrow \sqrt{4+9+6y+y^2+25}=\sqrt{45} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow y^2+6y-7=0 \Leftrightarrow y=\dfrac{-6\pm\sqrt{6^2-4\times1\times(-7)}}{2} \Leftrightarrow y=1 \vee y=-7$

Como $y<0$, $y=-7$, logo $C(0\,,\,-7\,,\,0)$.

5.1. $\overline{A'C}=\sqrt{(-2+6)^2+(0-3)^2+(2-6)^2}=\sqrt{41}$; $\overline{B'C}=\sqrt{(0+6)^2+(1-3)^2+(5-6)^2}=\sqrt{41}$, logo $[A'B'C]$ é isósceles.

5.2. $A'(-2\,,\,0\,,\,2)$ e $B'(0\,,\,1\,,\,5)$. Seja M o ponto médio de $[A'B']$: $M\left(\dfrac{-2+0}{2},\dfrac{0+1}{2},\dfrac{2+5}{2}\right)$, ou seja, $M\left(-1,\dfrac{1}{2},\dfrac{7}{2}\right)$.

$\overline{MC}=\sqrt{(-1+6)^2+\left(\dfrac{1}{2}-3\right)^2+\left(\dfrac{7}{2}-6\right)^2}=\sqrt{\dfrac{75}{2}}$; $\overline{A'B'}=\sqrt{(-2-0)^2+(0-1)^2+(2-5)^2}=\sqrt{14}$

$$A_{[A'B'C]}=\frac{\sqrt{14}\times\sqrt{\frac{75}{2}}}{2}=\frac{5\sqrt{21}}{2}$$

Página 86

1.1. $B(0\,,\,3\,,\,0)$; $C(0\,,\,-3\,,\,0)$; $D(3\,,\,-3\,,\,0)$;
$E(3\,,\,3\,,\,5)$; $G(0\,,\,-3\,,\,5)$; $H(3\,,\,-3\,,\,5)$

1.2. **a)** $y=-3$
b) $x=3$
c) $z=-2$

1.3. **a)** $y=3 \wedge z=5$
b) $x=3 \wedge z=5$
c) $x=0 \wedge y=-3$

Página 87

2.1. $a=\sqrt[3]{216}=6$
$A(3\,,\,-3\,,\,-3)$; $B(3\,,\,3\,,\,-3)$; $C(-3\,,\,3\,,\,-3)$; $D(-3\,,\,-3\,,\,-3)$;
$E(3\,,\,-3\,,\,3)$; $F(3\,,\,3\,,\,3)$; $G(-3\,,\,3\,,\,3)$; $H(-3\,,\,-3\,,\,3)$

2.2. **a)** $y=3$
b) $z=-3$

2.3. **a)** $x=-3 \wedge z=3$
b) $y=-3 \wedge z=3 \wedge -3\leqslant x\leqslant 3$

2.4. **a)** Por exemplo, $P(-3\,,\,1\,,\,2)$
b) Por exemplo, $P(-1\,,\,-3\,,\,-3)$

3.1. $\overline{AB}=\dfrac{40}{4}=10$; $\overline{DB}^2=10^2+10^2$. Logo , $\overline{DB}=\sqrt{200}=10\sqrt{2}$ e $\overline{DO}=\dfrac{10\sqrt{2}}{2}=5\sqrt{2}$. Assim: $y=-5\sqrt{2}$.

3.2. Seja M o ponto referido. $V=800 \Leftrightarrow 10^2\times\overline{OM}=800 \Leftrightarrow \overline{OM}=8$, logo $M(0\,,\,0\,,\,-8)$.

4.1. Seja M o ponto médio de $[OC]$. $M\left(0\,,\,\dfrac{3}{2},\,0\right)$. Equação do plano mediador de $[OC]$: $y=\dfrac{3}{2}$

4.2. **a)** $x=\dfrac{5}{2}$

b) $z=3$

c) V' é o ponto médio de $[AC]$. Logo, $V'\left(\dfrac{5}{2},\dfrac{3}{2},\,0\right)$. Seja $P(x\,,\,y\,,\,z)$ pertencente ao plano mediador de $[V'B]$.

$\overline{BP}=\overline{V'P} \Leftrightarrow \sqrt{(x-5)^2+(y-3)^2+(z-0)^2}=\sqrt{\left(x-\dfrac{5}{2}\right)^2+\left(y-\dfrac{3}{2}\right)^2+(z-0)^2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2-10x+25+y^2-6y+9+z^2=x^2-5x+\dfrac{25}{4}+y^2-3y+\dfrac{9}{4}+z^2 \Leftrightarrow -5x-3y=-\dfrac{51}{2} \Leftrightarrow 10x+6y=51$

Página 88

5.1. $\overline{RT}=\sqrt{(1+1)^2+\left(3+\frac{1}{2}\right)^2+(-2+2)^2}=\frac{\sqrt{65}}{2}$; $\overline{ST}=\sqrt{(-4+1)^2+\left(2+\frac{1}{2}\right)^2+(-3+2)^2}=\frac{\sqrt{65}}{2}$. Como $\overline{RT}=\overline{ST}$, $T\in\alpha$.

5.2. Seja $P(x, y, z)\in\alpha$. $\overline{RP}=\overline{SP} \Leftrightarrow \sqrt{(x-1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2}=\sqrt{(x+4)^2+(y-2)^2+(z+3)^2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x^2-2x+1+y^2-6y+9+z^2+4z+4=x^2+8x+16+y^2-4y+4+z^2+6z+9 \Leftrightarrow -10x-2y-2z=15 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 10x+2y+2z=-15$

5.3. O ponto de interseção de $[RS]$ com α corresponde ao ponto médio de $[RS]$.

Assim, o ponto é: $\left(\frac{1-4}{2}, \frac{3+2}{2}, \frac{-2-3}{2}\right)$, ou seja, $\left(-\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, -\frac{5}{2}\right)$.

5.4. Se $y=2$, $10x+4+2z=-15 \Leftrightarrow z=-5x-\frac{19}{2}$. Para $x=\frac{1}{2}$, $z=-12$. Assim, $\left(\frac{1}{2}, 2, -12\right)\in\alpha$.

5.5. $\alpha\cap Ox$: $10x+2y+2z=-15\wedge y=0\wedge z=0 \Leftrightarrow x=-\frac{3}{2}\wedge y=0\wedge z=0 \longrightarrow \left(-\frac{3}{2}, 0, 0\right)$

$\alpha\cap Oy$: $10x+2y+2z=-15\wedge x=0\wedge z=0 \Leftrightarrow y=-\frac{15}{2}\wedge x=0\wedge z=0 \longrightarrow \left(0, -\frac{15}{2}, 0\right)$

$\alpha\cap Oz$: $10x+2y+2z=-15\wedge x=0\wedge y=0 \Leftrightarrow z=-\frac{15}{2}\wedge x=0\wedge y=0 \longrightarrow \left(0, 0, -\frac{15}{2}\right)$

6.1. $(x-2)^2+(y+4)^2+(z+1)^2=9$

6.2. $\overline{AB}=\sqrt{(3-2)^2+(0+4)^2+(-2+1)^2}=\sqrt{18}$; $(x-3)^2+y^2+(z+2)^2=18$

6.3. Seja M o ponto médio de $[AC]$ (centro da circunferência). $M\left(\frac{3-1}{2}, \frac{0+3}{2}, \frac{-2-2}{2}\right)$, ou seja, $M\left(1, \frac{3}{2}, -2\right)$

$\overline{AC}=\sqrt{(3+1)^2+(0-3)^2+(-2+2)^2}=5$ e, para $r=\frac{5}{2}$, $(x-1)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2+(z+2)^2=\frac{25}{4}$.

7.1. Coordenadas do centro: $(0, 0, 0)$; $r=4$

7.2. Coordenadas do centro: $(3, 0, -4)$; $r=2\sqrt{2}$

7.3. Coordenadas do centro: $(-2, 1, 2)$; $r=5$

7.4. Coordenadas do centro: $(3, -5, 0)$; $r=2\sqrt{3}$

8.1. $(x+2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=1$

8.2. $(x+2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=9$

8.3. $(x+2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=4$

Página 89

9.1. $r=|-3-(-6)|=3$

$(x+3)^2+(y+4)^2+(z-2)^2=9$

9.2. $r=|-4-2|=6$

$(x+3)^2+(y+4)^2+(z-2)^2=36$

9.3. $r=|2-4|=2$

$(x+3)^2+(y+4)^2+(z-2)^2=4$

10.1. $(x-3)^2+y^2+(z+2)^2=9\wedge y=0\wedge z=0 \Leftrightarrow x^2-6x+9+4=9\wedge y=0\wedge z=0$

$\Leftrightarrow x^2-6x+4=0\wedge y=0\wedge z=0 \Leftrightarrow x=\frac{-(-6)\pm\sqrt{(-6)^2-4\times1\times4}}{2}\wedge y=0\wedge z=0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x=3\pm\sqrt{5}\wedge y=0\wedge z=0$

Logo: $A\left(3+\sqrt{5}, 0, 0\right)$ e $B\left(3-\sqrt{5}, 0, 0\right)$.

$\overline{AB}=\sqrt{\left(3+\sqrt{5}-3+\sqrt{5}\right)^2}=2\sqrt{5}$; $r=\frac{\overline{AB}}{2}=\sqrt{5}$; $C\left(\frac{3+\sqrt{5}+3-\sqrt{5}}{2}, 0, 0\right)$, ou seja, $C(3, 0, 0)$

$(x-3)^2+y^2+z^2=5$

10.2. $(x-3)^2+y^2+(z+2)^2=9 \wedge x=0 \Leftrightarrow y^2+(z+2)^2=0 \wedge x=0 \Leftrightarrow y=0 \wedge z+2=0 \wedge x=0$

Como o único ponto de interseção da superfície esférica com o plano yOz é o ponto de coordendas $(0\ ,\ 0\ ,\ -2)$, a superfície esférica é tangente ao plano coordenado yOz.

11.1. $x=-2+4 \Leftrightarrow x=2$

$x=-2-4 \Leftrightarrow x=-6$

11.2. $y=1+4 \Leftrightarrow y=5$

$y=1-4 \Leftrightarrow y=-3$

12.1. $r=|-2-(-1)|=1$

$(x+2)^2+(y-4)^2+(z+3)^2 \leqslant 1$

12.2. $r=|4-2|=2$

$(x+2)^2+(y-4)^2+(z+3)^2 \leqslant 4$

12.3. $r=|-3-(-6)|=3$

$(x+2)^2+(y-4)^2+(z+3)^2 \leqslant 9$

Unidade 6

Página 90

1.1. **a)** Por exemplo, $\overrightarrow{AG}$

b) $\overrightarrow{DC}$

c) $\overrightarrow{GD}$

d) $\overrightarrow{EB}$

1.2. **a)** $\|\vec{u}\|^2=2^2+2^2 \Leftrightarrow \|\vec{u}\|=\sqrt{8}$

b) $\|\vec{v}\|=2$

c) $\|\vec{w}\|=3$

d) $\|\overrightarrow{GH}\|^2=4^2+2^2 \Leftrightarrow \|\overrightarrow{GH}\|=\sqrt{20} \Leftrightarrow \|\overrightarrow{GH}\|=2\sqrt{5}$

2.1. **a)** Por exemplo, $\overrightarrow{CE}$

b) Por exemplo, $\overrightarrow{BC}$

c) $\overrightarrow{FD}$

d) Por exemplo, $\overrightarrow{GC}$

2.2. **a)** $\|\vec{u}\|^2=1^2+1^2 \Leftrightarrow \|\vec{u}\|=\sqrt{2}$

b) $\|\vec{w}\|=2$

c) $\|\overrightarrow{DG}\|^2=3^2+1^2 \Leftrightarrow \|\overrightarrow{DG}\|=\sqrt{10}$

d) $\|\overrightarrow{BH}\|^2=2^2+2^2 \Leftrightarrow \|\overrightarrow{BH}\|=\sqrt{8}$; $\|\overrightarrow{BG}\|^2=\|\overrightarrow{BH}\|^2+1^2 \Leftrightarrow \|\overrightarrow{BG}\|^2=(\sqrt{8})^2+1 \Leftrightarrow \|\overrightarrow{BG}\|^2=9 \Leftrightarrow \|\overrightarrow{BG}\|=3$

Página 91

3.1. Falsa

3.2. Verdadeira

3.3. Falsa

3.4. Falsa

3.5. Verdadeira

3.6. Verdadeira

4. Opção **(D)**

5.1. $C+\vec{w}=G$

5.2. $C+(-\vec{u})=B$

5.3. $H+(-\vec{v})=L$