Generalidades acerca de funções
Vol. 2 Cap. 2

PÁG. 48

Diagnóstico

1.1 As correspondências f e h são funções porque a cada elemento do conjunto A corresponde um único elemento do conjunto B .

A correspondência g não é função porque o elemento 4 do conjunto A não tem elemento correspondente no conjunto B .

A correspondência i não é função porque o elemento 4 do conjunto A está associado a mais do que um elemento do conjunto B .

1.2

Função	Domínio	Contradomínio	Conjunto de chegada
f	$\{1\ ,\ 2\ ,\ 3\ ,\ 4\}$	$\{10\ ,\ 20\ ,\ 30\ ,\ 40\}$	$\{10\ ,\ 20\ ,\ 30\ ,\ 40\}$
h	$\{1\ ,\ 2\ ,\ 3\ ,\ 4\}$	$\{10\ ,\ 20\ ,\ 30\}$	$\{10\ ,\ 20\ ,\ 30\ ,\ 40\}$

2.1 A cada primo corresponde uma única idade.

2.2 **(C)**

(A) A Francisca e a Mariana têm a mesma idade.

(B) A Joana é mais velha do que o Pedro.

(D) A Inês é a prima mais velha.

2.3 Domínio: {Inês, Tomás, Pedro, Joana, Francisca, Mariana}; Contradomínio: $\{3\ ,\ 5\ ,\ 8\ ,\ 12\ ,\ 14\}$.

2.4 $f(\text{Pedro}) = 5$ e $f(\text{Joana}) = 8$.

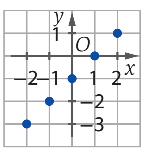
3.1 $\{(-2\ ,\ 2)\ ,\ (-1\ ,\ -1)\ ,\ (0\ ,\ 1)\ ,\ (1\ ,\ 2)\ ,\ (2\ ,\ 0)\}$

3.2 $D_f = \{-2\ ,\ -1\ ,\ 0\ ,\ 1\ ,\ 2\}$; $CD_f = \{-1\ ,\ 0\ ,\ 1\ ,\ 2\}$.

4.1 $g(-2) = -2 - 1 = -3$, $g(-1) = -1 - 1 = -2$, $g(0) = 0 - 1 = -1$, $g(1) = 1 - 1 = 0$, $g(2) = 2 - 1 = 1$, $CD_g = \{-3\ ,\ -2\ ,\ -1\ ,\ 0\ ,\ 1\}$.

x	-2	-1	0	1	2
$g(x)$	-3	-2	-1	0	1

4.2



5. (A)

$f(3)=-6 \Leftrightarrow (k+1)\times 3=-6 \Leftrightarrow k+1=\frac{-6}{3} \Leftrightarrow k=-2-1 \Leftrightarrow k=-3$

6. $h(x)=-\frac{1}{2} \Leftrightarrow -3x+4=-\frac{1}{2} \Leftrightarrow -6x+8=-1 \Leftrightarrow -6x=-9 \Leftrightarrow x=\frac{3}{2}$

$h(x)=\frac{8}{3} \Leftrightarrow -3x+4=\frac{8}{3} \Leftrightarrow -9x+12=8 \Leftrightarrow -9x=-4 \Leftrightarrow x=\frac{4}{9}$

$h(x)=4 \Leftrightarrow -3x+4=4 \Leftrightarrow -3x=0 \Leftrightarrow x=0$

$h(x)=5 \Leftrightarrow -3x+4=5 \Leftrightarrow -3x=1 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{3}$

$D_h=\left\{-\frac{1}{3},\ 0,\ \frac{4}{9},\ \frac{3}{2}\right\}$

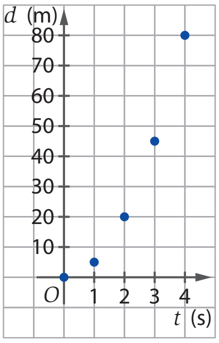
7. Como o gráfico da função g é constituído por pontos pertencentes a uma reta que passa na origem, é definida, no seu domínio, por uma expressão da forma $g(x)=ax$.

Como $g(1)=-2$, tem-se $g(x)=-2x$.

PÁG. 51

Tarefa 1

1.



2. Os valores de d são o quíntuplo dos valores da distância percorrida no esquema de Galileu.

3. No esquema de Galileu, o próximo número seria $5^2 = 25$.

Ao fim de 5 segundos, o objeto percorreu $5 \times 25 = 125$ m.

4. Como os valores de d são o quíntuplo dos valores da distância percorrida no esquema de Galileu, que são os quadrados perfeitos, tem-se:

$d(t) = 5t^2$

PÁG. 52

Tarefa 2

T_C (°C)	-10	$32 = \frac{9}{5}T_C + 32 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow T_C = 0$	$50 = \frac{9}{5}T_C + 32 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow T_C = \frac{5(50-32)}{9}$ $\Leftrightarrow T_C = 10$	25	50
T_F (°F)	$\frac{9}{5}(-10) + 32 = 14$	32	50	$\frac{9}{5}(25) + 32 = 77$	$\frac{9}{5}(50) + 32 = 122$

PÁG. 53

Tarefa 3

$D = \{-10\,,\ 0\,,\ 10\,,\ 25\,,\ 50\}$ e $CD = \{14\,,\ 32\,,\ 50\,,\ 77\,,\ 122\}$.

PÁG. 57

Aplicar

3.1 $f(1) = 3$

3.2 $f(0) = 2$

3.3 $D_f = \{-1\ ,\ 0\ ,\ 1\ ,\ 2\ ,\ 3\}$

3.4 $CD_f = \{1\ ,\ 2\ ,\ 3\ ,\ 4\ ,\ 5\}$

3.5 $f(x) = x + 2$

(A imagem de cada objeto é igual à soma do objeto com 2.)

PÁG. 58

Aplicar

4. I. e **IV.**

(São os únicos que «passam» no teste da reta vertical – ver pág. 55 do manual.)

5.1 $f(0) = 1$ e $f(5) = -2$.

5.2 $(2\ ,\ 1)$

5.3 -2 e 3 ; $f(-2) = 0$ e $f(3) = 0$

5.4 $D_f = [-2\ ,\ 5]$ e $D'_f = [-2\ ,\ 1]$

6.1 $g(-2) = -3$ e $g(0) = 0$.

6.2 $(1\ ,\ 1)$

6.3 -4 e $-\frac{3}{2}$; $g(-4) = -2$ e $g\left(-\frac{3}{2}\right) = -2$.

6.4 $D_g = [-4\ ,\ 0] \cup [1\ ,\ 4[$ e $D'_g = [-3\ ,\ 2[$.

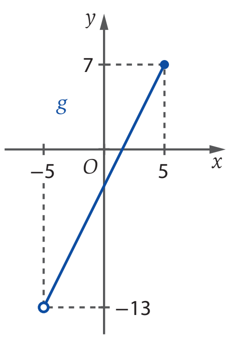
7.1 $g(0) = 2 \times 0 - 3 = -3$ e $g(2) = 2 \times 2 - 3 = 1$.

7.2 $g(x) = -9 \Leftrightarrow 2x - 3 = -9 \Leftrightarrow 2x = -6 \Leftrightarrow x = -3$

7.3 Como $-5 \notin D_g$, o ponto de coordenadas $(-5\ ,\ -13)$ não pertence ao gráfico da função g .

$g(4) = 2 \times 4 - 3 = 5$ e $4 \in D_g$, o ponto de coordenadas $(4\ ,\ 5)$ pertence ao gráfico da função g .

7.4



Se $x = 5$, $y = 2 \times 5 - 3 = 7$.

Se $x = -5$, $y = 2 \times (-5) - 3 = -13$.

8. $f(3) = 5 \Leftrightarrow \frac{k}{3} = 5 \Leftrightarrow k = 15$, logo $f(2) = \frac{15}{2}$.

PÁG. 61

Aplicar

11.1 $D_f = \mathbb{R}$

11.2 $D_g = \mathbb{R}$

11.3 $D_h = \{x \in \mathbb{R} : \ x - 6 \neq 0\}$, $x - 6 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 6$, $D_h = \mathbb{R} \setminus \{6\}$.

11.4 $D_i = \left\{x \in \mathbb{R} : \ x^2 - 2x - 3 \neq 0\right\}$

$$x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times 1(-3)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = \frac{2 \pm 4}{2} \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 3$$

$D_i = \mathbb{R} \setminus \{-1 \ , \ 3\}$

11.5 $D_j = \{x \in \mathbb{R} : \ x - 1 \geqslant 0\}$, $x - 1 \geqslant 0 \Leftrightarrow x \geqslant 1$, $D_j = [1 \ , \ +\infty[$.

11.6 $D_k = \mathbb{R}$

11.7 $D_l = \left\{x \in \mathbb{R} : \ \sqrt{x - 1} \neq 0 \wedge x - 1 \geqslant 0\right\}$

$\sqrt{x - 1} \neq 0 \wedge x - 1 \geqslant 0 \Leftrightarrow x - 1 \neq 0 \wedge x - 1 \geqslant 0 \Leftrightarrow x - 1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$, $D_l =]1 \ , \ +\infty[$.

11.8 $D_m = \left\{x \in \mathbb{R} : \ \sqrt[3]{x^2 - 4} \neq 0\right\}$, $\sqrt[3]{x^2 - 4} \neq 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -2 \wedge x \neq 2$,

$D_m = \mathbb{R} \setminus \{-2 \ , \ 2\}$.

12. O gráfico de f é o segmento de reta com extremos de coordenadas $(-2 \ , \ -1)$ e $(3 \ , \ 4)$ (excluindo o segundo).

O domínio de f é $[-2 \ , \ 3[$.

Uma expressão analítica da função é a equação reduzida da reta suporte do gráfico, ou seja, é da forma $f(x) = mx + b$.

$m = \dfrac{4 - (-1)}{3 - (-2)} = 1$; como $f(-2) = -1$, tem-se $-1 = 1(-2) + b \Leftrightarrow b = 1$

Expressão analítica: $f(x) = x + 1$

Resumindo, tem-se: $\begin{aligned} f : [-2 \ , \ 3[&\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto x + 1 \end{aligned}$

13. $g(-2) = -2(-2) + 3 = 7$

A ordenada do ponto de abcissa 3 da reta de equação $y = -2x + 3$ é:

$-2 \times 3 + 3 = -3$

O gráfico de g é o segmento de reta com extremos de coordenadas $(-2 \ , \ 7)$ e $(3 \ , \ -3)$ (excluindo o segundo). Portanto, $D'_g =]-3 \ , \ 7]$.

14. $D_f = \{x \in \mathbb{R} : \ g(x) \neq 0\}$, $g(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \{-4 \ , \ 0 \ , \ 2\}$, $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-4 \ , \ 0 \ , \ 2\}$.

PÁG. 62

Tarefa 4

1. 4 min , 8 min , 12 min e 15 min .

2. Positivo: $[0\ ,\ 4[\ \cup\ ]8\ ,\ 12[$, negativo: $]4\ ,\ 8[\ \cup\ ]12\ ,\ 15[$.

PÁG. 65

Aplicar

17.1 $f(x)=0 \Leftrightarrow x \in \{-4\,,\ 0\,,\ 4\}$ e $g(x)=0 \Leftrightarrow x \in [-2\,,\ -1] \cup \{2\,,\ 4\}$.

17.2

x	-6		-4		0		4		5
$f(x)$	-2	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	ND

x	-3		-2		-1		2		4		5
$g(x)$	ND	$-$	0	0	0	$+$	0	$-$	0	$+$	2

PÁG. 66

Aplicar

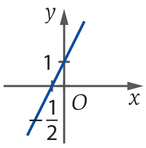
18.1 $f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$

18.2 $g(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 1$

18.3 $h(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow x^2 = -1$ impossível, a função h não tem zeros.

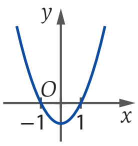
18.4 $i(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

19.1



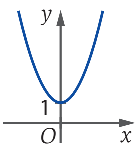
Negativa em $\left]-\infty, -\frac{1}{2}\right[$; positiva em $\left]-\frac{1}{2}, +\infty\right[$.

19.2



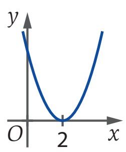
Negativa em $]-1, 1[$; positiva em $]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$.

19.3



Positiva em $\mathbb{R}$.

19.4



Positiva em $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

20. $m = \frac{-3-3}{3-(-1)} = \frac{-6}{4} = -\frac{3}{2}$ e $3 = -\frac{3}{2}(-1) + b \Leftrightarrow b = 3 - \frac{3}{2} \Leftrightarrow b = \frac{3}{2}$.

$y = -\frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$ e $-\frac{3}{2}x + \frac{3}{2} = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

PÁG. 67

Tarefa 5

1. Dois.

2. Às 7 h e às $18\text{ h }45$, aproximadamente.

3. Das $7\text{ h }00$ até às $13\text{ h }30$, aproximadamente, ou seja, 6 h e 30 min, aproximadamente.

4. Das $21\text{ h }24$ até às $23\text{ h }48$, aproximadamente, ou seja, 2 h e 30 min, aproximadamente.

PÁG. 69

Aplicar

22.1 $D_f = [-3\ ,\ 6]$ e $D'_f = [-2\ ,\ 2]$.

22.2 $f(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \{-2\ ,\ 1\ ,\ 3\ ,\ 5\}$

22.3

x	-3		-2		1		3		5		6
$f(x)$	-2	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	-1

22.4

a. $f(x) = 2 \Leftrightarrow x \in \{2\}$

b. $f(x) = f(0) \Leftrightarrow f(x) = -2 \Leftrightarrow x \in \{-3\ ,\ 0\}$

c. $f(x) = 1 \Leftrightarrow x \in \left\{\frac{3}{2}\ ,\ \frac{5}{2}\ ,\ 4\right\}$

d. $f(x) < 2 \Leftrightarrow x \in [-3\ ,\ 6] \backslash \{2\}$

e. $f(x) \geqslant -1 \Leftrightarrow x \in \left[-\frac{5}{2}\ ,\ -1\right] \cup \left[\frac{1}{2}\ ,\ 6\right]$

f. $f(x) \leqslant -2 \Leftrightarrow x \in \{-3\ ,\ 0\}$

22.5 **(C)**

Como $D'_f = [-2\ ,\ 2]$ para que a condição $f(x) \leqslant k$ seja impossível, k tem de tomar valores inferiores a -2 .

PÁGS. 70 e 71

Aplicar

23.1 $D_g =]-4\ ,\ 5]$ e $D'_g = [-5\ ,\ 4]$.

23.2 $f(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \{3\}$

23.3

x	-4		-1		3		4		5
$g(x)$	ND	$-$	-5	$+$	0	$-$	3	$+$	3

23.4

a. $g(x) = -5 \Leftrightarrow x \in \{-1\}$

b. $g(x) = 3 \Leftrightarrow x \in \{0\ ,\ 2\} \cup [4\ ,\ 5]$

c. $g(x) = 4 \Leftrightarrow x \in \{1\}$

d. $g(x) \geqslant 3 \Leftrightarrow x \in [0\ ,\ 2] \cup [4\ ,\ 5]$

23.5

a. Uma.

b. Duas.

c. Infinitas.

d. Uma.

23.6

a. $\{-5\ ,\ 4\} \cup [-2\ ,\ 0]$

b. $]-5\ ,\ -2[\cup]0\ ,\ 4[\backslash \{3\}$

c. $\{3\}$

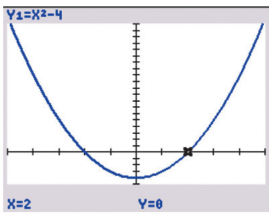
24.1 $D_h = \mathbb{R}$

24.2 $h(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = -2 \vee x = 2$

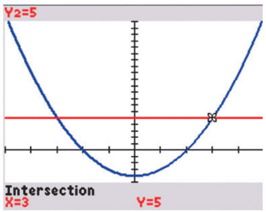
24.3 $h(x) = -3 \Leftrightarrow x^2 - 4 = -3 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 1$

24.4

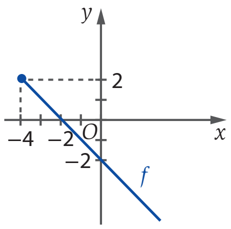
a. $h(x) \geqslant 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty\ ,\ -2] \cup [2\ ,\ +\infty[$



b. $h(x) < 5 \Leftrightarrow x \in]-3\ ,\ 3[$



25.1 $D_f = [-4\ ,\ +\infty[$ e $D'_f =]-\infty\ ,\ 2]$.



25.2 $m = \dfrac{0-2}{-2-(-4)} = \dfrac{-2}{2} = -1$, $2 = -1(-4) + b \Leftrightarrow b = 2 - 4 \Leftrightarrow b = -2$ e $f(x) = -x - 2$.

25.3

a. $f(x) = -2 \Leftrightarrow -x - 2 = -2 \Leftrightarrow x = 0$

b. $f(x) < -3 \Leftrightarrow -x - 2 < -3 \Leftrightarrow -x < -1 \Leftrightarrow x > 1 \Leftrightarrow x \in]1\ ,\ +\infty[$

PÁG. 72

Tarefa 6

1. Aumentou das 4 h às 10 h 30 e das 16 h 30 às 23 h , aproximadamente;
diminuiu das 0 h às 4 h , das 10 h 30 às 16 h 30 e das 23 h às 24 h , aproximadamente.

2. Máxima: às 0 h , às 10 h 30 e às 23 h , aproximadamente;
mínima: às 4 h , às 16 h 30 e às 24 h , aproximadamente.

PÁG. 77

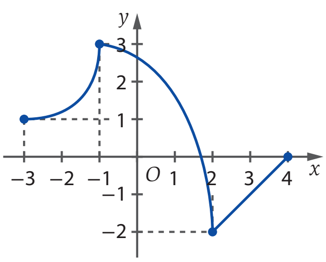
Aplicar

28.1 g (estritamente), h (em sentido lato) e j (em sentido lato).

28.2 f (estritamente) e l (em sentido lato).

28.3 f: $[0\ ,\ 4]$; g: $[0\ ,\ 4]$; h: $[0\ ,\ 2]$, $[2\ ,\ 4]$ e $[0\ ,\ 4]$; i: $[0\ ,\ 2]$ e $]2\ ,\ 4]$;
j: $[0\ ,\ 2]$, $[2\ ,\ 4]$ e $[0\ ,\ 4]$; k: $[0\ ,\ 1]$ e $[1\ ,\ 4]$; l: $[0\ ,\ 3]$, $[3\ ,\ 4]$ e $[0\ ,\ 4]$; m: $[0\ ,\ 4[$

29. Por exemplo,



30.1 Não.

30.2

x	-3		-2		0		2		3		4		6
Monotonia de f	-2	$\nearrow$	0	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1

A função é crescente em $[-3\ ,\ -2]$, $[0\ ,\ 2]$ e $[3\ ,\ 4]$;

a função é decrescente em $[-2\ ,\ 0]$, $[2\ ,\ 3]$ e $[4\ ,\ 6]$.

PÁG. 78

Tarefa 7

Valores máximos: 0,7 m , 1,3 m e 1,8 m , aproximadamente;

valores mínimos: 0,4 m e 1,3 m , aproximadamente.

PÁG. 83

Aplicar

34.1

Função	Máximos	Maximizantes
f	$y=3$	$x=0$
h	$y=2$	$x\in[0\ ,\ 4]$
i	$y=3$	$x=0$

34.2

Função	Mínimos	Minimizantes
g	$y=1$	$x=4$
h	$y=2$	$x\in[0\ ,\ 4]$

35. (D)

É a única opção em que, em torno de $x=2$, a função toma valores inferiores ou iguais à imagem de 2 (trata-se de um máximo relativo); e, em nenhuma das outras opções, se verifica que, em torno de $x=2$, a função toma valores superiores ou iguais à imagem de 2 (caso em que se trataria de um mínimo relativo) ou inferiores ou iguais à imagem de 2 (caso em que se trataria de um máximo relativo).

PÁG. 84

Aplicar

36.1 Mínimos relativos: $y = -2$ em $x = -3$ e em $x = 0$; $y = 0$ em $x = 3$; $y = -1$ em $x = 6$.

Máximos relativos: $y = 0$ em $x = -2$; $y = 2$ em $x = 2$; $y = 1$ em $x = 4$.

36.2 Mínimo absoluto: $y = -2$; máximo absoluto: $y = 2$.

37.1

x	$-\infty$	0		2		5
Monotonia de g	↘	-2	↘	-1	↗	3

37.2 Mínimos relativos: $y = -2$ em $x = 0$ e $y = -1$ em $x = 2$; máximo relativo: $y = 3$ em $x = 5$.

37.3

A. Verdadeiro.

(No intervalo $]0{,}5\ ;\ 0{,}5[$, a função toma valores superiores ou iguais a $f(0)$; $f(0)$ é um mínimo relativo de f.)

B. Verdadeiro.

(No domínio de f , a função toma valores superiores ou iguais a $f(0)$; $f(0)$ é um mínimo absoluto de f.)

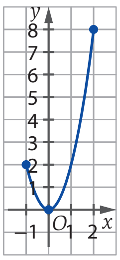
C. Verdadeiro.

(No intervalo $]4{,}5]$, a função toma valores inferiores ou iguais a $f(5)$; $f(5)$ é um máximo relativo de f.)

D. Falso.

(No domínio de f , a função não toma valores inferiores ou iguais a $f(5)$, nomeadamente em $]-\infty\ ,\ 5[$.)

38.



h é decrescente em $[-1\ ,\ 0]$ e crescente em $[0\ ,\ 2]$.

h tem máximo relativo 2 em $x = -1$ e 8 (também absoluto) em $x = 2$;

tem mínimo relativo (e absoluto) 0 em $x = 0$.

PÁG. 85

Aplicar +

1.1 Em cada zona, a relação entre o tempo de estacionamento e o preço a pagar pelo mesmo é uma função porque a cada valor de tempo corresponde um, e um só, valor de preço.

1.2 Zona Verde: 1,20 € ; Zona Amarela: 1,80 € ; Zona Vermelha: 2,40 € .

1.3 Zona Verde. Não pode ter estacionado na Zona Amarela pois aí, a partir de 2 horas de estacionamento, teria de pagar pelo menos 3 euros. Não pode ter estacionado na Zona Vermelha pois o estacionamento ultrapassou as 2 horas.

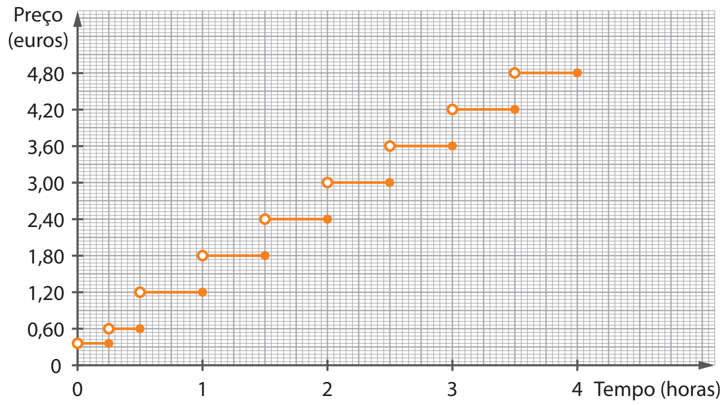
1.4

a. $D =]0\ ,\ 4]$ e $D' = \{0{,}25\ ;\ 0{,}40\ ;\ 0{,}80\ ;\ 1{,}20\ ;\ 1{,}60\ ;\ 2{,}00\ ;\ 2{,}40\ ;\ 2{,}80\ ;\ 3{,}20\}$

b. $x \in]2{,}5\ ;\ 3]$

c. Trata-se de uma função monótona crescente em sentido lato.

1.5 Zona Amarela:

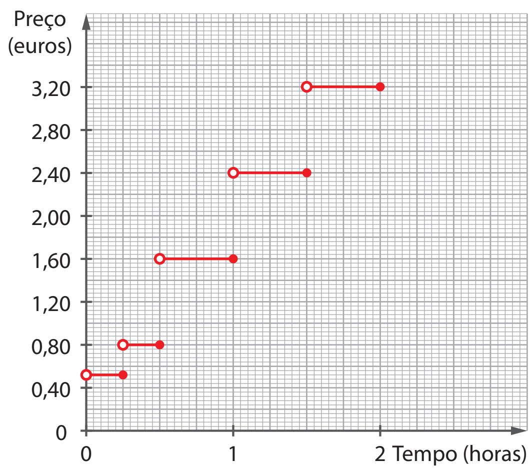


a. $D =]0\ ,\ 4]$ e $D' = \{0{,}30\ ;\ 0{,}60\ ;\ 1{,}20\ ;\ 1{,}80\ ;\ 2{,}40\ ;\ 3{,}00\ ;\ 3{,}60\ ;\ 4{,}20\ ;\ 4{,}80\}$

b. $x \in]1{,}5\ ;\ 2]$

c. Trata-se de uma função monótona crescente em sentido lato.

Zona Vermelha:



a. $D =]0\ ,\ 2]$ e $D' = \{0{,}50\ ;\ 0{,}80\ ;\ 1{,}60\ ;\ 2{,}40\ ;\ 3{,}20\}$

b. $x \in]1\ ;\ 1{,}5]$

c. Trata-se de uma função monótona crescente em sentido lato.

PÁG. 86

Aplicar +

2. **(C)**

O conjunto de pontos da opção **(C)** pode corresponder ao gráfico de uma função com o domínio de f .

O conjunto de pontos da opção **(A)** corresponde a uma função que não tem o domínio de f .

Os conjuntos de pontos das opções **(B)** e **(D)** não correspondem a gráficos de funções, pois tem diversos pontos com abcissa 0 .

3.

A. Falso.

(Por definição de função, o gráfico de uma função apenas pode intersetar o eixo Oy uma única vez e, apenas, quando 0 pertencer ao domínio. Neste caso, interseta apenas uma vez.)

B. Verdadeiro.

(Como $f(x)=0$ tem mais do que uma solução, o gráfico da função interseta o eixo Ox em mais do que um ponto.)

C. Verdadeiro.

(Como 0 pertence a D_f e não se define a imagem de 0 por f, apenas se referindo que $f(x)=0$ tem soluções e que $f(x)>0$ é impossível, pode acontecer que $f(0)$ tome o valor 0, ou seja, que o ponto de coordenadas $(0\ ,\ 0)$ pertença ao gráfico de f.)

D. Falso.

(Como $f(x)>0$ é impossível, nenhum objeto pode ter imagem 1, logo o ponto de coordenadas $(0\ ,\ 1)$ não pode pertencer ao gráfico de f.)

4.1 h

4.2 f, g e h.

4.3 f e i.

PÁG. 87

Aplicar +

5. **(B)**

Em torno de $x=2$, a função toma valores superiores a $f(2)$, logo $1\ (f(2))$ é um mínimo relativo.

6.1 $D_f=[-2\ ,\ 3[$ e $D'_f=]-2\ ,\ 1]$.

6.2 $m=\dfrac{-2-1}{-1-(-2)}=\dfrac{-3}{1}=-3$, $1=-3(-2)+b \Leftrightarrow b=1-6 \Leftrightarrow b=-5$ e $y=-3x-5$

$-3x-5=0 \Leftrightarrow x=-\dfrac{5}{3}$

$f(x)=0 \Leftrightarrow x \in \left\{-\dfrac{5}{3}\ ,\ 1\right\}$

6.3 f é positiva em $\left[-2\ ,\ -\dfrac{5}{3}\right[\cup [-1\ ,\ 1[$ e é negativa em $\left]-\dfrac{5}{3}\ ,\ -1\right[\cup]1\ ,\ 3[$

6.4 f tem máximo relativo $y=1$ em $x=-2$ e em $x=-1$, tem máximo absoluto $y=1$ e não tem mínimos.

6.5

x	-2		-1		3
Monotonia de f	1	↘	1	↘	ND

6.6 Não: f é decrescente em $[-2\ ,\ -1[$ e em $[-1\ ,\ 3[$, mas $f(-1)>f\left(-\dfrac{5}{3}\right)$.

7.1 $D_g=\mathbb{R}\setminus\{0\}$

7.2 $g(-2)=\dfrac{1}{-2}=-\dfrac{1}{2}$

7.3 $g(x)=2 \Leftrightarrow \dfrac{1}{x}=2 \Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$

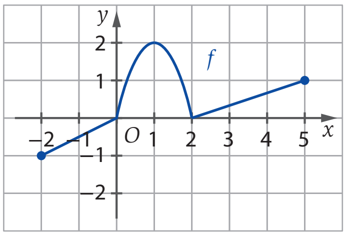
7.4 g é decrescente em $\mathbb{R}^-$ e em $\mathbb{R}^+$. Não tem extremos.

7.5 g não é monótona; g é decrescente em $\mathbb{R}^-$ e em $\mathbb{R}^+$, mas $g(1)>g(-1)$.

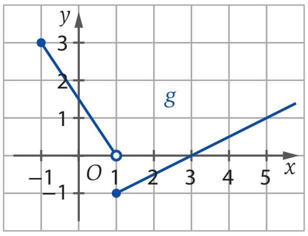
7.6

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g(x)$	$-$	ND	$+$

8.1



8.2



PÁG. 88

Aplicar +

9.1

A. Falso.
(A função f é descrescente em $[-2\ ,\ -1]$) .

B. Verdadeiro.

C. Falso.
(f não é descrescente em $[1\ ,\ 4]$, pois, por exemplo, $f(3) < f(4)$.)

9.2

x	-4		-1		1		4		5
Monotonia de g	ND	$\searrow$	-5	$\nearrow$	4	$\searrow$	3	$\longrightarrow$	3

10.1 f é monótona decrescente.

10.2 g é monótona crescente.

10.3 h é decrescente em $]-\infty\ ,\ 0]$ e crescente em $[0\ ,\ +\infty[$.

11.1 $f(-1) = 2$ e $f(5) = 3$.

11.2 Interseção com Ox : $(-2\ ,\ 0)$; interseção com Oy : $(0\ ,\ 2)$.

11.3 $m = \dfrac{0-1}{-2-(-1)} = \dfrac{-1}{-1} = 1$, $1 = 1(-1) + b \Leftrightarrow b = 1 + 1 \Leftrightarrow b = 2$ e $y = x + 2$.
$f(-5) = -5 + 2 = -3$

11.4 $f(x) = 2 \Leftrightarrow x \in [-1\ ,\ 1]$

11.5 $D_f =]-\infty \quad 5]$ e $D'_f =]-\infty\ ,\ 1[\cup \{2\} \cup [3\ ,\ 4]$

11.6

a. $f(x) = 4 \Leftrightarrow x \in \{2\}$

b. $f(x) = 3 \Leftrightarrow x \in \{5\}$

c. $f(x) = \dfrac{3}{2} \Leftrightarrow x \in \{\}$

d. $f(x) < 0 \Leftrightarrow x \in]-\infty\ ,\ -2[$

e. $f(x) > 2 \Leftrightarrow x \in]1\ ,\ 5]$

f. $f(x) \leqslant 3 \Leftrightarrow x \in]-\infty\ ,\ 1] \cup \{5\}$

11.7 $k \in]-\infty\ ,\ 1[\cup \{3\ ,\ 4\}$

11.8 A função é crescente em $]-\infty\ ,\ -1]$ e em $[1\ ,\ 2]$, constante em $[-1\ ,\ 1]$ e decrescente em $[2\ ,\ 5]$.

PÁG. 89

Aplicar +

11.9

A. F

B. V

C. V

11.10 Máximos relativos: 2 em $x \in [-1\ ,\ 1[$ e 4 (máximo absoluto) em $x = 2$; mínimos relativos: 2 em $x \in]-1\ ,\ 1]$ e 3 em $x = 5$. f não tem mínimo absoluto.

12.1 $D_g = \{-8\} \cup]-7\ ,\ 3]$ e $D'_g = [-3\ ,\ 0] \cup \{1\} \cup [2\ ,\ 4[$.

12.2 $g(x) > 0 \Leftrightarrow x \in \{-8\} \cup]-7\ ,\ 0[$, $g(x) < 0 \Leftrightarrow x \in]0\ ,\ 3]$.

12.3

a. $g(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \{0\}$

b. $g(x) = 3 \Leftrightarrow x \in \{-6\ ,\ -2\}$

c. $g(x) < 2 \Leftrightarrow x \in \{-8\} \cup [0\ ,\ 3]$

d. $g(x) \geqslant 3 \Leftrightarrow x \in \{-6\} \cup [-2\ ,\ 0[$

12.4

a. $k \in [-3\ ,\ 0] \cup \{1\} \cup]2\ ,\ 3[\cup]3\ ,\ 4[$

b. $k \in \{3\}$

c. $k \in \{2\}$

12.5 g é estritamente crescente em $[-4\ ,\ 0[$; g é estritamente decrescente em $[0\ ,\ 3]$; g é constante em $]-7\ ,\ -6[$ e em $]-6\ ,\ -4]$.

12.6

Máximos relativos	Maximizantes
1	$x = -8$
2	$x \in]-7\ ,\ -6[\cup]-6\ ,\ -4[$
3	$x = -6$

Mínimos relativos	Minimizantes
-3	$x = 3$
1	$x = -8$
2	$x \in]-7\ ,\ -6[\cup]-6\ ,\ -4]$

-3 é o mínimo absoluto de g ; g não tem máximo absoluto.

13.1 $D_h = [-8\ ,\ 8]$ e $D'_h =]-5\ ,\ 5]$

13.2 $h(x) = 0 \Leftrightarrow x \in \{-8\ ,\ -2\ ,\ 2\ ,\ 8\}$

$h(x) > 0 \Leftrightarrow x \in]-8\ ,\ -3] \cup]-2\ ,\ 2[\cup [3\ ,\ 8[$, $h(x) < 0 \Leftrightarrow x \in]-3\ ,\ 2[\cup]2\ ,\ 3[$

13.3 h é crescente em $[-8\ ,\ -7]$, em $]-3\ ,\ 0]$ e em $[5\ ,\ 7]$;
é constante em $[-5\ ,\ -3]$ e em $[3\ ,\ 5[$; é decrescente em $[-7\ ,\ -5]$, em $[0\ ,\ 3[$ e em $[7\ ,\ 8]$.

Mínimos relativos	Minimizantes
0	$x = -8$ e $x = 8$
2	$x \in [-5\ ,\ -3[\ \cup\ ]3\ ,\ 5[$

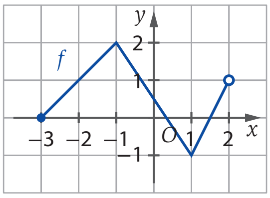
Máximos relativos	Maximizantes
5	$x = -7$ e $x = 7$
2	$x \in]-5\ ,\ -3]\ \cup\ [3\ ,\ 5[$
4	$x = 0$

5 é o máximo absoluto de h ; h não tem mínimo absoluto.

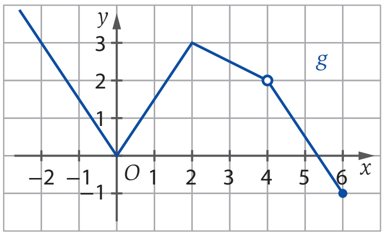
PÁG. 90

Aplicar +

14.1



14.2



15.

A. Verdadeiro.

B. Falso.

C. Falso.

D. Falso.

E. Verdadeiro.

16. (C)

(Definição de mínimo relativo.)

17.1 $D_f = \mathbb{R}$

17.2 $D_g = \{x \in \mathbb{R}: \ x + 3 \neq 0\}$, $x + 3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq -3$, $D_g = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$.

17.3 $D_h = \{x \in \mathbb{R}: \ x + 5 \geqslant 0\}$, $x + 5 \geqslant 0 \Leftrightarrow x \geqslant -5$, $D_h = [-5 \ , \ +\infty[$.

17.4 $D_i = \{x \in \mathbb{R}: \ x^2 + 1 \neq 0\}$, $x^2 + 1 \neq 0 \Leftrightarrow x^2 \neq -1$, impossível, $D_i = \mathbb{R}$.

17.5 $D_j = \left\{x \in \mathbb{R}: \ \dfrac{x-1}{x^2+1} \geqslant 0 \wedge x^2 + 1 \neq 0\right\}$

$\dfrac{x-1}{x^2+1} \geqslant 0 \wedge x^2 + 1 \neq 0 \underset{x^2+1>0}{\Leftrightarrow} x - 1 \geqslant 0 \Leftrightarrow x \geqslant 1$, $D_j = [1 \ , \ +\infty[$.

17.6 $D_k = \left\{x \in \mathbb{R}: \ \sqrt{x+3} \neq 0 \wedge x + 3 \geqslant 0\right\}$

$\sqrt{x+3} \neq 0 \wedge x + 3 \geqslant 0 \Leftrightarrow x + 3 \neq 0 \wedge x \geqslant -3 \Leftrightarrow x > -3$, $D_k =]-3 \ , \ +\infty[$.

PÁG. 91

Aplicar +

18.1 $D_h =]-1\ ,\ 3]$ e $D'_h = [-4\ ,\ 4[$.

18.2 $m = \dfrac{-4-4}{3-(-1)} = \dfrac{-8}{4} = -2\ ,\ \ 4 = -2(-1) + b \Leftrightarrow b = 4 - 2 \Leftrightarrow b = 2$ e $h(x) = -2x + 2$.

18.2 h é decrescente. -4 é mínimo absoluto (e relativo) em $x = 3$. h não tem máximos.

19. (B)

$f(x) = -4 \Leftrightarrow -x + 6 = -4 \Leftrightarrow x = 10$ e $f(x) = 1 \Leftrightarrow -x + 6 = 1 \Leftrightarrow x = 5$

20.1 $f(x) = 0 \Leftrightarrow 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{2}{3}$

20.2 $g(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5 = 0 \Leftrightarrow x = -\sqrt{5} \vee x = \sqrt{5}$

20.3 $h(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 + 1 = 0 \Leftrightarrow (x+1)^2 = -1$

impossível em $\mathbb{R}$, h não tem zeros.

20.4 $i(x) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 + 8x + 6 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 3 = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x + 4 - 1 = 0 \Leftrightarrow$

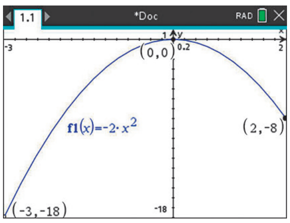
$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 1 \Leftrightarrow x + 2 = -1 \vee x + 2 = 1 \Leftrightarrow x = -3 \vee x = -1$

21.1 $h(x) = 0 \Leftrightarrow -2x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = 0$

21.2 $h(x) = -10 \Leftrightarrow -2x^2 = -10 \Leftrightarrow x^2 = 5 \Leftrightarrow x = -\sqrt{5} \vee x = \sqrt{5}$

Como $D_h =]-3\ ,\ 2]$, $S = \{-\sqrt{5}\}$.

21.3

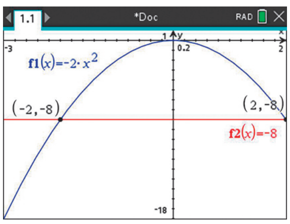


a. $D'_h =]-18\ ,\ 0]$

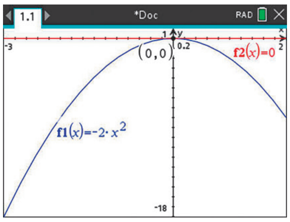
b. Mínimo relativo -8 em $x = 2$; máximo relativo e absoluto 0 em $x = 0$.

21.4

a. $h(x) \geqslant -8 \Leftrightarrow x \in [-2\ ,\ 2]$



b. $h(x) < 0 \Leftrightarrow x \in]-3\ ,\ 2] \setminus \{0\}$



22. **(D)**

$f(2) = 0 \Leftrightarrow 2a + 6 = 0 \Leftrightarrow a = -3$

PÁG. 92

Aplicar +

23. **(C)**

Como g é uma função afim, não tem zeros se for constante não nula. Logo, $a = 0$.

24.1 O segmento de reta $[AB]$, que é o gráfico de f , está contido na reta de equação $y = 2y - 3$.

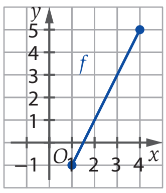
Logo, a expressão analítica de f é $f(x) = 2x - 3$.

24.2 Ordenada de A : $y = 2 \times 1 - 3 = -1$, logo $A(1\ ,\ -1)$;

abcissa de B : $2x - 3 = 5 \Leftrightarrow x = \dfrac{5+3}{2} \Leftrightarrow x = 4$, logo $B(4\ ,\ 5)$.

Portanto, $D_f = [1\ ,\ 4]$ e $D'_f = [-1\ ,\ 5]$.

24.3



24.4 $f(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{3}{2}$

24.5 f é negativa em $\left[1\ ,\ \dfrac{3}{2}\right[$ e positiva em $\left]\dfrac{3}{2}\ ,\ 4\right]$.

24.6 f é monótona crescente.

24.7 f tem mínimo absoluto -1 e máximo absoluto 5 .

24.8

a. $f(x) = 2 \Leftrightarrow 2x - 3 = 2 \Leftrightarrow x = \dfrac{2+3}{2} \Leftrightarrow x = \dfrac{5}{2}$; $S = \left\{\dfrac{5}{2}\right\}$.

b. $f(x) \geqslant 5 \Leftrightarrow 2x - 3 \geqslant 5 \Leftrightarrow x \geqslant \dfrac{5+3}{2} \Leftrightarrow x \geqslant 4$

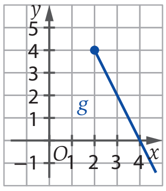
Como $D_f = [1,4]$, o conjunto-solução da condição dada é $\{4\}$.

25.1 Tem-se $y + 2x = 0 \Leftrightarrow y = -2x$. As retas paralelas a esta têm equações da forma $y = -2x + b$.

Dessas retas, a que contém o ponto $(3\ ,\ 2)$ verifica a condição $2 = -2 \times 3 + b \Leftrightarrow b = 2 + 6 \Leftrightarrow b = 8$.

Assim, $g(x) = -2x + 8$.

25.2



25.3 $D_g = [2\ ,\ +\infty[$ e $D'_g =]-\infty\ ,\ 4]$.

25.4 $g(x) = 0 \Leftrightarrow -2x + 8 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{-8}{-2} \Leftrightarrow x = 4$

25.5 g é monótona decrescente.

25.6 g tem máximo absoluto 4 e não tem mínimo absoluto.

25.7

a. $g(x) \geqslant 0 \Leftrightarrow -2x + 8 \geqslant 0 \Leftrightarrow -2x \geqslant -8 \Leftrightarrow x \leqslant 4$

Como $D_g = [2\ ,\ +\infty[$, o conjunto-solução da condição dada é $[2\ ,\ 4]$.

b. $g(x) = 8 \Leftrightarrow -2x + 8 = 8 \Leftrightarrow x = \dfrac{8-8}{-2} \Leftrightarrow x = 0$

Como $D_g = [2\ ,\ +\infty[$, o conjunto-solução da condição dada é $\{\}$.

PÁG. 96

Autoavaliação

1. **(D)**

(É a única opção que «passa» no teste da reta vertical – ver pág. 55 do manual.)

2.1 $f(-2)=0$ e $f(1)=1$.

2.2 $(0,1)$

2.3 $f(x)=1 \Leftrightarrow x \in [0\ ,\ 2]$

2.4 Sim. O gráfico de f interseta o eixo das abcissas em dois pontos: $(-2\ ,\ 0)$ e $(3\ ,\ 0)$.

3. (D)

f é crescente se $2-m>0 \Leftrightarrow -m>-2 \Leftrightarrow m<2 \Leftrightarrow m \in]-\infty\ ,\ 2[$

4. (B)

É a única opção em que, em torno de $x=2$, a função toma valores superiores ou iguais à imagem de 2 (trata-se de um mínimo relativo); e, em nenhuma das outras opções, se verifica que, em torno de $x=2$, a função toma valores inferiores ou iguais à imagem de 2 (caso em que se trataria de um máximo relativo) ou superiores ou iguais à imagem de 2 (caso em que se trataria de um mínimo relativo).

5. $D_f=\left\{x \in \mathbb{R} : \sqrt{x^2+1} \neq 0 \wedge x^2+1>0\right\}$

$\sqrt{x^2+1} \neq 0 \wedge x^2+1 \geqslant 0 \Leftrightarrow x^2+1 \neq 0 \wedge x^2+1 \geqslant 0 \Leftrightarrow x^2+1>0$ Condição universal

Logo, $D_f=\mathbb{R}$.

6.1

a. $D_f=[-3\ ,\ 3]$ e $D'_f=]-3\ ,\ 2]$.

b. $f(x)=0 \Leftrightarrow x \in \{-1\ ,\ 1\ ,\ 2\}$

c. f é constante em $[-3\ ,\ -2]$, crescente em $]-2\ ,\ 0]$ e em $[2\ ,\ 3]$ e decrescente em $[0\ ,\ 2[$.

d. Máximo absoluto 2 em $x \in [-3\ ,\ -2]$ e $x=3$; máximo relativo 1 em $x=0$;
mínimo relativo 2 em $x \in [-3\ ,\ -2[$.

6.2

a. $f(x)=2 \Leftrightarrow x \in [-3\ ,\ -2] \cup \{3\}$

b. $f(x)+3=0 \Leftrightarrow f(x)=-3 \Leftrightarrow x \in \{\}$

c. $f(x) \geqslant 0 \Leftrightarrow x \in [-3\ ,\ -2] \cup [-1\ ,\ 1] \cup [2\ ,\ 3]$

7.1 $D_g = \{x \in \mathbb{R} : \ x \neq 0\} = \mathbb{R}\backslash\{0\}$

7.2

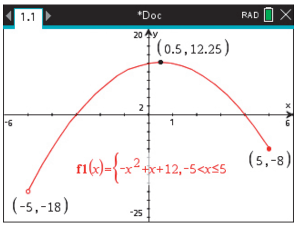
a. $g(2) = \frac{1}{2}$ e $\text{A} = (2 + 2) \times \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) = 4$

b. $\text{A} = (a + a) \times \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{a}\right) = 2a \times \frac{2}{a} = 4$, $R(a) = 4$ e $D'_R = \{4\}$

R é uma função monótona constante.

No contexto da situação, a área do retângulo é sempre 4 , qualquer que seja a abcissa de A .

8.1 $D'_h =]-18 \ ; \ 12{,}25]$



8.2 $\text{A} = \frac{(3 + 2) \times 6}{2} = 15$