Propostas de resolução do manual

Tema 1: Introdução à inferência estatística

Página 72 – Tarefa inicial

1. A opção mais adequada é a **(B)**.
   (A): rejeitada pois os jovens adolescentes não valorizam o consumo de marmitas saudável.
   (C): rejeitada pois os adultos com mais de 65 anos normalmente não têm o hábito de comprar marmitas.
   (D): rejeitada porque os adultos que frequentam ginásios estão sensibilizados para o consumo de marmitas saudáveis, mas não constituem uma amostra representativa da população.

2. A opção mais adequada é a **(A)**.

3. A opção mais adequada para a seleção dos inquiridos é a **(C)**.

4. A questão relevante para incluir no questionário do estudo é a **(C)**.

Página 73

1. Justifica-se utilizar raciocínio indutivo a partir de uma amostra nos exemplos I, II e IV.

Página 74 – Tarefa 1

1. População: Eleitores residentes em Portugal
   Dimensão da amostra: 1192

2. Mulheres: $0,45 \times 1192 \approx 536$

   Homens: $0,55 \times 1192 \approx 656$

3. Sabe-se que foram contactadas 3917 pessoas, das quais apenas 1192 responderam ao inquérito. Assim sendo, a taxa de resposta é dada por $\frac{1192}{3917} \times 100\% \approx 30\%$.

Página 75

2.1. O valor apresentado é uma estatística.

2.2. O valor apresentado é um parâmetro.

2.3. O valor apresentado é uma estatística.

Página 76

3.1. 74 bpm é uma estatística porque é um valor relativo a uma amostra de 200 sócios.

3.2. O estimador utilizado é a média amostral dos batimentos cardíacos.

3.3. Ao considerar outra amostra, o resultado não é, necessariamente, o mesmo porque há variabilidade dos elementos da amostra.

Página 77

4.1. Neste exemplo, a amostragem é aleatória.

4.2. Neste exemplo, a amostragem não é aleatória.

4.3. Neste exemplo, a amostragem é aleatória.

4.4. Neste exemplo, a amostragem não é aleatória.

Página 78

5. Atribuir a cada um dos 1200 estudantes da escola um número de 1 a 1200 e, em seguida, gerar uma sequência aleatória de 75 desses números. A amostra será constituída pelos alunos da escola correspondentes a esses números.

6. O professor deverá pedir aos 10 alunos selecionados (com números 2, 4, 5, 6, 9, 11, 13, 15, 21 e 24) para fazer a avaliação da visita de estudo.

Página 79

7.1. $N = 1200$ e $n = 50$

$\frac{N}{n} = \frac{1200}{50} = 24 \quad k = 24$

1.º cliente: 12.º

Como os restantes elementos da amostra se obtêm adicionando 24 ao elemento anterior, os três próximos clientes são os 36.º, 60.º e 84.º.

7.2. $N = 1200$ e $n = 80$

$\frac{N}{n} = \frac{1200}{80} = 15 \quad k = 15$

Considerar $k = 15$, selecionar aleatóriamente um número inteiro entre 1 e 15 e considerar a sequência de 8 elementos em que cada termo, depois do inicial, é obtido adicionando 15 ao anterior.

Página 80

8.1. Nesta situação a amostragem é estratificada.

8.2. Nesta situação a amostragem é aleatória sistemática.

8.3. Nesta situação a amostragem é por conglomerados.

Página 81

9. Cinco colaboradores: Luís (L), Rita (R), Vasco (V), Gil (G) e Sofia (S). Apenas o Luís e a Rita são a favor da instalação do novo *software*.

9.1. As amostras, sem reposição, de dimensão 3 são: L, R, V; L, R, G; L, R, S; L, V, G; L, V, S; L, G, S; R, V, G; R, V, S; R, G, S; V, G, S

9.2.

Amostra	L, R, V	L, R, G	L, R, S	L, V, G	L, V, S
Proporção amostral	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$

Amostra	L, G, S	R, V, G	R, V, S	R, G, S	V, G, S
Proporção amostral	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	0

A distribuição de amostragem da proporção de respostas favoráveis para amostras de dimensão 3 é:

Proporção amostral, $\widehat{p_i}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
$P\left(\widehat{P}=\widehat{p_i}\right)$	0,1	0,6	0,3

Página 82

10.1. Das quatro pessoas que trabalham no escritório, três concordam com a proposta de redecorar o espaço. Assim, a proporção populacional de respostas favoráveis é: $p=\frac{3}{4}=0,75$

10.2. Considerando todas as amostras ordenadas de dimensão 2 com reposição, obtêm-se 16 amostras.

	A	**B**	**C**	**D**
A	A, A	A, B	A, C	A, D
B	B, A	B, B	B, C	B, D
C	C, A	C, B	C, C	C, D
D	D, A	D, B	D, C	D, D

	A	**B**	**C**	**D**
A	1	0,5	1	1
B	0,5	0	0,5	0,5
C	1	0,5	1	1
D	1	0,5	1	1

B: discorda

A, C e D: concordam

A dimensão de amstragem da proporção de respostas favoráveis, considerando amostras de dimensão 2 com reposição, é a seguinte:

Proporção amostral, $\widehat{p_i}$	0	0,5	1
$P\left(\widetilde{p}=\widetilde{p_i}\right)$	0,0625	0,375	0,5625

10.3. Valor médio da distribuição das proporções:

$0\times0,0625+0,5\times0,375+1\times0,5625=0,75$

Proporção real da população: $p=0,75$

Donde se conclui que o valor médio da distribuição das proporções é igual à proporção real da população.

Página 83 – Tarefa 2

1.1. $\mu=\frac{12+15+20+21+24+25}{6}=\frac{117}{6}=19,5$

O valor méido da altura das plantas é 19,5 cm.

1.2. Recorrendo à calculadora gráfica, tem-se $\sigma\approx4,646$

2.1. Número de amostras sem reposição, de dimensão 2, que é possível formar: 15

2.2. Número de amostras com reposição, de dimensão 2, que é possível formar: 36 (6×6)

3.

Amostra	A, B	A, C	A, D	A, E	A, F
Média (cm)	13,5	16	16,5	18	18,5

Amostra	B, C	B, D	B, E	B, F	C, D
Média (cm)	17,5	18	19,5	20	20,5

Amostra	C, E	C, F	D, E	D, F	E, F
Média (cm)	22	22,5	22,5	23	24,5

4. Distribuição de amostragem da média.

Média da amostra	13,5	16	16,5	17,5	18
N.º de amostras	1	1	1	1	2

Média da amostra	18,5	19,5	20	20,5	22
N.º de amostras	1	1	1	1	1

Média da amostra	22,5	23	24,5
N.º de amostras	2	1	1

5. Recorrendo à calculadora gráfica, conclui-se que $\overline{x_1} = 19{,}5$ e $\sigma_{\overline{x_1}} \approx 2{,}938$.

6. O estimador média amostral não é enviesado porque o valor médio da média das amostras coincide com a média da população.

7.

Amostra	A, B, C	A, B, D	A, B, E	A, B, F
Média (cm)	$\frac{47}{3}$	16	17	$\frac{52}{3}$

Amostra	A, C, D	A, C, E	A, C, F	A, D, E
Média (cm)	$\frac{53}{3}$	$\frac{56}{3}$	19	19

Amostra	A, D, F	A, E, F	B, C, D	B, C, E
Média (cm)	$\frac{58}{3}$	$\frac{61}{3}$	$\frac{56}{3}$	$\frac{59}{3}$

Amostra	B, C, F	B, D, E	B, D, F	B, E, F
Média (cm)	20	20	$\frac{61}{3}$	$\frac{64}{3}$

Amostra	C, D, E	C, D, F	C, E, F	D, F, F
Média (cm)	$\frac{65}{3}$	22	23	$\frac{70}{3}$

8. Recorrendo à calculadora gráfica, conclui-se que $\overline{x_2} \approx 19{,}5$ e $\sigma_{\overline{x_2}} \approx 2{,}078$.

9. Analisando os valores obtidos em **8.** $\left(\overline{x_2} \text{ e } \sigma_{\overline{x_2}}\right)$ e em **5.** $\left(\overline{x_1} \text{ e } \sigma_{\overline{x_1}}\right)$, constata-se que $\overline{x_2} = \overline{x_1}$ e $\sigma_{\overline{x_2}} < \sigma_{\overline{x_1}}$.

Pode-se concluir que quanto maior for a dimensão da amostra, menor será a variabilidade da média amostral.

Página 84

11.1. $\mu = 4{,}2$ e $\sigma = 2$

$n = 36$ (dimensão das amostras)

Valor médio da distribuição de amostragem:

$\mu_{\overline{x}} = \mu = 4{,}2$

11.2. Desvio-padrão da distribuição de amostragem:

$$\sigma_{\overline{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{2}{\sqrt{36}} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \approx 0{,}33$$

Página 85

12. **Distribuição de amostragem:**

$n = 100$ (dimensão das amostras)

$\mu_{\overline{x}} = 18{,}4$ e $\sigma_{\overline{x}} = 2{,}8$

12.1. Valor médio da população: $\mu = \mu_{\overline{x}} = 18{,}4$

12.2. Desvio-padrão da população:

$\sigma = \sigma_{\overline{x}} \times \sqrt{n} = 2{,}8 \times \sqrt{100} = 28$

13. Dimensões das amostras: 60 e 150

Sabe-se que à medida que *n* (dimensão das amostras) aumenta, $\sigma_{\overline{x}}$ diminui.

Assim, a associação entre as representações das duas distribuições de amostragem da média e a respetiva dimensão das amostras é a seguinte:

$A_1 \rightarrow 60$ e $A_2 \rightarrow 150$

Página 86 – Pratica

14. Questionário aplicado a uma amostra de 120 jovens.
Média semanal de prática desportiva: 3,2 h

14.1. O valor 3,2 horas por semana é uma estatística.
A opção correta é a **(A)**.

14.2. A proporção 4,7%, (da população) diz respeito a um parâmetro.
A opção correta é a **(C)**.

15.1. Neste caso, o valor apresentado corresponde a uma estatística.

15.2. Neste caso, o valor apresentado corresponde a um parâmetro.

15.3. Neste caos, o valor apresentado corresponde a um parâmetro.

16. A correspondência correta é a seguinte:
I – b) ; **II – a)** ; **III – a)**

Página 87 – Pratica

17.1. a) **Estudo sobre o tipo de programas de televisão preferidos:**
Neste caso, pode-se recorrer, por exemplo, à amostragem aleatória sistemática. É prático, ao portão da escola, à medida que os alunos saem, de 20 em 20 alunos, questionar 1 aluno sobre o tipo de programa de televisão preferido.

b) **Atribuição de bilhetes para um festival:**
Neste caso, pode-se recorrer, por exemplo, à amostragem aleatória simples, uma vez que assim todos os alunos têm igual probabilidade de serem contemplados com um bilhete para o festival.

c) **Seleção de alunos para assistirem a uma peça de teatro:**
Neste caso, pode recorrer-se, por exemplo, à amostragem por conglomerados. Seleciona-se uma ou várias turmas para assistir à peça de teatro (evitando-se a dispersão de alunos).

d) **Estudo sobre a opinião dos alunos para abertura, de uma nova modalidade no âmbito do desporto escolar:**
Neste caso, pode-se recorrer, por exemplo, à amostragem estratificada, pois os rapazes e as raparigas têm tendência a escolher modalidades desportivas distintas.

17.2. N.º de processos: 50

N.º total de alunos: 1250
Amostragem sistemática
$N = 1250$ e $n = 50$

$\frac{N}{n} = \frac{1250}{50} = 25 \quad k = 25$

A escolha dos processos processar-se-ia da seguinte forma:

- Selecionar aleatoriamente um número inteiro entre 1 e 25 (com a ajuda de uma calculadora ou de um computador).
- Considerar a sequência de 50 elementos (processos) em que cada termo, depois do inicial, é obtido adicionando 25 ao anterior.

17.3. $1250 ____ 100\%$
$x ____ 54\%$

Raparigas: $\frac{1250 \times 54}{100} = 675$

Rapazes: $1250 - 675 = 575$

$200 ____ 1250$
$x ____ 675$

$x = \frac{200 \times 675}{1250} = 108$

108 raparigas e 92 rapazes

18. Duração média das músicas: 3,6 minutos $(\mu = 3,6)$

Desvio-padrão: 0,8 minuto $(\sigma \approx 0,8)$

$n = 40$ (Dimensão das amostras)
Valor médio da distribuição de amostragem:

$\mu_{\bar{x}} = \mu = 3,6$

Desvio-padrão da distribuição de amostragem:

$\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0,8}{\sqrt{40}} \approx 0,13$

Página 88

19.1. Recorrendo à calculadora gráfica, conclui-se que a média desta amostra de resposta é $\bar{x} = 25,67$.

Assim, estima-se que o número médio de mensagens que os alunos da turma enviam seja 26.

19.2. Trata-se de uma estimativa pontual.

19.3. Considerando $n = 49$, obteve-se $\bar{x} = 24,8$ e $s = 5,6$.

Como a dimensão da amostra é suficientemente grande $(n \geq 30)$, o Teorema do Limite Central (TLC) diz-nos que a distribuição de amostragem pode ser aproximada pela distribuição normal $N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$, sendo μ o valor médio da população e σ o desvio-padrão. Admitindo que $\sigma = 5,6$:

- $\mu = \mu_{\bar{x}} \Leftrightarrow \mu = 24,8$
- $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Leftrightarrow \sigma_{\bar{x}} = \frac{5,6}{\sqrt{49}} \Leftrightarrow \sigma_{\bar{x}} = 0,8$

Valor médio: 24,8

Desvio-padrão: 0,8

Página 89 – Tarefa 3

1. Observando a imagem verifica-se que há 5 intervalos que não incluem o valor médio da população.

2. Número total de amostras: 100
Número de amostras que incluem o valor médio: $100 - 5 = 95$

$P = \frac{95}{100} = 0,95 \ (95\%)$

3.1. Atendendo ao Teorema do Limite Central (TLC) espera-se que as médias estejam próximas do valor médio da população.

3.2. O comprimento dos segmentos de reta $\frac{2S}{\sqrt{n}}$ diminui à medida que a dimensão das amostras aumenta pois sabe-se que quando n aumenta a fração $\frac{2S}{\sqrt{n}}$ diminui.

Página 90

20. Média: 94; desvio-padrão: 12; $n = 50$

20.1. $\bar{x} - 1,96\frac{s}{\sqrt{n}} = 94 - 1,96 \times \frac{12}{\sqrt{50}} \approx 90,674$

$\bar{x} + 1,96\frac{s}{\sqrt{n}} = 94 + 1,96 \times \frac{12}{\sqrt{50}} \approx 97,326$

O intervalo de 95% de nível de confiança para o valor médio do tempo de carregamento é $[90,674; 97,326]$.

20.2. **Interpretação do resultado obtido:** Espera-se que o intervalo encontrado tenha a probabilidade de 95% de incluir o valor médio, em minutos, do tempo de carregamento do telemóvel.

Página 91 – Tarefa 4

1.1. A Ana obteve os valores 134,1 (sistólica) e 81,6 (diastólica).

1.2. O Bernardo obteve os valores 133,7 (sistólica) e 82 (diastólica).

2.1. **Pressão sistólica:**

$\left[\bar{x} - 1,96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + 1,96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right]$

$= \left[134,1 - 1,96 \times \frac{20,06945}{\sqrt{30}};\ 134,1 + 1,96 \times \frac{20,06945}{\sqrt{30}}\right]$

$\approx [126,9182; 141,2818]$

Pressão diastólica:

$\left[\bar{x} - 1,96\frac{\sigma}{\sqrt{30}},\ \bar{x} + 1,96\frac{\sigma}{\sqrt{30}}\right]$

$\left[81,6 - 1,96 \times \frac{11,4699}{\sqrt{30}};\ 81,6 + 1,96 \times \frac{11,4699}{\sqrt{30}}\right]$

$\approx [77,4955;\ 85,7045]$

2.2. Média: 82

Desvio-padrão: 10,164 17

Margem de erro (95%): 3,637 201

Intervalo: $[78,3628; 85,6372]$

Página 92

21. Amostra de 30 alunos $(n = 30)$; média: 72 ppm; desvio-padrão: 8 ppm

21.1. a) $\mu - 1,96\frac{s}{\sqrt{30}} = 72 - 1,96 \times \frac{8}{\sqrt{30}} \approx 69,137$

$\mu + 1,96\frac{s}{\sqrt{n}} = 72 + 1,96 \times \frac{8}{\sqrt{30}} \approx 74,863$

Intervalo de confiança para 95%: $[69,137; 74,863]$

b) $\mu - 1,645\frac{s}{\sqrt{n}} = 72 - 1,645 \times \frac{8}{\sqrt{30}} \approx 69,597$

$\mu + 1,645\frac{s}{\sqrt{n}} = 72 + 1,645 \times \frac{8}{\sqrt{30}} \approx 74,403$

Intervalo de confiança para 90%: $[69,597; 74,403]$

21.2. Margem de erro do intervalo de confiança para 95%: 2,863

Margem de erro do intervalo de confiança para 90%: 2,403

O intervalo que tem menor margem de erro é o intervalo de confiança para 90%.

Página 93

22. Amostra de 64 alunos $(n = 64)$

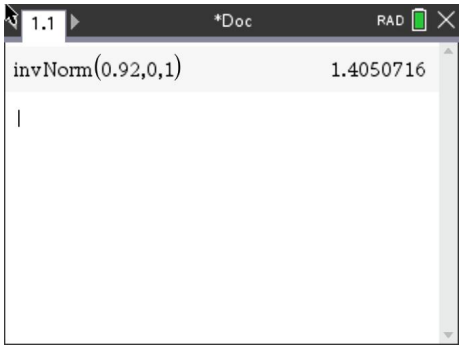
média: 502 g desvio-padrão: 10 g

22.1. a) **Nível de confiança de 99%**

$\alpha = 1 - 0,99 = 0,01$

$1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0,005 = 0,995$

Recorrendo à calculadora gráfica, conclui-se que $z_{0,95} \approx 2,576$.

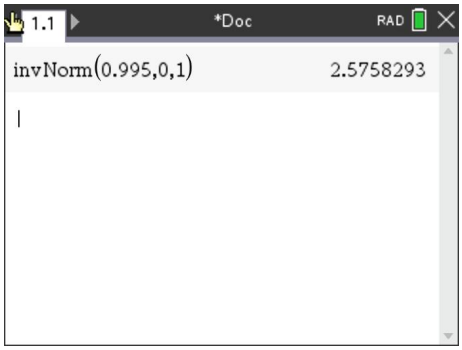


b) **Nível de confiança de 84%:**

$\alpha = 1 - 0,84 = 0,16$

$1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0,08 = 0,92$

Recorrendo à calculadora gráfica, conclui-se que $z_{0,92} \approx 1,405$.



22.2.

- O intervalo de confiança para um nível de confiança 99% é:

$\left[502 - 2,576 \times \frac{10}{\sqrt{64}},\ 502 + 2,576 \times \frac{10}{\sqrt{64}}\right]$, ou

seja, $[498,78;\ 505,22]$.

- O intervalo de confiança para um nível de confiança 84% é:

$\left[502 - 1,405 \times \frac{10}{\sqrt{64}},\ 502 + 1,405 \times \frac{10}{\sqrt{64}}\right]$, ou

seja, $[500,243\,75;\ 503,756\,25]$.

Página 94

23. Amostra de 250 jovens $(n = 250)$

Desses, 180 utilizam uma nova plataforma de aprendizagem.

Pretende-se determinar o intervalo de confiança para a proporção com um nível de confiança de 90%.

$\hat{p} = \frac{180}{250} = 0,72$

Atribuindo o valor 1 às respostas afirmativas e 0 às restantes, o modelo de probabilidade é:

X	1	0
Probabilidade	0,72	0,28

Sendo o nível de confiança de 90%, então $z_{1-\frac{\alpha}{2}} \approx 1,645$.

Assim, o intervalo de confiança pedido é:

$$\left[0,72 - 1,645 \times \sqrt{\frac{0,72 \times 0,28}{250}},\ 0,72 + 1,645 \times \sqrt{\frac{0,72 \times 0,28}{250}}\right]$$

$$\approx [0,6733;\ 0,7667]$$

24. $[0,2369;\ 0,4031]$

Como no intervalo há valores inferiores a 30%, a empresa decidirá não lançar o produto.

Página 95 – Tarefa 5

1. População: Eleitores residentes em Portugal

Dimensão da amostra: 1185

2. Número de mulheres: $0,43 \times 1185 \approx 510$

Número de homens: $1185 - 510 = 675$

Fizeram parte da amostra 675 homens e 510 mulheres.

3. Considerando os intervalos com as margens de erro correspondentes, verifica-se que esses intervalos se intersetam.

Assim, diz-se que há uma situação de empate técnico.

Página 96 – Pratica

25. $\mu = 175$ e $\sigma = 15$

Amostra de 49 funcionários.

25.1. Sim, é adequado considerar o Teorema do Limite Central nesta situação, porque a dimensão da amostra é suficientemente grande $(n \geq 30)$.

25.2. Erro-padrão: $\sigma_{\bar{x}} = \dfrac{\sigma}{\sqrt{n}} = \dfrac{15}{\sqrt{49}} \approx 2,1429$

25.3. Se a dimensão da amostra fosse de 100 funcionários $(n = 100)$, então o erro-padrão seria:

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{15}{\sqrt{100}} \approx 1,5$$

Página 97 – Pratica

26. Amostra de 500 doentes $(n = 500)$

$\bar{x} = 26$ e $s = 5$ (em minutos)

26.1. Para determinar um intervalo com um nível de confiança de 90%, deve-se utilizar o valor que lhe está associado (1,645).

Intervalo de confiança de 90%:

$$\left[\bar{x} - 1,645\frac{s}{\sqrt{n}}; \bar{x} + 1,645\frac{s}{\sqrt{n}}\right] =$$
$$= \left[26 - 1,645 \times \frac{5}{\sqrt{500}}; 26 + 1,645 \times \frac{5}{\sqrt{500}}\right]$$
$$= [25,6322; 26,3678]$$

26.2. Margem de erro:

$$E = 1,645 \times \frac{s}{\sqrt{n}} = 1,645 \times \frac{5}{\sqrt{500}} \approx 0,3678$$

27. Dimensão da amostra: 144 $(n = 144)$

$\sigma_{\bar{x}} = 0,6g$

Intervalo para 95% de confiança

Margem de erro: $1,960 \times \sigma_{\bar{x}} = 1,960 \times 0,6 = 1,176$

28. Amostra de 125 clientes $(n = 125)$

40 afirmaram que comprariam o produto.

28.1. $\hat{p} = \dfrac{40}{125} = 0,32$

Proporção de clientes interessados: 0,32

28.2. O valor associado a um intervalo de confiança a 90% é $z = 1,645$.

O intervalo de 90% de confiança para a proporção de clientes interessados é:

$$\left[\hat{p} - 1,645\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}; \hat{p} + 1,645\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right]$$
$$= \left[0,32 - 1,645\sqrt{\frac{0,32 \times 0,68}{125}}; 0,32 + 1,645 \times \sqrt{\frac{0,32 \times 0,68}{125}}\right]$$
$$= [0,2514; 0,3886]$$

28.3. Atendendo aos resultados do estudo, é previsível que a empresa não lance o produto uma vez que há uma forte probabilidade de a proporção de clientes interessados no produto não atingir os 30%, já que o intervalo de confiança inclui valores inferiores a 0,3.

29.2. É previsível que ao aumentar (diminuir) a dimensão da amostra, diminua (aumente) a amplitude do intervalo.

29.3. Observa-se que ao diminuir o nível de confiança, a amplitude dos intervalos diminui.

Página 98 – Consolida

1.1. A opção em que está representada uma estatística é a **(C)**.

1.2. A opção em que está representado um parâmetro é a **(B)**.

2. N.º alunos inscritos numa escola: 1230

N.º alunos estrangeiros nessa escola: 246

2.1. $\hat{p} = \frac{246}{1230} = 0,2$. A proporção de alunos estrangeiros da escola é 0,2.

2.2. O valor calculado em **2.1.** é um parâmetro porque diz respeito à população (alunos da escola).

3. Dimensão da amostra: 36 $(n = 36)$

15 colaboradores concordam com uma alteração do horário de trabalho

3.1. $\hat{p} = \frac{15}{36} \approx 0,42$

3.2. $\sigma_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = \sqrt{\frac{0,42 \times 0,58}{36}} \approx 0,082$

4. Dimensão da amostra: 225 $(n = 225)$

$\sigma = 18$ mg/dL

Valor associado a um intervalo de confiança de 90%: 1,645

Margem de erro:

$$E = 1,645 \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 1,645 \times \frac{18}{\sqrt{225}} = 1,974$$

5. Distribuições de amostragem: A_1 e A_2

Amostras de dimensões 64 e 100

5.1. As curvas apresentadas têm o mesmo eixo de simetria porque as distribuições têm a mesma média.

5.2. Sabe-se que à medida que *n* aumenta, $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{n}$ diminui, o que significa que a variabilidade da distribuição diminui.

Assim sendo, $n = 64 \rightarrow A_1$ e $n = 100 \rightarrow A_2$

5.3. Admitir que $\sigma = 5$ anos

a) Erro-padrão de A_1: $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{5}{\sqrt{64}} = 0,625$

b) Erro-padrão de A_2: $\sigma_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{5}{\sqrt{100}} = 0,5$

6. Universo de 1200 alunos.

Amostra de 200 provas.

$\bar{x} = 12,6$ valores e $s = 2,2$ valores

Intervalo com um nível de confiança de 95%:

$$\left[\bar{x} - 1,96\frac{s}{\sqrt{n}}; \bar{x} + 1,96\frac{s}{\sqrt{n}}\right]$$
$$= \left[12,6 - 1,96 \times \frac{2,2}{\sqrt{200}}; 12,6 + 1,96 \times \frac{2,2}{\sqrt{200}}\right]$$
$$\approx [12,2951; 12,9049]$$

A notícia poderá estar a inflacionar a média dos resultados. O intervalo de 95% de nível de confiança não evidencia estatisticamente que a média das classificações, dos alunos da região, no exame de Matemática A tenha atingido 13 valores, uma vez que $13 \notin [12,2951; 12,9049]$.

Página 99 – Consolida

7. 50 000 espectadores

Amostra $\begin{cases} 1120 \text{ apoiam a equipa A} \\ 880 \text{ apoiam a equipa B} \end{cases}$

7.1. $1120 + 880 = 2000$

Dimensão da amostra: 2000

7.2. $\hat{p}$: proporção de adeptos da equipa A

$$\hat{p} = \frac{1120}{2000} = 0,56$$

7.3. Consideremos um intervalo para a proporção com um nível de 90% de confiança.

O valor associado a esse intervalo de confiança é $z = 1,645$.

Margem de erro:

$$E = 1,645 \times \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = 1,645 \times \sqrt{\frac{0,56 \times 0,44}{2000}} \approx 0,018$$

8.

Nível de confiança	*z*
85%	*a*
90%	1,645
92%	*b*
95%	1,960
99%	2,576

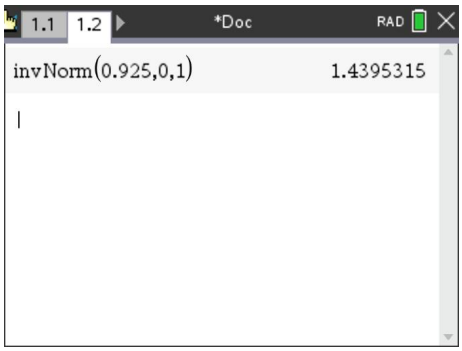
Determinação do valor de *a*:

Nível de confiança: 85%

$\alpha = 1 - 0,85 = 0,15$

$\frac{\alpha}{2} = \frac{0,15}{2} = 0,075$

Recorrendo à calculadora,



Conclui-se que $z_{0,925} \approx 1,440$, ou seja, $a \approx 1,440$.

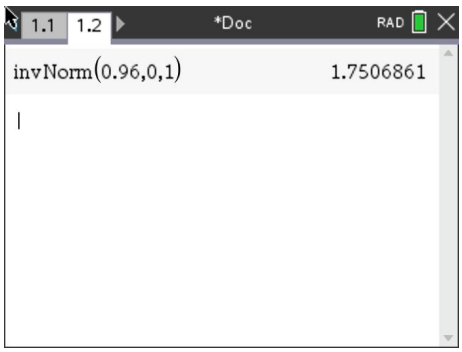
Determinação do valor de *b*:

Nível de confiança: 92%

$\alpha = 1 - 0,92 = 0,08$

$\frac{\alpha}{2} = 0,04$

Recorrendo à calculadora,



Conclui-se que $z_{0,96} \approx 1,751$, ou seja, $b \approx 1,751$.

Conclusão:

Nível de confiança	*z*
85%	1,440
92%	1,751

9. Amostra de 49 unidades produzidas num determinado dia.

Média de 5,6 horas de reprodução contínua $(\bar{x} = 5,6)$

Desvio-padrão de 0,6 hora $(s = 0,6)$

9.1. O valor associado a um intervalo com um nível de confiança de 95% é $z \approx 1,960$.

Intervalo de confiança de 95%:

$$\left[\bar{x} - 1,960\frac{s}{\sqrt{n}}; \bar{x} + 1,960\frac{s}{\sqrt{n}}\right]$$

$$= \left[5,6 - 1,960 \times \frac{0,6}{\sqrt{49}}; 5,6 + 1,960 \times \frac{0,6}{\sqrt{49}}\right]$$

$$\approx [5,432; 5,768]$$

9.2. Na descrição do produto há indicação que a duração da bateria é 5 horas.

Os resultados dos testes validam a descrição porque o intervalo de confiança aponta para autonomia superior a 5 horas.

10. Amostra de 400 eleitores $(n = 400)$

A: 180 B: 160 Indecisos: 60

10.1. a) Candidato A:

- Estimativa da proporção de eleitores que tenciona votar no candidato A:

$$\hat{p} = \frac{180}{400} = 0,45$$

- O valor associado a um intervalo de 95% de nível de confiança é $z \approx 1,960$.
- Intervalo de confiança de 95%:

$$\left[\hat{p} - 1,960\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}; \hat{p} + 1,960\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right]$$

$$= \left[0,45 - 1,960 \times \sqrt{\frac{0,45 \times 0,55}{400}}; 0,45 + 1,960 \times \sqrt{\frac{0,45 \times 0,55}{400}}\right]$$

$$\approx [0,4012; 0,4988]$$

b) Candidato B:

- Estimativa da proporção de eleitores que tenciona votar no candidato B:

$$\hat{p} = \frac{160}{400} = 0,4$$

- O valor associado a um intervalo de 95% de nível de confiança é $z \approx 1,960$.
- Intervalo de confiança de 95%:

$$\left[\hat{p} - 1,960\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}; \hat{p} + 1,960\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right]$$

$$= \left[0,4 - 1,960 \times \sqrt{\frac{0,4 \times 0,6}{400}}; 0,4 + 1,960 \times \sqrt{\frac{0,4 \times 0,6}{400}}\right]$$

$$\approx [0,3520; 0,4480]$$

10.2. Sim, houve empate técnico porque os intervalos de confiança, relativos aos candidatos A e B, intersetam-se.

Página 100 – Avalia: Parte 1 – Verificação rápida

1. Como uma estatística é calculada a partir de uma amostra, então a opção que se refere a uma amostra é a **(A)**.

2. A opção referente ao tipo de amostragem descrito é a **(B)**.

3. A opção correta é a **(C)**.

4. A margem de erro corresponde a metade da amplitude do intervalo de confiança. Se a margem de erro, de um intervalo de 95% de confiança para uma proporção, é 7, então a amplitude desse intervalo é 14.
Logo, a opção correta é a **(D)** pois $98-84=14$.

5. $\hat{p}=\frac{120}{250}=0,48$
Erro-padrão da distribuição de amostragem:
$\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}=\sqrt{\frac{0,48\times 0,52}{250}}\approx 0,032$
A opção correta é a **(A)**.

Página 101 – Avalia: Parte 2 – Questões de desenvolvimento

1. Amostragem de 36 recém-nascidos $(n=36)$
Média do comprimento: 49,8 cm $(\bar{x}=49,8)$
Desvio-padrão da amostra: 2,6 cm $(s=2,6)$

1.1. Para um intervalo de 90% de confiança, $z\approx 1,645$.
Como a amostra é suficientemente grande $(n\geq 30)$, aplica-se o TLC.
Margem de erro:
$E=1,645\times\frac{s}{\sqrt{n}}=1,645\times\frac{2,6}{\sqrt{36}}\approx 0,713$
Intervalo de confiança:
$[49,8-0,713;\ 49,8+0,713]=[49,087;\ 50,513]$

1.2. **Interpretação do intervalo de confiança obtido no contexto:**
Se fossem consideradas, por exemplo, 100 amostras de dimensão 36, seria de esperar que 90 dos intervalos obtidos contivessem o comprimento médio da população de recém-nascidos.

1.3. A amplitude do intervalo de confiança a 94% é maior do que a amplitude do intervalo de confiança a 90% porque o valor de z correspondente a um intervalo de confiança a 94% é maior do que o valor de z correspondente a um intervalo de confiança de 90%.

2. Amostra de 36 embalagens $(n=36)$
Intervalo de confiança de 95%, para o peso médio das embalagens: $[498,2;\ 508,8]$
A margem de erro corresponde a metade da amplitude do intervalo de confiança.
$\frac{508,8-498,2}{2}=5,3$
A margem de erro é 5,3.

3. Dimensão da amostra: 200 $(n=200)$
S: 38 M: 82 L: 54 XL: 26

3.1. Estimativa pontual da proporção de *T-shirts* de tamanhos grandes (L e XL):
$\hat{p}=\frac{54+26}{200}=\frac{80}{200}=0,4\ \ (40\%)$

3.2. Proporção de *T-shirts* de tamanho M.
Neste caso, $\hat{p}=\frac{82}{200}=0,41$.
Intervalo de 95% de confiança:
$\left[\hat{p}-1,960\times\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}};\ \hat{p}+1,960\times\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}\right]$
$=\left[0,41-1,960\times\sqrt{\frac{0,41\times 0,59}{200}};\ 0,41+1,960\times\sqrt{\frac{0,41\times 0,59}{200}}\right]$
$\approx[0,342;\ 0,478]$
Intervalo no contexto:
Considerando as amostras de dimensão 200, espera-se que 95% delas contenham a proporção populacional.

Página 104 – Para Saber +

1. À medida que a confiança aumenta (valores de *z*), a amplitude do intervalo aumenta e a margem de erro (*E*) também aumenta.

2. Analisando a figura 2, parece que o aumento da dimensão da amostra faz diminuir a amplitude do intervalo de confiança e a margem de erro, logo aumenta a precisão.

Página 105 – Para Saber +

2. $z = 1{,}96$

$\sigma = 146{,}6915$

$E < 20$

$n = ?$

Sabe-se que $E = z \times \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Leftrightarrow \sqrt{n} = \frac{z\sigma}{E} \Leftrightarrow n = \left(\frac{z\sigma}{E}\right)^2$

Então, para obter um erro inferior a 20 mg tem-se:

$n > \left(\frac{z\sigma}{20}\right)^2 \Leftrightarrow n > \left(\frac{1{,}96 \times 146{,}6915}{20}\right)^2 \Leftrightarrow n > 206{,}66$

A dimensão mínima da amostra deverá ser 207.

Página 106 – Questões tipo exame

1. $\int f(x)\,dx = \int \cos x\,dx = \sin x + C,\ C \in \mathbb{R}$

As primitivas de *f* são do tipo $F(x) = \sin x + C$.

O mínimo da função *F*, no intervalo $[0,\ 2\pi]$, é atingido quando $x = \frac{3\pi}{2}$ e é igual a $\frac{\pi}{2} - 1$.

Assim, tem-se:

$F\left(\frac{3\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2} - 1 \Leftrightarrow \sin\left(\frac{3\pi}{2}\right) + C = \frac{\pi}{2} - 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow -1 + C = \frac{\pi}{2} - 1 \Leftrightarrow C = \frac{\pi}{2}$

Então, a primitiva pedida é $F(x) = \sin x + \frac{\pi}{2}$.

2.

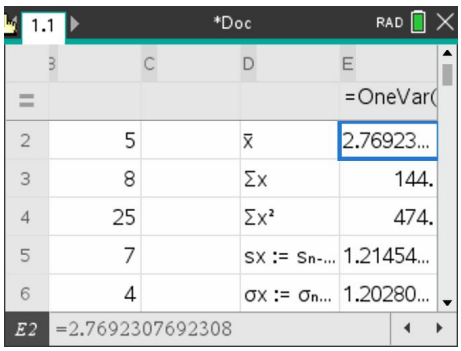
- A matriz *A* tem dimensão 2×3
- A matriz *B* tem dimensão 3×1
- A matriz *C* tem dimensão 1×3
- A matriz *D* tem dimensão 3×3

A opção que representa uma matriz é a **II**.

A opção **I** não representa uma matriz porque não é possível multiplicar as matrizes *C* e *A*, dado que o número de colunas de *C* não é igual ao número de linhas de *A*.

A opção **III** não representa uma matriz porque a adição de matrizes só é possível se as matrizes tiverem a mesma dimensão e as matrizes *A* e $B \times C$ não têm a mesma dimensão.

3. Recorrendo à calculadora gráfica, sabe-se que $\bar{x} \approx 2{,}77$ e $s \approx 1{,}215$.



Para determinar um intervalo com um nível de confiança de 95% deve-se utilizar o valor que lhe está associado (1,960).

Intervalo de confiança de 95% $(n = 52)$:

$\left[\bar{x} - 1{,}960\frac{s}{\sqrt{n}},\ \bar{x} + 1{,}960\frac{s}{\sqrt{n}}\right] =$

$= \left[2{,}77 - 1{,}960 \times \frac{1{,}21}{\sqrt{52}},\ 2{,}77 + 1{,}960 \times \frac{1{,}21}{\sqrt{52}}\right] =$

$\approx [2{,}44;\ 3{,}10]$

Página 107 – Questões tipo exame

1.1. $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \int\left(-x^2 + 2x + 3\right)\mathrm{d}x = -\frac{x^3}{3} + x^2 + 3x + C,\ C \in \mathbb{R}$

A opção em que está representada uma primitiva de *f* é **(B)**.

1.2. $f(x) = 0 \Leftrightarrow -x^2 + 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4+12}}{-2} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = -1 \vee x = 3$

Como *a* e *b* são os zeros de *f* e $a < b$, então $a = -1$ e $b = 3$.

A área da região sombreada da figura é dada por $\int_{-1}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x$.

$$\int_{-1}^{3} f(x)\,dx = \left[-\frac{x^3}{3}+x^2+3x\right]_{-1}^{3} =$$
$$= -\frac{27}{3}+9+9-\left(-\frac{-1}{3}+1-3\right) = 9-\frac{1}{3}+2 = \frac{32}{3}$$

2. *D*: matriz diagonal que representa a distribuição dos visitantes do museu pelas exposições temporárias durante um certo fim de semana.

Sabe-se que:

$$\begin{cases} d_{11}+d_{22}+d_{33}=240 \\ d_{33}=3d_{11} \\ d_{22}=40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d_{11}+40+3d_{11}=240 \\ \text{---------------} \\ \text{---------------} \end{cases} \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} d_{11}=50 \\ d_{33}=150 \\ d_{22}=40 \end{cases}$$

Total de visitantes: 240

Número de visitantes da exposição 3: 150

$$\frac{150}{240}\times 100\% = 62{,}5\%$$

A percentagem de visitantes da exposição 3, no referido fim de semana, foi 62,5%.

3. Intervalo de confiança a 99% (valor associado: 2,576)

Amplitude do intervalo de confiança: 1,5456

Desvio-padrão amostral: $s \approx 2{,}4$ mm

Pretende-se saber a dimensão da amostra (n).

A amplitude do intervalo de confiança a 99% é dada por $2z\times\frac{s}{\sqrt{n}}$.

Então, tem-se:

$$2\times 2{,}576\times\frac{2{,}4}{\sqrt{n}} = 1{,}5456 \Leftrightarrow \sqrt{n}=8 \Leftrightarrow n=64$$

A dimensão da amostra é 64.

Página 108 – Questões tipo exame

1. $D_f = \mathbb{R}^+$ e $f(x)=\frac{1}{x}+1$

$D_g = \mathbb{R}$ e $g(x)=x^2+1$

1.1. *A* é o ponto de interseção dos gráficos de *f* e *g*.

$$f(x)=g(x) \Leftrightarrow \frac{1}{x}+1=x^2+1 \Leftrightarrow \frac{1}{x}=x^2 \underset{x>0}{\Leftrightarrow}$$
$$\underset{x>0}{\Leftrightarrow} 1=x^3 \Leftrightarrow x=1$$

$$f(1)=\frac{1}{1}+1=2$$

Então, $A(1,\,2)$.

1.2. $\int_0^1 g(x)\,dx+\int_1^4 f(x)\,dx = \int_0^1 \left(x^2+1\right)dx+\int_1^4\left(\frac{1}{x}+1\right)dx =$

$$= \left[\frac{x^3}{3}+x\right]_0^1+\left[\ln|x|+x\right]_1^4 = \left(\frac{1}{3}+1\right)-0+(\ln 4+4)-(\ln 1+1)$$
$$= \frac{4}{3}+\ln 4+4-0-1 = \frac{13}{3}+\ln 4 \approx 5{,}72$$

A medida da área da região sombreada da figura é, aproximadamente, 5,72.

2. Seja *C* a projeção ortogonal de *C* sobre [AB].

$$A_{[ABC]}=36 \Leftrightarrow \frac{\overline{AB}\times\overline{CC'}}{2}=36 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow \frac{12\times\overline{CC'}}{2}=36 \Leftrightarrow \overline{CC'}=6$$

$$A_{[A'B'C']}=72$$

$72:36=2$

A única que poderá ser a matriz de transformação é a $\begin{bmatrix}2 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}$.

A opção correta é a **(B)**.

3. $n=168$ (dimensão da amostra)

$\bar{x}=12{,}4$ e $s=4{,}1$

O valor associado a um intervalo de confiança de 95% é $z=1{,}960$.

Margem de erro de intervalo de confiança a 95%:

$$1{,}960\times\frac{s}{\sqrt{n}} = 1{,}960\times\frac{4{,}1}{\sqrt{168}} \approx 0{,}62$$

Assim, a margem de erro de intervalo de confiança a 95% para o número médio de condutores em excesso de velocidade por hora, nessa zona perigosa, é, aproximadamente, 0,62.

Página 109 – Questões tipo exame

1. $D_f=\mathbb{R}$ e $f(x)=\frac{2x}{x^2+1}+2$

1.1. $F(x)=2x+\ln\left(x^2+1\right)$

$F'(x) = \left(2x + \ln\left(x^2+1\right)\right)' = (2x)' + \left(\ln\left(x^2+1\right)\right)'$

$= 2 + \frac{2x}{x^2+1} = f(x)$

Logo, *F* é uma primitiva da função *f*.

1.2. $A(1, 0)$ e $B(1, f(1))$

$f(1) = \frac{2\times 1}{1^2+1} + 2 = 3$

$B(1, 3)$

$y_D = 0$ e $x_D = -x_A = -1$, logo $D(-1, 0)$

$A_{[ABCD]} = \overline{AD} \times \overline{AB} = 2 \times 3 = 6$

A área da região sombreada da figura é dada por:

$6 - \int_{-1}^{1} f(x)\, dx = 6 - \left[2x + \ln\left(x^2+1\right)\right]_{-1}^{1} =$

$= 6 - \left[2 + \ln 2 - (-2 + \ln 2)\right] = 6 - (2 + \ln 2 + 2 - \ln 2)$

$= 6 - 4 = 2$

2. **Afirmação I:**

O número de cães que estão na associação é dado pela soma dos elementos da 1.ª linha da matriz $M(160)$ e o número de gatos que estão na associação é dado pela soma dos elementos da 2.ª linha da matriz $M(132)$.

Logo, a associação tem ao seu cuidado mais cães do que gatos.

Afirmação II:

$m_{14} - m_{24} = 28 - 35 = -7$

$m_{15} - m_{25} = 34 - 27 = 7$

A Afirmação **II** é falsa pois $m_{14} - m_{24} = -7$ e $m_{15} - m_{25} = 7$, logo $m_{14} - m_{24} \neq m_{15} - m_{25}$.

3. Dimensão da amostra: 40 $(n = 40)$

Intervalo de confiança a 99%:

O valor associado a um intervalo de confiança de 99% é $z = 2{,}576$. Então, tem-se:

$$\begin{cases} \overline{x} - 2{,}576 \times \frac{s}{\sqrt{40}} = 38{,}72 \\ \overline{x} + 2{,}576 \times \frac{s}{\sqrt{40}} = 55{,}28 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \overline{x} - 0{,}407s = 38{,}72 \\ \overline{x} + 0{,}407s = 55{,}28 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \overline{x} = 47 \\ s \approx 20 \end{cases}$$

Página 110 – Questões tipo exame

1. $D_f = \mathbb{R}$ e $f(x) = e^x - 2$

$\int f(x)\, dx = \int \left(e^x - 2\right) dx = e^x - 2x + C,\ C \in \mathbb{R}$

$F(x) = e^x - 2x + C,\ C \in \mathbb{R}$

$F(2) = e^2 - 2 \Leftrightarrow e^2 - 4 + C = e^2 - 2 \Leftrightarrow C = 2$

Logo, $F(x) = e^x - 2x + 2$.

$F(-1) = e^{-1} - 2\times(-1) + 2 = \frac{1}{e} + 4$

A opção correta é a **(D)**.

2. [*ABCD*] é um quadrado.

[*AEF*] é um triângulo equilátero.

2.1. O ponto *B*, de coordenadas $(-2, 3)$, é a imagem de *A* por uma rotação de centro *O* e amplitude $\frac{\pi}{2}$.

A matriz da rotação é:

$$\begin{bmatrix} \cos\frac{\pi}{2} & -\sin\frac{\pi}{2} \\ \sin\frac{\pi}{2} & \cos\frac{\pi}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$B = M \times A$

Sendo o ponto *A*, de coordenadas (x_A, y_A), então:

$$M \times A = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x_A \\ y_A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -y_A \\ x_A \end{bmatrix}$$

$\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -y_A \\ x_A \end{bmatrix}$, logo conclui-se que $x_A = 3$ e $y_A = 2$, ou seja, $A(3, 2)$.

2.2. $A\hat{O}E = \frac{2\pi}{3}$

Então, *E* é a imagem de *A* por uma rotação de centro *O* e amplitude $\frac{2\pi}{3}$.

$$R = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

3. *p*: proporção de espectadores do Festival de Cinema que assistiram a, pelo menos, um filme português durante o festival.

$$\hat{p}=\frac{280}{280+220}=\frac{280}{500}=0{,}56$$

O valor associado a um intervalo de confiança a 90% é $z=1{,}645$.

O intervalo de 90% de confiança para a proporção pedida é:

$$\left[\hat{p}-1{,}645\times\sqrt{\frac{\hat{p}\left(1-\hat{p}\right)}{n}},\ \hat{p}+1{,}645\times\sqrt{\frac{\hat{p}\left(1-\hat{p}\right)}{n}}\right]=$$

$$=\left[0{,}56-1{,}645\times\sqrt{\frac{0{,}56\times0{,}44}{500}};\ 0{,}56+1{,}645\times\sqrt{\frac{0{,}56\times0{,}44}{500}}\right]$$

$$\approx\left[0{,}523;\ 0{,}597\right]$$

Página 111 – Questões tipo exame

1. $f\left(x\right)=5-\left(x-1\right)^2$ e $g\left(x\right)=4-x$

A e B são os pontos de interseção dos gráficos de f e g.

$$f\left(x\right)=g\left(x\right)\Leftrightarrow5-\left(x-1\right)^2=4-x\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow5-x^2+2x-1=4-x$$
$$\Leftrightarrow-x^2+3x=0$$
$$\Leftrightarrow x\left(-x+3\right)=0$$
$$\Leftrightarrow x=0\vee x=3$$

Como $x_B<x_A$, conclui-se que $x_B=0$ e $x_A=3$.

A área da região sombreada da figura é dada por $\int_0^3\left(f\left(x\right)-g\left(x\right)\right)\mathrm{d}x$.

$$\int_0^3\left(f\left(x\right)-g\left(x\right)\right)\mathrm{d}x=\int_0^3\left(-x^2+3x\right)\mathrm{d}x=$$

$$=\left[-\frac{x^3}{3}+\frac{3x^2}{2}\right]_0^3=-\frac{3^3}{3}+\frac{3\times3^2}{3}-\left(-\frac{0^3}{3}+\frac{3\times0^2}{2}\right)$$

$$=-9+\frac{27}{2}-0=\frac{9}{2}$$

2.1.

- $-C=-\begin{bmatrix}-2&1&0\\1&3&-1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2&-1&0\\-1&-3&1\end{bmatrix}$
- $2B=2\times\begin{bmatrix}3&2\\1&-1\\0&2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}6&4\\2&-2\\0&4\end{bmatrix}$
- $-C\times2B=-\begin{bmatrix}2&-1&0\\-1&-3&1\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}6&4\\2&-2\\0&4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}10&10\\-12&6\end{bmatrix}$
- $-C\times2B+I_2=\begin{bmatrix}10&10\\-12&6\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}11&10\\-12&7\end{bmatrix}$

2.2. $C\times B\rightarrow$ matriz de dimensão 2×2 (matriz de ordem 2)

$B\times A\times C\rightarrow$ matriz de dimensão 3×3 (matriz de ordem 3)

$A\times C\times B\rightarrow$ matriz de dimensão 2×2 (matriz de ordem 2)

$A+C\times B\rightarrow$ matriz de dimensão 2×2 (matriz de ordem 2)

A opção correta é a **(B)**.

3. $\hat{p}$: proporção de alunos que indicaram o tema cidadania digital e segurança online como o seu preferido.

$$\hat{p}=\frac{72}{72+42+36}+\frac{72}{150}=0{,}48$$

Proporção amostral: $\hat{p}=0{,}48$

Amplitude de um intervalo de confiança: 0,134 206

$$2z\times\sqrt{\frac{\hat{p}\left(1-\hat{p}\right)}{n}}=0{,}134\ 206\Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow2z\times\sqrt{\frac{0{,}48\times0{,}52}{150}}=0{,}134\ 206$$
$$\Leftrightarrow0{,}081\ 584z=0{,}134\ 206$$
$$\Leftrightarrow z\approx1{,}645$$

Sabe-se que $z=1{,}645$ é o valor associado a um intervalo de confiança de 90%.

Assim, o nível de confiança desse intervalo é 90%.