2. Funções trigonométricas

PÁG. 21

1.1 2π é o período positivo mínimo da função f, pelo que os múltiplos de 2π são também períodos da função: 2π , 4π , 6π , 8π , 10π , 12π , …

De outro modo, uma função designa-se por periódica de período P se, para todo o $x \in D_f$, $x+p \in D_f$ e $f(x+p)=f(x)$.

(A) $\operatorname{sen}(x+2\pi)=\operatorname{sen} x$

(B) $\operatorname{sen}(x+6\pi)=\operatorname{sen}(x+3\times 2\pi)=\operatorname{sen} x$

(C) $\operatorname{sen}(x+9\pi)=\operatorname{sen}(x+\pi)=-\operatorname{sen} x$

(D) $\operatorname{sen}(x+12\pi)=\operatorname{sen}(x+6\times 2\pi)=\operatorname{sen} x$

Opção correta: **(C)**

1.2 -1 é o mínimo da função seno, pelo que $\operatorname{sen} x=-1 \Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{2}+2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

Opção correta: **(B)**

1.3

x	$-\frac{5\pi}{6}$		0		$\frac{\pi}{2}$
$f(x)$	$-\frac{1}{2}$	$-$	0	$+$	1

1.4

x	$-\frac{5\pi}{6}$		$-\frac{\pi}{2}$		$\frac{\pi}{2}$		π
Monotonia de f	$-\frac{1}{2}$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

1.5 Os zeros de f são da forma $x=k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

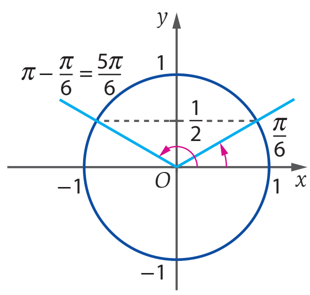
No intervalo $[0\ ,\ 50\pi]$, temos os zeros:

0 , π , 2π , 3π , … , 50π , ou seja, são 51 zeros.

Opção correta: **(B)**

1.6 Recorrendo à circunferência trigonométrica, os objetos cuja imagem por meioda função f são $\frac{1}{2}$:

$f(x)=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \operatorname{sen} x=\frac{1}{2} \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{6}+2k\pi \vee x=\frac{5\pi}{6}+2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$



2.1 $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi\ ,\ k \in \mathbb{Z}$

Opção correta: **(C)**

2.2 A função g é positiva nos intervalos da forma $\left]-\frac{\pi}{2} + 2k\pi\ ,\ \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right[\ ,\ k \in \mathbb{Z}$.

A função g é crescente nos intervalos da forma $[\pi + 2k\pi\ ,\ 2\pi + 2k\pi]\ ,\ k \in \mathbb{Z}$.

Portanto, a função g é positiva e crescente em $\left]\frac{3\pi}{2}\ ,\ 2\pi\right[$.

Opção correta: **(C)**

PÁG. 22

2.3 $g(x) = 1 \Leftrightarrow \cos x = 1 \Leftrightarrow x = 2k\pi\ ,\ k \in \mathbb{Z}$

Opção correta: **(D)**

2.4 Como $\cos(x + 10\pi) = \cos(x + 5 \times 2\pi) = \cos x$, verifica-se que, para todo o $x \in \mathbb{R}$, $x + 10\pi \in \mathbb{R}$ e $g(x + 10\pi) = g(x)$.

Portanto, 10π é período da função g .

2.5

x	$-\frac{3\pi}{2}$		$-\frac{\pi}{2}$		0
$g(x)$	0	$-$	0	$+$	1

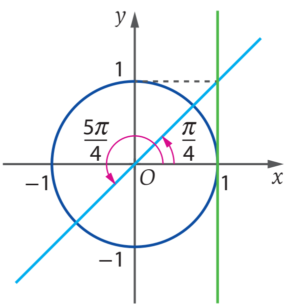
2.6

x	$-\frac{3\pi}{2}$		$-\pi$		0
Monotonia de g	0	↘	-1	↗	1

3.1 $g(x) = 0 \Leftrightarrow \text{tg}\, x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi \Leftrightarrow x = \pi + k\pi\ ,\ k \in \mathbb{Z}$

Opção correta: **(C)**

3.2 Recorrendo à circunferência trigonométrica, verificamos que os objetos cuja imagem por meio da função tangente é 1 correspondem às amplitudes dos ângulos generalizados cujos lados extremidades coincidem com os lados extremidade dos ângulos de amplitude $\frac{\pi}{4}$ e $\frac{5\pi}{4}$.



Atendendo ao período da função tangente, obtemos:

$g(x) = 1 \Leftrightarrow \text{tg}\, x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi\ ,\ k \in \mathbb{Z}$

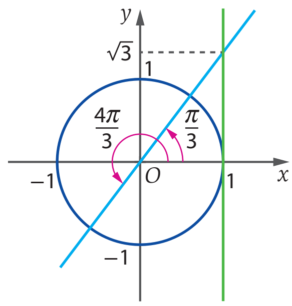
Opção correta: **(D)**

3.3 Os zeros de g são da forma $x=k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$.

No intervalo $[0\ ,\ 100\pi]$, a função g tem os zeros:
$0\ ,\ \pi\ ,\ 2\pi\ ,\ 3\pi\ ,\ \ldots\ ,\ 100\pi$, ou seja, tem 101 zeros.

Opção correta: **(D)**

3.4 Recorrendo à circunferência trigonométrica, verificamos que os objeto cuja imagem por meio da função tangente é $\sqrt{3}$ correspondem às amplitudes dos ângulos generalizados cujos lados extremidades coincidem com os lados extremidade dos ângulos de amplitude $\frac{\pi}{3}$ e $\frac{4\pi}{3}$.



Atendendo ao período da função tangente, obtemos:
$g(x)=\sqrt{3}\ \Leftrightarrow\ \text{tg}\,x=\sqrt{3}\ \Leftrightarrow\ x=\frac{\pi}{3}+k\pi\ ,\ k\in\mathbb{Z}$

4.1

x	-2π		$-\pi$		0		π
$f(x)$	0	+	0	–	0	+	N.D.

PÁG. 23

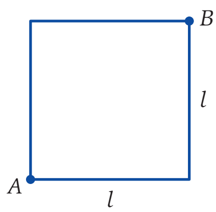
4.2

a. $A\left(\frac{\pi}{2}\ ,\ 1\right)$ é o ponto do gráfico de f , de abcissa positiva, cuja ordenada é o valor máximo da função f .

$B\left(-\frac{\pi}{2}\ ,\ -1\right)$ é o ponto simétrico de A em relação à origem do referencial.

Como $f\left(-\frac{\pi}{2}\right)=\text{sen}\left(-\frac{\pi}{2}\right)=-1$, B pertence ao gráfico de f .

b. $\overline{AB}=\sqrt{\left(-\frac{\pi}{2}+\frac{3\pi}{2}\right)^2+(-1-1)^2}=\sqrt{\pi^2+4}$

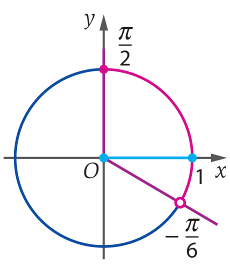


Sendo l a medida do lado do quadrado, tem-se, pelo teorema de Pitágoras:

$\overline{AB}^2=l^2+l^2\ \Leftrightarrow\ \pi^2+4=2l^2\ \Leftrightarrow\ l^2=\frac{\pi^2+4}{2}$

A área do quadrado de diagonal $\overline{AB}$ é $l^2=\frac{\pi^2+4}{2}$.

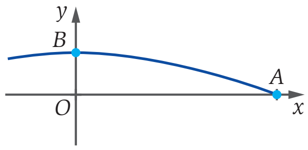
5.1 Como $D_f=\left]-\frac{\pi}{6}\ ,\ \frac{\pi}{2}\right]$, vem que $D'_f=[0\ ,\ 1]$



5.2 $O(0\,,\,0)$

Como $f(0)=\cos(0)=1$, $B(0\,,\,1)$.

Como, em $\left]-\frac{\pi}{6}\,,\,\frac{\pi}{2}\right]$, $\cos x=0 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}$, $A\left(\frac{\pi}{2}\,,\,0\right)$.

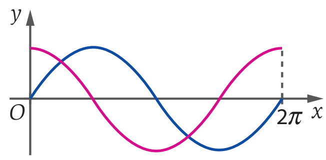


$\overline{OB}=1$ e $\overline{OA}=\frac{\pi}{2}$.

$$A_{[OAB]}=\frac{1\times\frac{\pi}{2}}{2}=\frac{\pi}{4}$$

6. No intervalo $[0\,,\,2\pi]$, os gráficos das funções f e g intersetam-se em dois pontos.

No intervalo $[0\,,\,50\pi]$, intersetam-se em $25\times 2=50$ pontos.



Opção correta: **(A)**

7. Como o ponto $(a\,,\,b)$ pertence ao gráfico de f , tem-se $b=f(a)=\cos(a)$.

$f(a+\pi)=\cos(a+\pi)=-\cos(a)=-b$

$f(a+2\pi)=\cos(a+2\pi)=\cos(a)=b$

Logo, o ponto de coordenadas $(a+2\pi\,,\,b)$ pertence ao gráfico de f .

Opção correta: **(D)**

PÁG. 24

8. A função f é periódica de período 2 se, para todo o $x\in D_f$, $x+2\in D_f$ e $f(x+2)=f(x)$.

$f(x+2)=\operatorname{sen}(\pi(x+2))=\operatorname{sen}(\pi x+2\pi)=\operatorname{sen}(\pi x)=f(x)$

$y=\operatorname{sen}(\pi x)$ define uma função de período 2 .

Opção correta: **(A)**

9. O período positivo mínimo é dado por $\frac{2\pi}{|c|}$.

Como $c=6$, vem $\frac{2\pi}{|6|}=\frac{\pi}{3}$.

Opção correta: **(C)**

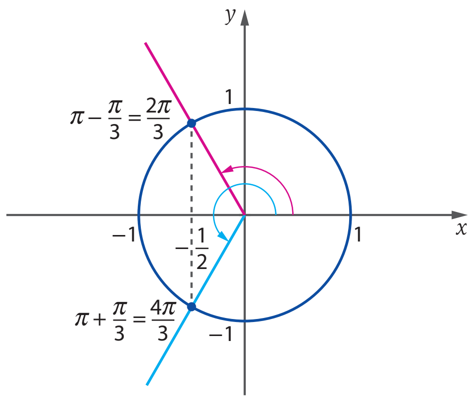
10. O período positivo mínimo é $\pi-0=\pi$.

Opção correta: **(B)**

11. $g(\pi)=-\frac{1}{2} \Leftrightarrow \cos(c\pi)=-\frac{1}{2} \Leftrightarrow$

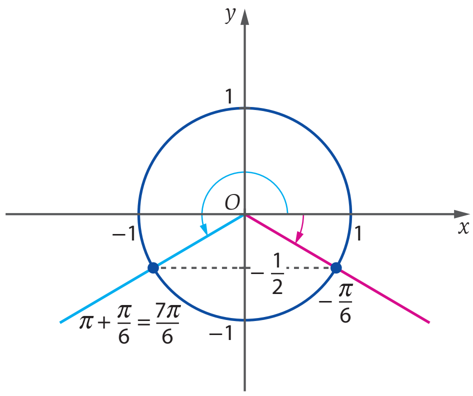
$\Leftrightarrow c\pi=\frac{2\pi}{3}+2k\pi \vee c\pi=\frac{4\pi}{3}+2k\pi\ ,\ k\in\mathbb{Z} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow c=\frac{2}{3}+2k \vee c=\frac{4}{3}+2k\ ,\ k\in\mathbb{Z}$



Se $k=1$, $c=\frac{8}{3}$ ou $c=\frac{10}{3}$.

Opção correta: **(D)**



12. O período positivo mínimo da função g é $\frac{2\pi}{|4|}=\frac{\pi}{2}$.

No intervalo $]0\,,\,50\pi]$, cabem 100 períodos positivos mínimos.

Em cada um desses períodos existem dois ângulos em que a função g toma o valor $-\frac{1}{2}$.

Logo, no intervalo $]0\,,\,50\pi]$, o gráfico da função g interseta a reta de equação $y=-\frac{1}{2}$ em $100\times 2=200$ pontos.

Opção correta: **(C)**

PÁG. 25

13. Por um lado, sendo P o período positivo mínimo de f, então $5P=2\pi \Leftrightarrow P=\frac{2\pi}{5}$.

Por outro lado, o período positivo mínimo de f é dado por $\frac{2\pi}{|c|}$, pelo que

$\frac{2\pi}{|c|}=\frac{2\pi}{5} \Leftrightarrow |c|=5 \Leftrightarrow c=-5 \vee c=5$.

Dos valores apresentados, só o da opção **(A)** pode ser valor de c.

Opção correta: **(A)**

14.1 $g(x)=0 \Leftrightarrow \operatorname{sen}(4x)=0 \Leftrightarrow 4x=k\pi\,,\,k\in\mathbb{Z} \Leftrightarrow x=\frac{k\pi}{4}\,,\,k\in\mathbb{Z}$

Para $x\in\left[0\,,\,\frac{\pi}{2}\right]$,

$k=0\,,\,x=0$; $k=1\,,\,x=\frac{\pi}{4}$; $k=2\,,\,x=\frac{\pi}{2}$.

Os zeros da função g são: $0\,,\,\frac{\pi}{4}$ e $\frac{\pi}{2}$.

14.2 O período positivo mínimo da função g é $\frac{2\pi}{|4|}=\frac{\pi}{2}$.

Opção correta: **(B)**

14.3 $g(x)=1 \Leftrightarrow \operatorname{sen}(4x)=1 \Leftrightarrow 4x=\frac{\pi}{2}+2k\pi\,,\,k\in\mathbb{Z} \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{2}\,,\,k\in\mathbb{Z}$

Opção correta: **(B)**

15. O máximo da função g é 1 e $g(x)=1 \Leftrightarrow \operatorname{sen}(2x)=1 \Leftrightarrow 2x=\frac{\pi}{2}+2k\pi\,,\,k\in\mathbb{Z} \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi\,,\,k\in\mathbb{Z}$.

Logo, o menor maximizante positivo é $\frac{\pi}{4}$.

Como a reta AB é paralela ao eixo Ox, os pontos A e B são simétricos em relação à reta de equação $x=\frac{\pi}{4}$, e dado que $\overline{AB}=\frac{\pi}{4}$, a abcissa do ponto A é $\frac{\pi}{4}-\frac{\frac{\pi}{4}}{2}=\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{8}=\frac{\pi}{8}$.

PÁG. 27

16. O contradomínio da função seno é $[-1\ ,\ 1]$.

Pelo que, para $x \in \mathbb{R}$, tem-se: $-1 \leqslant \operatorname{sen} x \leqslant 1 \underset{b \in \mathbb{R}^+}{\Leftrightarrow} -b \leqslant b \operatorname{sen} x \leqslant b$.

Como f toma todos os valores reais entre $-b$ e b, o seu contradomínio é $[-b\ ,\ b]$.

Opção correta: **(D)**

17. O contradomínio da função seno é $[-1\ ,\ 1]$.

$-1 \leqslant \operatorname{sen} x \leqslant 1 \Leftrightarrow -1 + a \leqslant a + \operatorname{sen} x \leqslant 1 + a$

Para que a função f não tenha zeros, $a + 1 < 0 \Leftrightarrow a < -1$ ou $-1 + a > 0 \Leftrightarrow a > 1$.

Opção correta: **(D)**

18. $f(\pi) = -5\pi \Leftrightarrow b \cos \pi = -5\pi \Leftrightarrow -b = -5\pi \Leftrightarrow b = 5\pi$

Opção correta: **(D)**

19.1 O contradomínio da função cosseno é $[-1\ ,\ 1]$.

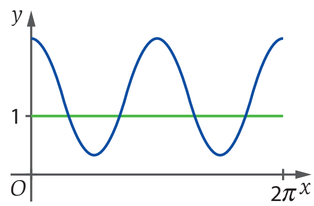
Pelo que, para $x \in \mathbb{R}$, tem-se:

$$-1 \leqslant \cos x \leqslant 1 \Leftrightarrow -1 \leqslant \cos(2x) \leqslant 1 \Leftrightarrow -3 \leqslant 3\cos(2x) \leqslant 3 \Leftrightarrow$$
$$\Leftrightarrow 1 \leqslant 4 + 3\cos(2x) \leqslant 7$$

Como f toma todos os valores reais entre 1 e 7, o seu contradomínio é $[1\ ,\ 7]$.

19.2 O período positivo mínimo da função f é $\frac{2\pi}{|2|} = \pi$.

19.3 O gráfico da função f interseta a reta de equação $y = 3$, no intervalo $[0\ ,\ 2\pi]$, em 4 pontos.



20. A amplitude de uma sinusoide definida por uma expressão do tipo

$y = a + b\cos(c(x-d))$, com $b\ ,\ c \neq 0$, está relacionada com o parâmetro b, sendo dada por $|b|$.

Das expressões dadas nas quatro opções, apenas a da opção **(C)** corresponde a uma sinusoide com amplitude $|b| = 8$.

Opção correta: **(C)**

21. A frequência de uma sinusoide definida por uma expressão do tipo

$y = a + b\cos(c(x-d))$, com $b\ ,\ c \neq 0$ é o inverso do período: $f = \frac{1}{T} = \frac{|c|}{2\pi}$.

$2 = \frac{|c|}{2\pi} \Leftrightarrow |c| = 4\pi$

Portanto, das expressões apresentadas, a única que pode ser a expressão analítica de g é $\cos(4\pi x)$.

Opção correta: **(B)**

PÁG.28

22. $g(0)=3 \Leftrightarrow a+b\,\text{sen}(0)=3 \Leftrightarrow a+b\times 0=3 \Leftrightarrow a=3$

$g\left(\frac{\pi}{2}\right)=1 \Leftrightarrow 3+b\,\text{sen}\left(\frac{\pi}{2}\right)=1 \Leftrightarrow b\times 1=-2 \Leftrightarrow b=-2$

$a=3$ e $b=-2$.

23. O período positivo mínimo da função h é π , pelo que $\frac{2\pi}{|c|}=\pi \underset{c>0}{\Leftrightarrow} 2\pi=c\pi \Leftrightarrow c=2$.

$h(0)=-1 \Leftrightarrow a+b\cos(2\times 0)=-1 \Leftrightarrow a+b\times 1=-1 \Leftrightarrow a+b=-1$

$h\left(\frac{\pi}{2}\right)=5 \Leftrightarrow a+b\cos\left(2\times\frac{\pi}{2}\right)=5 \Leftrightarrow a+b\times\cos(\pi)=5 \Leftrightarrow a-b=5$

Logo,

$$\begin{cases} a-b=5 \\ a+b=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=5+b \\ 5+b+b=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=5+b \\ 2b=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-3 \end{cases}$$

Portanto, $a=2$, $b=-3$ e $c=2$.

24.1 $g(x)=5+3\cos\left(2\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\right)=5+3\cos\left(2x-\frac{\pi}{2}\right)=5+3\cos\left(-\left(\frac{\pi}{2}-2x\right)\right)=$

$=5+3\cos(2x)=5+3\,\text{sen}(2x)$

24.2 O contradomínio da função seno é $[-1\ ,\ 1]$.

Pelo que, para $x\in\mathbb{R}$, tem-se: $-1\leqslant \text{sen}\,x\leqslant 1 \Leftrightarrow -1\leqslant \text{sen}(2x)\leqslant 1 \Leftrightarrow -3\leqslant 3\,\text{sen}(2x)\leqslant 3 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 2\leqslant 5+3\,\text{sen}(2x)\leqslant 8 \Leftrightarrow 2\leqslant g(x)\leqslant 8$

A função g é sempre positiva, pois tem contradomínio $[2\ ,\ 8]$.

24.3 O ponto de coordenadas $(a\ ,\ b)$ pertence ao gráfico de g , pelo que $g(a)=b$.

$g(a)=5+3\,\text{sen}(2a)=b$

$g\left(a+\frac{\pi}{2}\right)=5+3\,\text{sen}\left(2\left(a+\frac{\pi}{2}\right)\right)=5+3\,\text{sen}(2a+\pi)=5-3\,\text{sen}(2a)\neq b$

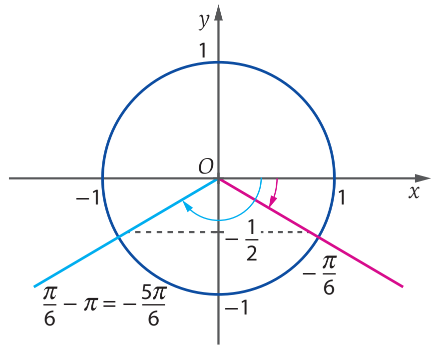
$g(a+\pi)=5+3\,\text{sen}(2(a+\pi))=5+3\,\text{sen}(2a+2\pi)=5+3\,\text{sen}(2a)=b$

O ponto de coordenadas $(a+\pi\ ,\ b)$ pertence, necessariamente, ao gráfico de g .

Opção correta: **(C)**

PÁG. 29

25.1 Tendo em conta a figura, $A(-\pi\,,\,0)$.

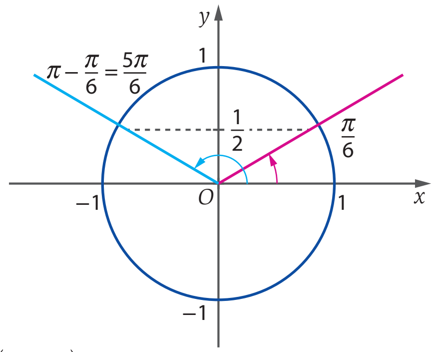


$$f(-\pi)=0 \iff 1-2\,\mathrm{sen}(-\pi+k)=0 \iff \mathrm{sen}(-\pi+k)=\frac{1}{2} \iff$$
$$\iff -\mathrm{sen}(k)=\frac{1}{2} \iff \mathrm{sen}(k)=-\frac{1}{2}$$

Como $k\in\left[-\frac{\pi}{2}\,,\,0\right]$, vem que $k=-\frac{\pi}{6}$.

$A(-\pi\,,\,0)$, pois $f(-\pi)=1-2\,\mathrm{sen}\left(-\pi-\frac{\pi}{6}\right)=1-2\,\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{6}\right)=1-2\times\frac{1}{2}=0$.

Tem-se que $f(x)=0 \iff 1-2\,\mathrm{sen}\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=0 \iff \mathrm{sen}\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$.



Os dois primeiros objetos positivos em que a função seno assume o valor $\frac{1}{2}$ são $\frac{\pi}{6}$ e $\frac{5\pi}{6}$, pelo que os dois primeiros objetos positivos tal que $\mathrm{sen}\left(x-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$ são $\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{3}$ e $\frac{5\pi}{6}+\frac{\pi}{6}=\pi$, donde $B(\pi\,,\,0)$.

$$-1\leqslant \mathrm{sen}\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\leqslant 1 \iff -2\leqslant -2\,\mathrm{sen}\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\leqslant 2 \iff -1\leqslant 1-2\,\mathrm{sen}\left(x-\frac{\pi}{6}\right),$$

pelo que como f assume todos os valores entre -1 e 3 , $D'_f=[-1\,,\,3]$ e, portanto, o máximo de f é 3 , sendo esta a ordenada do ponto C .

Logo, $\overline{AB}=2\pi$ e a altura do triângulo é 3 e, portanto, $\mathrm{A}_{[ABC]}=\frac{2\pi\times 3}{2}=3\pi$.

25.2 $f\left(\frac{5\pi}{2}\right)=1-2\,\mathrm{sen}\left(\frac{5\pi}{2}-\frac{\pi}{6}\right)=1-2\,\mathrm{sen}\left(\frac{15\pi}{6}-\frac{\pi}{6}\right)=$

$$=1-2\,\mathrm{sen}\left(\frac{7\pi}{3}\right)=1-2\,\mathrm{sen}\left(\frac{\pi}{3}\right)=1-2\times\frac{\sqrt{3}}{2}=1-\sqrt{3}$$

$D\left(\frac{5\pi}{2}\,,\,1-\sqrt{3}\right)$

26.1 $x\in\left[0\,,\,\frac{\pi}{2}\right]$

$$-1\leqslant \mathrm{sen}(4x)\leqslant 1 \iff -2\leqslant 2\,\mathrm{sen}(4x)\leqslant 2 \iff 1\leqslant 3+2\,\mathrm{sen}(4x)\leqslant 5$$

$D'_f=[1\,,\,5]$

Maximizantes: $f(x)=5 \iff 3+2\,\mathrm{sen}(4x)=5 \iff$

$$\iff \mathrm{sen}(4x)=1 \iff 4x=\frac{\pi}{2}+2k\pi\,,\ k\in\mathbb{Z} \iff x=\frac{\pi}{8}+\frac{k\pi}{2}\,,\ k\in\mathbb{Z}$$

Assim, no intervalo $\left[0\,,\,\frac{\pi}{2}\right]$ só existe um maximizante: $\frac{\pi}{8}$.

Minimizantes: $f(x)=1 \Leftrightarrow 3+2\,\text{sen}\,(4x)=1 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \text{sen}\,(4x)=-1 \Leftrightarrow 4x=\frac{3\pi}{2}+2k\pi\,,\ k\in\mathbb{Z} \Leftrightarrow x=\frac{3\pi}{8}+\frac{k\pi}{2}\,,\ k\in\mathbb{Z}$$

Assim, no intervalo $\left[0\,,\frac{\pi}{2}\right]$ só existe um minimizante: $\frac{3\pi}{8}$.

Quadro de monotonia:

x	0		$\frac{\pi}{8}$		$\frac{3\pi}{8}$		$\frac{\pi}{2}$
Monotonia de f	3	↗	5	↘	1	↗	3

26.2 Para $x<0$, $y=-(x+2)^2-1$ define uma função quadrática cujo gráfico é parte de uma parábola com a concavidade voltada para baixo $(a=-1<0)$ e vértice de coordenadas $(-2\,,-1)$;
logo, para, $x<0$, a função f toma todos os valores reais do intervalo $]-\infty\,,-1]$.

Para $x\geqslant 0$ a função f toma todos os valores reais do intervalo $[1\,,5]$, como vimos na resolução da alínea anterior.

Portanto, o contradomínio da função f é $]-\infty\,,-1]\cup[1\,,5]$.

27.1 $t=0$ é o instante em que o triciclo começou a andar.

Assim, a distância do centro do enfeite ao solo vai ser dada por:

$$f(0)=12-6\cos\left(2\pi\times 0+\frac{2\pi}{3}\right)=12-2\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)=12-2\times\left(-\frac{1}{2}\right)=15$$

A distância do centro do enfeite ao solo é 15 cm .

27.2 A distância que a roda da frente percorre quando faz uma volta completa é igual ao seu perímetro.

Para determinar o perímetro, precisamos de calcular o raio da circunferência.

Para tal, vamos começar por calcular o contradomínio da função f .

Para $t\geqslant 0$,

$$-1\leqslant\cos\left(2\pi t+\frac{2\pi}{3}\right)\leqslant 1 \Leftrightarrow -6\leqslant -6\cos\left(2\pi t+\frac{2\pi}{3}\right)\leqslant 6 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 6\leqslant 12-6\cos\left(2\pi t+\frac{2\pi}{3}\right)\leqslant 18$$

Portanto, como f toma todos os valores reais entre 6 e 18 , $D'_f=[6\,,18]$.

Assim, distância, em centímetros, do ponto F ao centro da roda é $\frac{18-6}{2}=6$.

Como o ponto F é o ponto médio de um dos raios, o raio da roda é 12 cm .

Logo, o perímetro da roda é $2\pi\times 12=24\pi$ cm .

13 m $=1300$ cm ; $\frac{1300}{24\pi}\approx 17$

A roda da frente deu 17 voltas completas.