

Vetores no plano

Vol. 3 Cap. 3

PÁG. 101

Diagnóstico

1.1 $[A, B]$, $[Q, R]$ e $[O, P]$; $[C, D]$, $[G, H]$, $[I, J]$ e $[K, L]$; $[S, T]$, $[U, V]$ e $[Z, W]$.

1.2 $[A, B]$ e $[O, P]$; $[C, D]$, $[G, H]$ e $[K, L]$; $[S, T]$ e $[U, V]$.

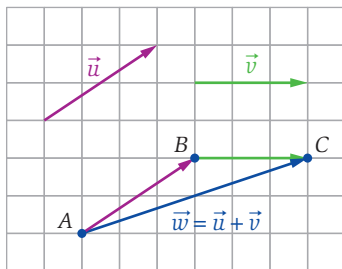
1.3 $[A, B]$ e $[O, P]$ têm sentido contrário a $[Q, R]$; $[C, D]$, $[G, H]$ e $[K, L]$ têm sentido contrário a $[I, J]$; $[S, T]$ e $[U, V]$ têm sentido contrário a $[Z, W]$.

1.4 $[G, H]$ e $[K, L]$.

1.5 $[G, H]$ e $[K, L]$.

1.6 \overrightarrow{AB} , \overrightarrow{QR} e \overrightarrow{OP} ; \overrightarrow{CD} , \overrightarrow{GH} , \overrightarrow{KL} e \overrightarrow{IJ} ; \overrightarrow{ST} , \overrightarrow{UV} e \overrightarrow{ZW} .

2.



3.1 $A + \overrightarrow{AE} = E$

3.2 $H + \overrightarrow{AE} = H + \overrightarrow{HC} = C$

3.3 $E + \overrightarrow{GH} = E + \overrightarrow{EF} = F$

3.4 $G + (-\overrightarrow{FI}) = G + \overrightarrow{IF} = G + \overrightarrow{GI} = I$

3.5 $T_{\overrightarrow{AI}}(I) = I + \overrightarrow{AI} = I + \overrightarrow{IC} = C$

3.6 $T_{\overrightarrow{GH}}(E) = E + \overrightarrow{GH} = E + \overrightarrow{EF} = F$

3.7 $(T_{\overrightarrow{BE}} \circ T_{\overrightarrow{DB}})(D) = D + (\overrightarrow{DB} + \overrightarrow{BE}) = D + \overrightarrow{DE} = E$

3.8 $(T_{\overrightarrow{IH}} \circ T_{\overrightarrow{HC}})(A) = A + (\overrightarrow{IH} + \overrightarrow{HC}) = A + \overrightarrow{IC} = A + \overrightarrow{AI} = I$

3.9 $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EI} = \overrightarrow{AI}$

3.10 $\overrightarrow{IC} + \overrightarrow{IB} = \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{DI} = \overrightarrow{DC}$

3.11 $\overrightarrow{DI} + (-\overrightarrow{GB}) = \overrightarrow{DI} + \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{IG}$

3.12 $I + (\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{IA}) = I + (\overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CI}) = I + \overrightarrow{DI} = I + \overrightarrow{IB} = B$

PÁG. 106**Aplicar****3.1**

a. $[A, B]$ e $[E, D]$, por exemplo.

b. $[O, C]$

c. \overrightarrow{AB} e \overrightarrow{DE} , por exemplo.

3.2

a. $F + \overrightarrow{ED} = F + \overrightarrow{FO} = O$

b. $F - \overrightarrow{CO} = F + \overrightarrow{OC} = F + \overrightarrow{FO} = O$

c. $\overrightarrow{FO} + \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{FO} + \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{FA}$, por exemplo.

d. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{FO} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{FC}$

e. $\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{FA} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AF} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CD} = \vec{0}$

f. $\overrightarrow{DC} - \overrightarrow{EB} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{EO} + \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BO}$, por exemplo.

4.1

a. $\overrightarrow{DF} + \overrightarrow{ED} = \overrightarrow{DF} + \overrightarrow{FE} = \overrightarrow{DE}$, por exemplo.

b. $\overrightarrow{LP} + \overrightarrow{GN} + \overrightarrow{NL} = \overrightarrow{GN} + \overrightarrow{NL} + \overrightarrow{LP} = \overrightarrow{GP}$, por exemplo.

c. $\overrightarrow{BN} + \overrightarrow{HB} + \overrightarrow{NH} = \overrightarrow{BN} + \overrightarrow{NH} + \overrightarrow{HB} = \overrightarrow{BH} + \overrightarrow{HB} = \vec{0}$

d. $\overrightarrow{KH} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{HO} = \overrightarrow{KH} + \overrightarrow{HO} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{KC}$, por exemplo.

4.2

a. $? + \overrightarrow{ED} = L \Leftrightarrow ? = L - \overrightarrow{ED} \Leftrightarrow ? = L + \overrightarrow{DE} \Leftrightarrow ? = K$

b. $\overrightarrow{MF} + \overrightarrow{FM} = \vec{0}$, por exemplo

c. $B - A + ? = E \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + ? = E \Leftrightarrow ? = E - \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow ? = E + \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow ? = E + \overrightarrow{EN} \Leftrightarrow ? = N$

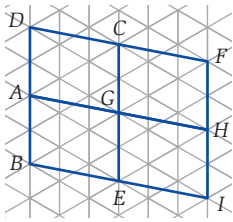
d. $? - \overrightarrow{NK} = D \Leftrightarrow ? = D + \overrightarrow{NK} \Leftrightarrow ? = D + \overrightarrow{DM} \Leftrightarrow ? = M$

e. $\overrightarrow{FN} - ? = \overrightarrow{JP} \Leftrightarrow ? = \overrightarrow{FN} - \overrightarrow{JP} \Leftrightarrow ? = \overrightarrow{FN} + \overrightarrow{PJ} \Leftrightarrow ? = \overrightarrow{FN} + \overrightarrow{NK} \Leftrightarrow ? = \overrightarrow{FK}$, por exemplo.

f. $I - \overrightarrow{NH} + ? = P \Leftrightarrow ? = P - I + \overrightarrow{NH} \Leftrightarrow ? = \overrightarrow{IP} + \overrightarrow{NH} \Leftrightarrow ? = \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{NH} \Leftrightarrow ? = \overrightarrow{OH}$, por exemplo.

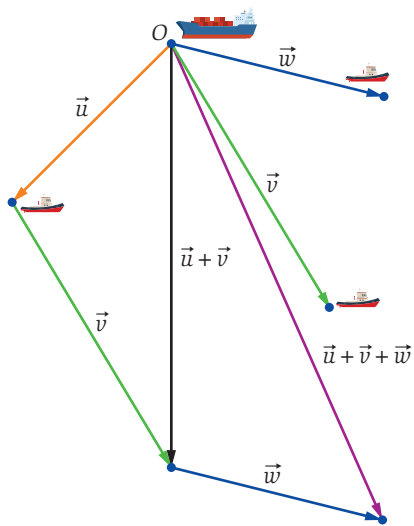
PÁG. 107
Aplicar

5.



6. $\vec{AB} = \vec{AE} + \vec{EB} = \vec{EC} + \vec{DE} = \vec{DC}$

7.



PÁG. 108**Tarefa 3**

$$\|\vec{u}\| = 2, \|\vec{v}\| = 3, \|\vec{w}\|^2 = 3^2 + 2^2 \Leftrightarrow \|\vec{w}\| = \sqrt{13}$$

$\|\vec{w}\| > 0$

PÁG. 109**Aplicar**

9.1 $\|\vec{u} + \vec{v}\| = \|\vec{0}\| = 0$ e $\|\vec{u}\| + \|\vec{v}\| = 3 + 3 = 6$

9.2 $\|\vec{w} + \vec{u}\|^2 = 3^2 + 3^2 \Leftrightarrow \|\vec{w} + \vec{u}\| = \sqrt{18} \Leftrightarrow \|\vec{w} + \vec{u}\| = 3\sqrt{2}$

$\|\vec{w} + \vec{u}\| > 0$

9.3 $\|\vec{s}\|^2 = 2^2 + 2^2 \Leftrightarrow \|\vec{s}\| = \sqrt{8} \Leftrightarrow \|\vec{s}\| = 2\sqrt{2}$, $\|\vec{t}\|^2 = 6^2 + 1^2 \Leftrightarrow \|\vec{t}\| = \sqrt{37}$,

$\|\vec{s}\| > 0$ $\|\vec{t}\| > 0$

$$\|\vec{s}\| + \|\vec{t}\| = 2\sqrt{2} + \sqrt{37}$$

$$\|\vec{s} + \vec{t}\|^2 = 4^2 + 1^2 \Leftrightarrow \|\vec{s} + \vec{t}\| = \sqrt{17}$$

$\|\vec{s} + \vec{t}\| > 0$

10.1 $\|\vec{AB}\| = 2$

10.2 $\|\vec{GJ} + \vec{EB}\| = \|\vec{GJ} + \vec{JA}\| = \|\vec{GA}\| = 6$

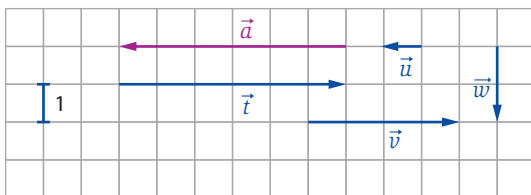
10.3 $\|\vec{IJ} + \vec{DA}\| = \|\vec{DB}\| = 4$

10.4 $\|\vec{GD} + \vec{DE}\| = \|\vec{GE}\| = 4$, por exemplo

10.5 $\|\vec{GA} + \vec{FB}\| = 10$, por exemplo

10.6 A altura de cada triângulo com 2 unidades de lado é $\sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$.

$\|\vec{GE} + \vec{EJ}\| = \|\vec{GJ}\| = 2\sqrt{3}$, por exemplo

11.

12. $A = 16 \Leftrightarrow \frac{\overline{AC} \times \overline{BD}}{2} = 16 \Leftrightarrow \frac{\overline{AC} \times 2\overline{AC}}{2} = 16 \Leftrightarrow \overline{AC}^2 = 16 \Rightarrow \overline{AC} = 4$

12.1 $\|\vec{BD}\| = 2\|\vec{AC}\| = 2 \times 4 = 8$

12.2 $\|\vec{AB}\|^2 = 2^2 + 4^2 \Leftrightarrow \|\vec{AB}\| = \sqrt{20} \Leftrightarrow \|\vec{AB}\| = 2\sqrt{5}$

$\|\vec{AB}\| > 0$

12.3 $\|\vec{AB} + \vec{BC}\| = \|\vec{AC}\| = 4$

12.4 $\|\vec{AC} + \vec{BD}\| = \sqrt{4^2 + 8^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$

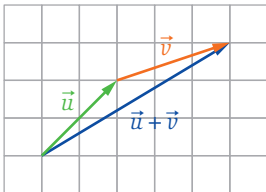
13.1 Se \vec{u} e \vec{v} tiverem o mesmo sentido , $\|\vec{u} + \vec{v}\| = 6 + 4 = 10$;
se \vec{u} e \vec{v} tiverem sentidos contrários , $\|\vec{u} + \vec{v}\| = 6 - 4 = 2$.

13.2 Se \vec{u} e \vec{v} forem colineares , não é possível (ver **13.1**).

Se \vec{u} e \vec{v} não forem colineares , atendendo à desigualdade triangular , tem-se $\|\vec{u} + \vec{v}\| \leq 10$.

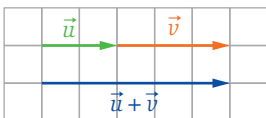
Logo , não é possível ter $\|\vec{u} + \vec{v}\| = 11$.

14. Dados dois vetores não colineares \vec{u} e \vec{v} , podemos obter o vetor soma pela regra do triângulo , como se ilustra na figura.

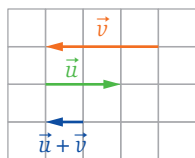


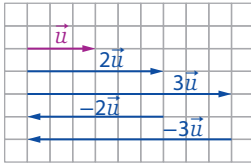
Pela desigualdade triangular , tem-se $\|\vec{u} + \vec{v}\| < \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$.

Se \vec{u} e \vec{v} forem colineares com o mesmo sentido , tem-se $\|\vec{u} + \vec{v}\| = \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$.



Se \vec{u} e \vec{v} forem colineares com sentidos contrários , tem-se $\|\vec{u} + \vec{v}\| < \|\vec{u}\| + \|\vec{v}\|$.



PÁG. 110**Tarefa 4****1.**

2. $\|2\vec{u}\| = 6$, $\|3\vec{u}\| = 9$, $\|-2\vec{u}\| = 6$, $\|-3\vec{u}\| = 9$

3.

a. $\|2\vec{u}\| = 2\|\vec{u}\|$

b. $\|-3\vec{u}\| = 3\|\vec{u}\|$

PÁG. 111**Aplicar****16.1** Por exemplo ,

a. \vec{JL}

b. \vec{PL}

c. \vec{DA}

d. \vec{JP}

e. \vec{PO}

f. \vec{DE}

16.2 \vec{AO} e \vec{OA} , por exemplo**16.3**

a. $P + \vec{PH} = H$

b. $M + \vec{MO} = O$

c. $\vec{IM} + \vec{JM} = \vec{IM} + \vec{MP} = \vec{IP}$, por exemplo

16.4

$$\text{a. } \lambda \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{MO} \Leftrightarrow \lambda = \frac{1}{3}$$

$$\text{b. } \lambda \overrightarrow{HO} = \overrightarrow{JN} + \overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \lambda \overrightarrow{HO} = \overrightarrow{JL} \Leftrightarrow \lambda = 2$$

$$\text{c. } \lambda \overrightarrow{KL} = \overrightarrow{PG} + \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \lambda \overrightarrow{KL} = \overrightarrow{PH} \Leftrightarrow \lambda = -2$$

$$\text{16.5 } \overrightarrow{JD} = \overrightarrow{JA} + \overrightarrow{AD} = \frac{3}{2} \overrightarrow{KA} + \frac{3}{2} \overrightarrow{AC} = \frac{3}{2} (\overrightarrow{KA} + \overrightarrow{AC}) = \frac{3}{2} \overrightarrow{KC}$$

Logo, \overrightarrow{JD} e \overrightarrow{KC} são colineares.

$$\text{17.1 } \|3\vec{u}\| = 3 \times 5 = 15, \quad \|\vec{u}\| = 5, \quad \left\| \frac{3}{5} \vec{u} \right\| = \frac{3}{5} \times 5 = 3, \quad \left\| -\frac{3}{2} \vec{u} \right\| = \frac{3}{2} \times 5 = \frac{15}{2}$$

17.2

$$\text{a. } \vec{v} = -\frac{1}{5} \vec{u}$$

$$\text{b. } \vec{w} = \frac{4}{5} \vec{u}$$

$$\text{c. } \vec{t} = -\lambda \vec{u}$$

$$\text{Logo } \|\vec{t} + \vec{u}\| = 1 \Leftrightarrow \|\lambda \vec{u} + \vec{u}\| = 1 \Leftrightarrow \|(\lambda + 1)\vec{u}\| = 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow |\lambda + 1| \times \|\vec{u}\| = 1 \Leftrightarrow |\lambda + 1| \times 5 = 1 \Leftrightarrow |\lambda + 1| = \frac{1}{5} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \lambda + 1 = -\frac{1}{5} \vee \lambda + 1 = \frac{1}{5}$$

$$\Leftrightarrow \lambda = -\frac{6}{5} \vee \lambda = -\frac{4}{5}$$

Portanto $\vec{t} = -\frac{6}{5} \vec{u}$ ou $\vec{t} = -\frac{4}{5} \vec{u}$.

PÁG. 113

Aplicar

20.



$$21. 2\vec{w} + 2(3\vec{u} + \vec{v}) = 2\vec{w} + 6\vec{u} + 2\vec{v} = 6\vec{u} + 2(\vec{v} + \vec{w}) = 6\vec{u} + 2(\lambda\vec{u}) = (6 + 2\lambda)\vec{u}$$

Logo, $2\vec{w} + 2(3\vec{u} + \vec{v})$ e \vec{u} são colineares.

$$22. \vec{AC} = \vec{AB} + \vec{BC} = 2\vec{DB} + 2\vec{BF} = 2(\vec{DB} + \vec{BF}) = 2\vec{DF}$$

$$\|\vec{AC}\| = \|2\vec{DF}\| = |2| \times \|\vec{DF}\| = 2\|\vec{DF}\|$$

Logo, $\vec{AC} = 2\vec{DF}$.

$$23. \vec{GH} = \vec{GD} + \vec{DH} = \frac{1}{2}\vec{CD} + \frac{1}{2}\vec{DA} = \frac{1}{2}(\vec{CD} + \vec{DA}) = \frac{1}{2}\vec{CA}$$

$$\vec{FE} = \vec{FB} + \vec{BE} = \frac{1}{2}\vec{CB} + \frac{1}{2}\vec{BA} = \frac{1}{2}(\vec{CB} + \vec{BA}) = \frac{1}{2}\vec{CA}$$

$$\vec{GF} = \vec{GC} + \vec{CF} = \frac{1}{2}\vec{DC} + \frac{1}{2}\vec{CB} = \frac{1}{2}(\vec{DC} + \vec{CB}) = \frac{1}{2}\vec{DB}$$

$$\vec{HE} = \vec{HA} + \vec{AE} = \frac{1}{2}\vec{DA} + \frac{1}{2}\vec{AB} = \frac{1}{2}(\vec{DA} + \vec{AB}) = \frac{1}{2}\vec{DB}$$

Logo, $\vec{GH} = \vec{FE}$ e $\vec{GF} = \vec{HE}$, ou seja, $[EFGH]$ é um paralelogramo.

$$24. \vec{SM} = \vec{SP} + \vec{PM} = \vec{SP} + \frac{1}{2}\vec{PQ} = \vec{RQ} + \frac{1}{2}\vec{SR} = \vec{RQ} + \vec{NR} = \vec{NR} + \vec{RQ} = \vec{NQ}$$

Logo, $\vec{SM} = \vec{NQ}$. Por outro lado, $\vec{SN} = \vec{MQ}$.

Assim, $[MQNS]$ tem lados paralelos, dois a dois, ou seja, é um paralelogramo.

PÁG. 114**Tarefa 5**

a. $\vec{t} = 1\vec{e}_1 + 3\vec{e}_2$

b. $\vec{u} = 4\vec{e}_1 + 0\vec{e}_2$

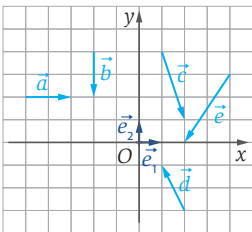
c. $\vec{v} = 0\vec{e}_1 + (-5)\vec{e}_2$

d. $\vec{w} = 3\vec{e}_1 + (-1)\vec{e}_2$

PÁG. 115**Aplicar**

26. $\vec{a}(3, 0)$, $\vec{b}(4, 2)$, $\vec{c}(-2, -1)$, $\vec{d}(-2, 0)$, $\vec{e}(-4, 1)$, $\vec{f}(0, -2)$

27. Por exemplo ,



28.1 $\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow k = k - 3 \wedge 2 = 2 \Leftrightarrow 0 = -3 \wedge 2 = 2$ impossível

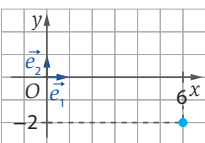
28.2 $\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow k^2 = 1 \wedge -1 = k \Leftrightarrow (k = -1 \vee k = 1) \wedge k = -1 \Leftrightarrow k = -1$

28.3 $\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow k^2 - 9 = 0 \wedge k^2 + 2k = 3 \Leftrightarrow k^2 = 9 \wedge k^2 + 2k - 3 = 0 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow (k = -3 \vee k = 3) \wedge k = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \times 1 \times (-3)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow (k = -3 \vee k = 3) \wedge k = \frac{-2 \pm 4}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (k = -3 \vee k = 3) \wedge (k = -3 \vee k = 1) \Leftrightarrow k = -3$$

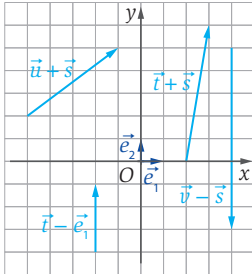
29. $(6, -2)$



PÁG. 116**Tarefa 6**

1. $\vec{s}(0, 3)$, $\vec{t}(1, 3)$, $\vec{u}(4, 0)$, $\vec{v}(0, -5)$

2.



3.

Vetor	Coordenadas
$\vec{t} + \vec{s}$	(1, 6)
$\vec{u} + \vec{s}$	(4, 3)
$\vec{v} - \vec{s}$	(0, -8)
$\vec{t} - \vec{e}_1$	(0, 3)

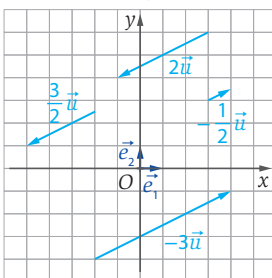
4. As coordenadas do vetor soma correspondem à soma das coordenadas de cada um dos vetores.

5. As coordenadas do vetor diferença correspondem à diferença das coordenadas de cada um dos vetores.

PÁG. 117**Tarefa 7**

1. $\vec{u}(-2, -1)$

2. Por exemplo ,



3.

Vetor	Coordenadas
$2\vec{u}$	(-4, -2)
$-\frac{1}{2}\vec{u}$	(1, $\frac{1}{2}$)
$\frac{3}{2}\vec{u}$	(-3, $-\frac{3}{2}$)
$-3\vec{u}$	(6, 3)

4. As coordenadas de cada um dos vetores correspondem ao produto do escalar pelas coordenadas de \vec{u} .

PÁG. 120

Aplicar

32.1

$$\text{a. } (-2, -3) + (1, 1) = (-2 + 1, -3 + 1) = (-1, -2)$$

$$\text{b. } (2, 0) + (1, 1) = (2 + 1, 0 + 1) = (3, 1)$$

$$\text{c. } (-1, -2) + (2, 0) = (-1 + 2, -2 + 0) = (1, -2)$$

$$\text{d. } -(-2, -3) = (-(-2), -(-3)) = (2, 3)$$

$$\text{e. } -(1, 1) + (-(2, 0)) = (-1, -1) + (-2, 0) = (-1 - 2, -1 + 0) = (-3, -1)$$

$$\text{f. } 2(1, 1) = (2 \times 1, 2 \times 1) = (2, 2)$$

$$\text{g. } -\frac{1}{2}(-2, -3) = \left(-\frac{1}{2}(-2), -\frac{1}{2}(-3)\right) = \left(1, \frac{3}{2}\right)$$

$$\text{h. } 3(2, 0) - 2(1, 1) = (3 \times 2, 3 \times 0) - (2 \times 1, 2 \times 1) = (6, 0) - (2, 2) = \\ = (6 - 2, 0 - 2) = (4, -2)$$

$$\text{i. } 5[(2, 0) + 2(1, 1)] = 5[(2, 0) + (2, 2)] = 5(2 + 2, 0 + 2) = (20, 10)$$

$$\text{j. } -\frac{2}{3}[(1, 1) - (2, 0)] = -\frac{2}{3}(1 - 2, 1 - 0) = -\frac{2}{3}(-1, 1) = \left(-\frac{2}{3}(-1), -\frac{2}{3} \times 1\right) = \left(\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}\right)$$

$$\text{k. } (2, 0) + (a_1, a_2) = (0, 0) \Leftrightarrow (a_1, a_2) = (0, 0) - (2, 0) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow (a_1, a_2) = (0 - 2, 0 - 0) \Leftrightarrow (a_1, a_2) = (-2, 0)$$

32.2 $\vec{u} + \vec{w} = (-2, -3) + (2, 0) = (-2 + 2, -3 + 0) = (0, -3) = -3\vec{e}_2$, pelo que $\vec{u} + \vec{w}$ e \vec{e}_2 são colineares.

$$\text{33.1 } (3, -2)$$

$$\text{33.2 } (-2, 1)$$

$$\text{33.3 } (3, -2) + (-2, 1) = (3 - 2, -2 + 1) = (1, -1)$$

$$\text{33.4 } (3, -2) - (-2, 1) = (3 + 2, -2 - 1) = (5, -3)$$

$$\text{33.5 } 3(-2, 1) = (-6, 3)$$

$$\text{33.6 } -(3, -2) = (-3, 2)$$

$$\text{33.7 } 2[(3, -2) - (-2, 1)] = 2(5, -3) = (10, -6)$$

$$\text{33.8 } \frac{1}{2}(-2, 1) = \left(-1, \frac{1}{2}\right)$$

$$\text{33.9 } -\frac{3}{4}(3, -2) = \left(-\frac{9}{4}, \frac{3}{2}\right)$$

$$\text{33.10 } -5\vec{u} - 5\vec{v} - 3\vec{u} + 2\vec{v} = -8\vec{u} - 3\vec{v} = -8(3, -2) - 3(-2, 1) = \\ = (-24, 16) - (-6, 3) = (-24 + 6, 16 - 3) = (-18, 13)$$

$$\text{34. } P = S + \vec{RQ} \Leftrightarrow P = (7, 0) + [(7, -3) - (9, 0)] \Leftrightarrow P = (7, 0) + (-2, -3) \Leftrightarrow P = (5, -3)$$

PÁG. 121**Aplicar**

$$35. A - \overrightarrow{CD} = B \Leftrightarrow B = (1, -6) - (-3, -1) \Leftrightarrow B = (4, -5)$$

$$B + \overrightarrow{AD} = C \Leftrightarrow C = (4, -5) + (1, 3) \Leftrightarrow C = (5, -2)$$

$$A + \overrightarrow{AD} = D \Leftrightarrow D = (1, -6) + (1, 3) \Leftrightarrow D = (2, -3)$$

$$36. B - \overrightarrow{AB} = A \Leftrightarrow A = (2, -2) - (1, -\sqrt{3}) \Leftrightarrow A = (1, -2 + \sqrt{3})$$

$$C - 2\overrightarrow{AB} = F \Leftrightarrow F = (4, -2) - 2(1, -\sqrt{3}) \Leftrightarrow F = (2, -2 + 2\sqrt{3})$$

$$F + \overrightarrow{BC} = E \Leftrightarrow E = (2, -2 + 2\sqrt{3}) + [(4, -2) - (2, -2)] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow E = (2, -2 + 2\sqrt{3}) + (2, 0) \Leftrightarrow E = (4, -2 + 2\sqrt{3})$$

$$A + 2\overrightarrow{BC} = D \Leftrightarrow D = (1, -2 + \sqrt{3}) + 2(2, 0) \Leftrightarrow D = (5, -2 + \sqrt{3})$$

PÁG. 124

Aplicar

39.1 $\frac{4}{-1} = -4$ e $\frac{15}{-3} = -5$, logo os vetores não são colineares.

39.2 $10\vec{u} + 2\vec{v} = 10(-1, -3) + 2(4, 15) = (-10, -30) + (8, 30) = (-2, 0) = -\vec{w}$

39.3 $\|\vec{u}\| = \sqrt{(-1)^2 + (-3)^2} = \sqrt{10}$, $\|\vec{v}\| = \sqrt{4^2 + 15^2} = \sqrt{241}$ e $\|\vec{w}\| = \sqrt{2^2 + 0^2} = 2$

39.4 $\|2\vec{u}\| = 2\sqrt{10}$, $\|-3\vec{v}\| = 3\sqrt{241}$ e $\|\frac{-1}{3}\vec{w}\| = \frac{2}{3}$

39.5 $3(-1, -3) = (-3, -9)$ ou $-3(-1, -3) = (3, 9)$

40. $\vec{v} = \lambda\vec{u}$, $\lambda \in \mathbb{R}$ e $\vec{v}(2\lambda, -\lambda)$, $\lambda \in \mathbb{R}$

$$\|\vec{v}\| = 2 \Leftrightarrow \sqrt{(2\lambda)^2 + (-\lambda)^2} = 2 \Leftrightarrow \sqrt{5\lambda^2} = 2 \Rightarrow 5\lambda^2 = 4 \Leftrightarrow \lambda^2 = \frac{4}{5} \Leftrightarrow \lambda = \pm \sqrt{\frac{4}{5}} \Leftrightarrow \Leftrightarrow \lambda = -\frac{2\sqrt{5}}{5} \vee \lambda = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

Como \vec{u} e \vec{v} têm o mesmo sentido, $\lambda = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ e $\vec{v} = \frac{2\sqrt{5}}{5}(2, -1) = \left(\frac{4\sqrt{5}}{5}, -\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)$

41.1

a. Ponto de coordenadas $(1, -3) - 2(-1, 4) = (1, -3) - (-2, 8) = (3, -11)$

b. Vetor de coordenadas $(2, -4) - (1, -3) + 3(-1, 4) = (1, -1) + (-3, 12) = (-2, 11)$

41.2 $\overrightarrow{AB} - 2\vec{v} = [(2, -4) - (1, -3)] - 2(-1, 4) = (1, -1) - (-2, 8) = (3, -9)$

$$\|\overrightarrow{AB} - 2\vec{v}\| = \|(3, -9)\| = \sqrt{3^2 + (-9)^2} = \sqrt{90} = 3\sqrt{10}$$

41.3 $\vec{v} + \vec{u} = (-1, 4) + (-2, k) = (-3, 4+k)$

$$\|\vec{v} + \vec{u}\| = 5 \Leftrightarrow \sqrt{(-3)^2 + (4+k)^2} = 5 \Leftrightarrow \sqrt{k^2 + 8k + 25} = 5 \Leftrightarrow k^2 + 8k + 25 = 25 \Leftrightarrow k^2 + 8k = 0 \Leftrightarrow \Leftrightarrow k(k+8) = 0 \Leftrightarrow k = 0 \vee k + 8 = 0 \Leftrightarrow k = 0 \vee k = -8$$

41.4 $\frac{1}{-1} = -1$ e $\frac{-1}{4} = -\frac{1}{4}$, logo os vetores não são colineares.

42.

$$\bullet D = C + \overrightarrow{CD} = C - \overrightarrow{AB} \text{ e } C = O + \overrightarrow{OC} = O + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$$

$$\bullet \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = -(2, -6) + (8, 6) = (-2, 6) + (8, 6) = (6, 12)$$

$$\text{e } C = O + \overrightarrow{OC} = O + \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$$

Logo, as coordenadas do ponto C são $(0, 0) + \frac{2}{3}(6, 12) = (0, 0) + (4, 8) = (4, 8)$

e as do ponto D são $(4, 8) - (2, -6) = (4-2, 8-(-6)) = (2, 14)$.

43. Como os vetores são colineares, tem-se $\frac{5}{k} = \frac{k}{3} \Leftrightarrow k^2 = 15 \Leftrightarrow k = -\sqrt{15} \vee k = \sqrt{15}$.

Como os vetores têm o mesmo sentido, conclui-se que $k = \sqrt{15}$. **(D)**

44.1 $\|\vec{u}\| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2} = \sqrt{5}$, $\|\vec{v}\| = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

$\vec{u} - \vec{v} = (-1, 2) - (3, 4) = (-4, -2)$, $\|\vec{u} - \vec{v}\| = \|(-4, -2)\| = \sqrt{(-4)^2 + (-2)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

44.2 $\frac{k}{-1} = \frac{k^2}{2} \Leftrightarrow -k^2 = 2k \Leftrightarrow k^2 + 2k = 0 \Leftrightarrow k(k+2) = 0 \Leftrightarrow k = 0 \vee k + 2 = 0 \Leftrightarrow k = 0 \vee k = -2$

$(k = 0 \vee k = -2) \wedge k \neq 0 \Leftrightarrow k = -2$

PÁG. 125

Tarefa 9

1. $(1, 1)$

2. Sim; não.

3. $(-1, -1)$, $(2, 2)$, $(3, 3)$

Os vetores são colineares porque admitem a reta r como reta suporte.

PÁG. 126

Tarefa 10

1. Os pontos $(1, 3)$ e $(2, 5)$ pertencem à reta, logo o declive da reta é $\frac{5-3}{2-1} = 2$

2. $(1, 2)$, $(2, 4)$ e $(3, 6)$, por exemplo.

3. $\frac{2}{1} = 2$, $\frac{4}{2} = 2$ e $\frac{6}{3} = 2$,

o quociente entre a segunda e a primeira coordenadas de cada vetor coincide com o declive da reta.

PÁG. 128**Aplicar**

47.1 $\overrightarrow{AB}(5 - (-2), 1 - 3) = (7, -2)$ e $\overrightarrow{BA}(-2 - 5, 3 - 1) = (-7, 2)$, por exemplo

47.2 $\frac{2}{7} = \frac{k}{-2} \Leftrightarrow k = -\frac{4}{7}$

47.3 $-\frac{2}{7}$

48. $\vec{u}(-3, -2)$, logo $m = \frac{2}{3}$

$A(1, 3)$, logo $3 = \frac{2}{3} \times 1 + b \Leftrightarrow b = 3 - \frac{2}{3} \Leftrightarrow b = \frac{7}{3}$

Assim, a equação reduzida da reta é $y = \frac{2}{3}x + \frac{7}{3}$.

49.1 $m = \frac{3}{-1} = -3$ e $b = -2$, logo a equação reduzida da reta é $y = -3x - 2$.

49.2 $m = \frac{3}{2}$ e $1 = \frac{3}{2} \times 3 + b \Leftrightarrow b = 1 - \frac{9}{2} \Leftrightarrow b = -\frac{7}{2}$,

logo a equação reduzida da reta é $y = \frac{3}{2}x - \frac{7}{2}$.

49.3 $m = -\frac{5}{2}$ e $-1 = -\frac{5}{2} \times 4 + b \Leftrightarrow b = -1 + 10 \Leftrightarrow b = 9$,

logo a equação reduzida da reta é $y = -\frac{5}{2}x + 9$.

49.4 $m = \frac{4}{3}$ e $0 = \frac{4}{3} \times 2 + b \Leftrightarrow b = -\frac{8}{3}$,

logo a equação reduzida da reta é $y = \frac{4}{3}x - \frac{8}{3}$.

50.1 $m = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$

50.2 $3 = \frac{3}{2} \times (-2) + b \Leftrightarrow b = 3 + 3 \Leftrightarrow b = 6$ e a equação reduzida da reta é $y = \frac{3}{2}x + 6$.

50.3 A ordenada de Q é $y = \frac{3}{2} \times 6 + 6 = 15$.

Assim, o vetor \overrightarrow{PQ} tem coordenadas $(6 - (-2), 15 - 3) = (8, 12)$.

51. Por exemplo,

Equação reduzida da reta	Declive da reta	Vetores diretores
$y = -3x + 2$	-3	(-1, 3) e (1, -3)
$y = \frac{2}{5}x - 3$	$\frac{2}{5}$	(5, 2) e (-5, -2)
$2y - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{3}{2}x - 1$	$\frac{3}{2}$	(2, 3) e (-2, -3)
$5x - y - 1 = 0 \Leftrightarrow y = 5x - 1$	5	(1, 5) e (-1, -5)

52. $m = \frac{3}{2}$ e $0 = \frac{3}{2} \times 3 + b \Leftrightarrow b = -\frac{9}{2}$

A equação reduzida da reta é $y = \frac{3}{2}x - \frac{9}{2}$.

A abscissa do ponto da reta que tem ordenada 6 é

$$6 = \frac{3}{2}x - \frac{9}{2} \Leftrightarrow 12 = 3x - 9 \Leftrightarrow x = \frac{12+9}{3} \Leftrightarrow x = 7.$$

PÁG. 129

Aplicar

53.1 $(1, -2)$ e $(2, -4)$, por exemplo.

53.2 $\frac{2}{1} = 2$ e $\frac{-5}{-2} = \frac{5}{2}$, logo o vetor \vec{v} não é colinear com um vetor diretor da reta r .

53.3 O ponto B tem coordenadas $(0, 3)$, logo $b = 3$.

$m = -\frac{5}{2}$ e a equação pedida é $y = -\frac{5}{2}x + 3$.

54. $-\frac{3}{2} = \frac{8}{k} \Leftrightarrow k = -\frac{16}{3}$

55. $m = \frac{-2}{1} = -2$ e $1 = -2 \times 1 + b \Leftrightarrow b = 1 + 2 \Leftrightarrow b = 3$

A equação reduzida da reta é $y = -2x + 3$.

O ponto B tem coordenadas $(0, 3)$.

$-2x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$, ponto A tem coordenadas $(\frac{3}{2}, 0)$.

$$\overline{AB} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 3^2} = \sqrt{\frac{9}{4} + 9} = \sqrt{\frac{45}{4}} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

Logo, o perímetro do triângulo $[AOB]$ é $\frac{3}{2} + 3 + \frac{3\sqrt{5}}{2} = \frac{9 + 3\sqrt{5}}{2}$.

56.

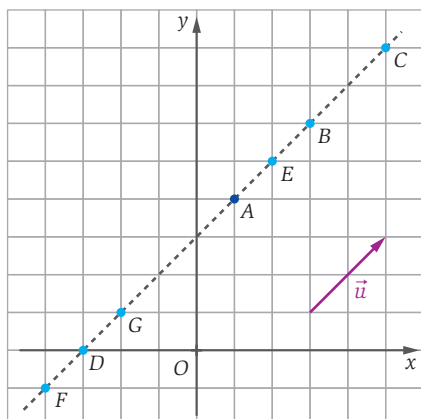
Reta	Declive
$r: y = -2x + 1$	-2
$s: 6x + 3y = 3 \Leftrightarrow y = -2x + 1$	-2
$t: 2x + y = -5 \Leftrightarrow y = -2x - 5$	-2
$u: x + 2y = 1 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$

As retas r e t e as retas s e t são paralelas porque têm o mesmo declive e ordenadas na origem diferentes. As retas r e s são coincidentes, pois têm equações equivalentes.

PÁG. 129

Tarefa 11

1.



2. Os pontos representados em 1. pertencem à reta que passa no ponto A e tem a direção do vetor \vec{u} .

PÁG. 133**Aplicar**

60. $(3, 0)$, $(3, 0) + (2, 5) = (5, 5)$, $(3, 0) - (2, 5) = (1, -5)$, por exemplo.

61.1 Ponto: $(2, 1)$, vetor diretor: $(-1, 2)$, por exemplo.

61.2 $(10, y) = (2, 1) + \lambda(-1, 2)$, $\lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 10 = 2 - \lambda \\ y = 1 + 2\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = -8 \\ y = 1 + 2 \times (-8) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = -8 \\ y = -15 \end{cases}$$

61.3 $(x, 6) = (2, 1) + \lambda(-1, 2)$, $\lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - \lambda \\ 6 = 1 + 2\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{6-1}{2} \\ x = 2 - \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{5}{2} \\ x = -\frac{1}{2} \end{cases}$

61.4 $(9, 9) = (2, 1) + \lambda(-1, 2)$, $\lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 9 = 2 - \lambda \\ 9 = 1 + 2\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = 2 - 9 \\ \lambda = \frac{9-1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = -7 \\ \lambda = 4 \end{cases}$

Sistema impossível, pelo que o ponto não pertence à reta.

61.5 $m = \frac{-2}{1} = -2$ e $1 = -2 \times 2 + b \Leftrightarrow b = 1 + 4 \Leftrightarrow b = 5$

A equação reduzida da reta é $y = -2x + 5$.

62. $m = -3$, logo um vetor diretor da reta é $(-1, 3)$;

$b = 2$, logo o ponto de coordenadas $(0, 2)$ pertence à reta.

Uma equação vetorial da reta é $(x, y) = (0, 2) + \lambda(-1, 3)$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

63. $4y + x = -2 \Leftrightarrow y = -\frac{1}{4}x - \frac{1}{2}$

$m = -\frac{1}{4}$, logo um vetor diretor da reta é $(4, -1)$;

$b = -\frac{1}{2}$, logo o ponto de coordenadas $(0, -\frac{1}{2})$ pertence à reta.

Uma equação vetorial da reta é $(x, y) = (0, -\frac{1}{2}) + \lambda(4, -1)$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

64.1 $(x, y) = (2, 0) + \lambda(0, 1)$, $\lambda \in \mathbb{R}$, por exemplo

64.2 $(x, y) = (0, -2) + \lambda(1, 0)$, $\lambda \in \mathbb{R}$, por exemplo

65. $m = \frac{2-1}{2-(-1)} = \frac{1}{3}$, logo um vetor diretor da reta é $(3, 1)$

$(x, y) = (1, -1) + \lambda(3, 1)$, $\lambda \in \mathbb{R}$, por exemplo

66. Interseção com Oy :

$$(0, y) = (-1, 1) + \lambda(2, 1), \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = -1 + 2\lambda \\ y = 1 + \lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{1}{2} \\ y = 1 + \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{1}{2} \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}, \left(0, \frac{3}{2}\right)$$

Interseção com Ox :

$$(x, 0) = (-1, 1) + \lambda(2, 1), \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 + 2\lambda \\ 0 = 1 + \lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = -1 \\ x = -1 + 2 \times (-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = -1 \\ x = -3 \end{cases}, (-3, 0)$$

67. $(0, 0) = (1, -1) + \lambda(2, -2), \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = 1 + 2\lambda \\ 0 = -1 - 2\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = -\frac{1}{2} \\ \lambda = -\frac{1}{2} \end{cases}$

68. $(a, a+2) = (2, -1) + \lambda(1, 3), \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 + \lambda \\ a + 2 = -1 + 3\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = a - 2 \\ \lambda = \frac{a+3}{3} \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow a - 2 = \frac{a+3}{3} \Leftrightarrow 3a - 6 = a + 3 \Leftrightarrow 3a - a = 3 + 6 \Leftrightarrow a = \frac{9}{2}$$

PÁG. 134

Aplicar

69. O ponto A tem coordenadas $(0, \frac{5}{2})$ e o ponto B tem coordenadas $(0, -\frac{5}{2})$.

O declive da reta BC é $\frac{3}{4} = \frac{3}{8}$ e uma equação reduzida desta reta é $y = \frac{3}{8}x - \frac{5}{2}$.

O ponto C é o ponto de interseção das retas AC e BC :

$$\begin{cases} y = -\frac{7}{8}x + \frac{5}{2} \\ y = \frac{3}{8}x - \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{7}{8}x + \frac{5}{2} = \frac{3}{8}x - \frac{5}{2} \\ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{7}{8}x - \frac{3}{8}x = -\frac{5}{2} - \frac{5}{2} \\ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{10}{8}x = -\frac{10}{2} \\ \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = \frac{3}{8} \times 4 - \frac{5}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \end{cases}, \text{ logo } C(4, -1)$$

$$A_{[ABC]} = \frac{\left(\frac{5}{2} + \frac{5}{2}\right) \times 4}{2} = 10$$

70. $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = (x - 5)^2 + (y - 0)^2 \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 + 2y + 1 = x^2 - 10x + 25 + y^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 2y = -10x + 4x + 25 - 5 \Leftrightarrow y = -3x + 10$$

é uma equação reduzida da mediatriz do segmento de reta $[AB]$

$m = -3$, logo um vetor diretor da reta é $(-1, 3)$;

$b = 10$, logo o ponto de coordenadas $(0, 10)$ pertence à reta.

Uma equação vetorial da mediatriz do segmento de reta é $(x, y) = (0, 10) + \lambda(-1, 3)$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

71. Interseção com Oy :

$$(0, y) = (-2, 3) + \lambda(4, -2), \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = -2 + 4\lambda \\ y = 3 - 2\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{1}{2} \\ y = 3 - 2 \times \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{1}{2} \\ y = 2 \end{cases},$$

$A(0, 2)$

Interseção com Ox :

$$(x, 0) = (-2, 3) + \lambda(4, -2), \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 + 4\lambda \\ 0 = 3 - 2\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{3}{2} \\ x = -2 + 4 \times \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{3}{2} \\ x = 4 \end{cases},$$

$B(4, 0)$

O centro da circunferência é o ponto médio do segmento de reta $[AB]$:

$$M_{[AB]} = \left(\frac{0+4}{2}, \frac{2+0}{2}\right) = (2, 1)$$

O raio da circunferência é $\frac{\overline{AB}}{2} = \frac{\sqrt{4^2 + 2^2}}{2} = \frac{\sqrt{20}}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}$

A equação da circunferência de diâmetro $[AB]$ é $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 5$.

$$72. B(0, 2), C = B + \overrightarrow{BC} = (0, 2) + (7, -3) = (7, -1)$$

$$D = C - \overrightarrow{DC} = (7, -1) - (6, 2) = (1, -3)$$

Como os pontos A e D são simétricos em relação à bissetriz dos quadrantes ímpares, vem $A(-3, 1)$.

$$(x+3)^2 + (y-1)^2 = (x-7)^2 + (y+1)^2 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 + 6x + 9 + y^2 - 2y + 1 = x^2 - 14x + 49 + y^2 + 2y + 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -2y - 2y = -6x - 14x + 49 - 9 \Leftrightarrow y = 5x - 10$$

é uma equação reduzida da mediatriz do segmento de reta $[AC]$

$m = 5$, logo um vetor diretor da reta é $(1, 5)$;

$b = -10$, logo o ponto de coordenadas $(0, -10)$ pertence à reta.

Uma equação vetorial da mediatriz do segmento de reta $[AC]$ é

$$(x, y) = (0, -10) + \lambda(1, 5), \lambda \in \mathbb{R}.$$

$$\overrightarrow{AD} = (1, -3) - (-3, 1) = (4, -4), \text{ o declive da reta } AD \text{ é } \frac{-4}{4} = -1$$

$$1 = -1 \times (-3) + b \Leftrightarrow b = 1 - 3 \Leftrightarrow b = -2, \text{ a equação reduzida da reta } AD \text{ é } y = -x - 2$$

Interseção da mediatriz do segmento de reta $[AC]$ com a reta AD :

$$\begin{cases} y = 5x - 10 \\ y = -x - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 10 = -x - 2 \\ \text{_____} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x = 8 \\ \text{_____} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ y = -\frac{4}{3} - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{4}{3} \\ y = -\frac{10}{3} \end{cases}$$

Não, o tesouro não está na região onde inicialmente se pensava que poderia estar.

PÁG. 135**Aplicar +****1.1**

(A) $H + \vec{IJ} = H + \vec{HF} = F$

(B) $E - \vec{HF} = E + \vec{FH} = E + \vec{EJ} = J$

1.2

(A) $\|\vec{BD} + \vec{EI}\| = \|\vec{0}\| = 0$

(B) $\|\vec{BD} + \vec{DE}\| = \|\vec{BE}\|$

(C) $\|\vec{BD} - \vec{HC}\| = \|\vec{BD} + \vec{CH}\| = \|\vec{BD} + \vec{DF}\| = \|\vec{BF}\| = 4$

2. $\vec{AB} = (-2 - 1, 3 + 1) = (-3, 4)$, $\|\vec{AB}\| = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = 5$ (A)

3. $\vec{u} - \vec{v} = (2 - (-1), -1 - 2) = (3, -3)$, $\|\vec{u} - \vec{v}\| = \sqrt{3^2 + (-3)^2} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$ (D)

4. Designando por x a medida do lado do quadrado, tem-se

$$\|\vec{AC}\|^2 = x^2 + x^2 \Leftrightarrow \sqrt{2^2 + (-6)^2}^2 = 2x^2 \Leftrightarrow 40 = 2x^2 \Leftrightarrow x^2 = 20$$
 (C)

5. $\vec{AB} = (2 - 2, 5 - 0) = (0, 5)$

Observando as equações dadas, verificamos que as das opções (B) e (D) têm vetores colineares com \vec{AB} .Substituindo as coordenadas dos pontos A e B na equação da opção (B), obtém-se:

$$(2, 0) = (2, 3) + \lambda(0, 3), \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 = 2 + 0 \\ 0 = 3 + 3\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = 2 \\ \lambda = -1 \end{cases}$$

e

$$(2, 5) = (2, 3) + \lambda(0, 3), \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 = 2 + 0 \\ 5 = 3 + 3\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = 2 \\ \lambda = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Ou seja, os pontos A e B pertencem à reta definida pela equação da opção (B).

6.

$$(A) (-1, 4) = (-3, 1) + \lambda(-1, 4), \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = -3 - \lambda \\ 4 = 1 + 4\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = -2 \\ \lambda = \frac{3}{4} \end{cases}$$

$$(B) (-1, -7) = (-3, 1) + \lambda(-1, 4), \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = -3 - \lambda \\ -7 = 1 + 4\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = -2 \\ \lambda = -2 \end{cases}$$

7. O declive da reta definida pela primeira equação é $\frac{4}{1} = 4$

$$12x + ay - 1 = 0 \Leftrightarrow ay = -12x + 1 \Leftrightarrow y = -\frac{12}{a}x + \frac{1}{a}$$

As retas são paralelas se $-\frac{12}{a} = 4 \Leftrightarrow a = -3$ **(D)**

8. As retas definidas pelas equações das opções (B) e (D) são verticais.

$$(B) (1, -2) = (1, 0) + \lambda(0, -2), \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = 1 + 0 \\ -2 = 0 - 2\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = 1 \\ \lambda = 1 \end{cases}$$

PÁG. 136

Aplicar +

9.1

a. $A + 2\overrightarrow{HK} = A + \overrightarrow{AJ} = J$

b. $H - \overrightarrow{NM} = H + \overrightarrow{MN} = H + \overrightarrow{HI} = I$

c. $\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{AG} + \overrightarrow{GD} = \overrightarrow{AD}$, por exemplo.

d. $\overrightarrow{HI} - \overrightarrow{FD} = \overrightarrow{HI} + \overrightarrow{DF} = \overrightarrow{HI} + \overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{HJ}$, por exemplo.

e. $2\overrightarrow{CH} + \overrightarrow{BH} = \overrightarrow{CJ} + \overrightarrow{BH} = \overrightarrow{CJ} + \overrightarrow{JN} = \overrightarrow{CN}$, por exemplo.

f. $? - \overrightarrow{GK} = C \Leftrightarrow ? = C + \overrightarrow{GK} \Leftrightarrow ? = C + \overrightarrow{CH} \Leftrightarrow ? = H$

g. $\overrightarrow{GL} + ? = I \Leftrightarrow ? = I - \overrightarrow{GL} \Leftrightarrow ? = I + \overrightarrow{LG} \Leftrightarrow ? = I + \overrightarrow{IA} \Leftrightarrow ? = A$

h. $? + \overrightarrow{ML} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow ? = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{ML} \Leftrightarrow ? = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{LM} \Leftrightarrow ? = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BI} \Leftrightarrow ? = \overrightarrow{AI}$, por exemplo.

9.2 \overrightarrow{AO}

9.3 $\|\overrightarrow{AB}\| \times \|-2\overrightarrow{IJ}\| = 16 \Leftrightarrow 2\|\overrightarrow{AB}\|^2 = 16 \Leftrightarrow \|\overrightarrow{AB}\|^2 = 8 \Leftrightarrow \|\overrightarrow{AB}\| = \sqrt{8} \Leftrightarrow \|\overrightarrow{AB}\| = 2\sqrt{2}$
 $\|\overrightarrow{AB}\| > 0$

$P_{[AEO]} = \|\overrightarrow{AB}\| = 3 \times 4 \times 2\sqrt{2} = 24\sqrt{2}$

10. $\|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}\| = \|\overrightarrow{AC}\|$

$\|\overrightarrow{AC}\|^2 = \|\overrightarrow{AB}\|^2 + \|\overrightarrow{BC}\|^2 \Leftrightarrow \|\overrightarrow{AC}\|^2 = 6^2 + 10^2 \Leftrightarrow \|\overrightarrow{AC}\|^2 = 136 \Leftrightarrow \|\overrightarrow{AC}\| = \sqrt{136} \Leftrightarrow$
 $\|\overrightarrow{AC}\| > 0$

$\Leftrightarrow \|\overrightarrow{AC}\| = 2\sqrt{34}$

11. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} + 2\overrightarrow{BC} = \vec{0} + 2\overrightarrow{BC} = 2\overrightarrow{BC}$

12.1 $A - B + 2\vec{u} = (2, -3) - (1, 2) + 2(3, -1) = (1, -5) + (6, -2) = (7, -7)$ vetor

12.2 $\overrightarrow{AB} = (1 - 2, 2 + 3) = (-1, 5)$

$\frac{3}{-1} = -3$ e $\frac{-1}{5} = -\frac{1}{5}$, logo os vetores \overrightarrow{AB} e \vec{u} não são colineares.

12.3 Sendo \vec{v} um vetor colinear com \vec{u} , tem-se $\vec{v} = k\vec{u}$, $k \in \mathbb{R}$

e as suas coordenadas são da forma $k(3, -1) = (3k, -k)$, $k \in \mathbb{R}$.

$\|\vec{v}\| = \sqrt{90} \Leftrightarrow \sqrt{(3k)^2 + (-k)^2} = \sqrt{90} \Leftrightarrow \sqrt{9k^2 + k^2} = \sqrt{90} \Leftrightarrow \sqrt{10k^2} = \sqrt{90}$

Elevando ambos os membros da equação ao quadrado, $10k^2 = 90 \Leftrightarrow k^2 = 9 \Leftrightarrow k = \pm 3$

Como o sentido de \vec{v} é oposto ao de \vec{u} , $k = -3$ e as coordenadas de \vec{v} são $-3(3, -1) = (-9, 3)$.

13. O ponto médio do segmento de reta $[AB]$, M , pertence à sua mediatriz.

Como esse ponto médio tem abcissa -1 , a sua ordenada é $y = -6 \times (-1) - \frac{5}{2} = \frac{7}{2}$.

Portanto, $M\left(-1, \frac{7}{2}\right)$.

Tem-se que $B = A + \overrightarrow{AB} = A + 2\overrightarrow{AM}$.

As coordenadas do vetor $\overrightarrow{AM} = M - A$ são $\left(-1, \frac{7}{2}\right) - (-4, 3) = \left(-1 + 4, \frac{7}{2} - 3\right) = \left(3, \frac{1}{2}\right)$,

pelo que as coordenadas do ponto B são

$$(-4, 3) + 2\left(3, \frac{1}{2}\right) = (-4, 3) + (6, 1) = (-4 + 6, 3 + 1) = (2, 4).$$

14. O centro da circunferência é o ponto $N + \frac{1}{2}\overrightarrow{NM} = N - \frac{1}{2}\overrightarrow{MN}$.

As suas coordenadas são:

$$(1, -2) - \frac{1}{2}(-6, 10) = (1, -2) - (-3, 5) = (1 + 3, -2 - 5) = (4, -7)$$

$$\text{Raio: } \frac{\|\overrightarrow{MN}\|}{2} = \frac{\sqrt{(-6)^2 + 10^2}}{2} = \frac{\sqrt{136}}{2} = \frac{2\sqrt{34}}{2} = \sqrt{34}$$

$$\text{Equação da circunferência: } (x - 4)^2 + (y + 7)^2 = 34$$

PÁG. 137

Aplicar +

15. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}$, ou seja, as coordenadas do vetor \overrightarrow{AB} são
 $(8, -4) + (-10, -2) = (8 - 10, -4 - 2) = (-2, -6)$.

Como $\overrightarrow{OA} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ e $A = O + \overrightarrow{OA} = O - \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, as coordenadas do ponto A são
 $(0, 0) - \frac{1}{2}(-2, -6) = (0, 0) - (-1, -3) = (1, 3)$

Como $\overrightarrow{OB} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ e $B = O + \overrightarrow{OB} = O + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$, as coordenadas do ponto B são
 $(0, 0) + \frac{1}{2}(-2, -6) = (0, 0) + (-1, -3) = (-1, -3)$

Finalmente $C = A + \overrightarrow{AC}$, pelo que as coordenadas de C são
 $(1, 3) + (8, -4) = (1 + 8, 3 - 4) = (9, -1)$.

16. Os pontos A e B têm coordenadas $A(0, y)$ e $B(x, 0)$.

Logo, $\overrightarrow{AB} = (x, 0) - (0, y) = (x, -y)$.

Como $(2, -3)$ é um vetor diretor da reta, vem $\frac{-y}{x} = \frac{-3}{2} \Leftrightarrow y = \frac{3}{2}x$.

Por outro lado,

$$A_{[AOB]} = \frac{49}{12} \Leftrightarrow \frac{xy}{2} = \frac{49}{12} \Leftrightarrow xy = \frac{49}{6} \Leftrightarrow x \times \frac{3}{2}x = \frac{49}{6} \Leftrightarrow x^2 = \frac{49}{6} \times \frac{2}{3} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x^2 = \frac{49}{9} \Rightarrow x = \pm \sqrt{\frac{49}{9}} \Leftrightarrow x = \pm \frac{7}{3}$$

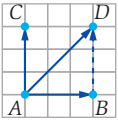
Como $x > 0$, $B\left(\frac{7}{3}, 0\right)$, $y = \frac{3}{2} \times \frac{7}{3} = \frac{7}{2}$ e $A\left(0, \frac{7}{2}\right)$.

Logo, a equação reduzida da reta r é $y = -\frac{3}{2}x + \frac{7}{2}$.

17.

Reta	Declive
$r: y = -2x - 1$	-2
$s: 2x + y = -5 \Leftrightarrow y = -2x - 5$	-2
t	$\frac{-2}{1} = -2$
u	$\frac{1}{-\frac{1}{2}} = -2$

18.1



$$18.2 \quad B + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AC} = B + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC} = B + \overrightarrow{BC} = C$$

18.3

a. $B(0, 0)$, $C(-3, 3)$ e $D(0, 3)$

b. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} = (0, 3) - (-3, 0) = (3, 3)$

c. $\overrightarrow{AC} = (-3, 3) - (-3, 0) = (0, 3)$, $(x, y) = (0, 3) + \lambda(0, 3)$, $\lambda \in \mathbb{R}$, por exemplo $(x, y) = (0, 3) + (0, 3) = (0, 6)$ e $(x, y) = (0, 3) - (0, 3) = (0, 0)$

19.1 $(-4, 1) = (2, -3) + \lambda(-1, 2)$, $\lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 = 2 - \lambda \\ 1 = -3 + 2\lambda \end{cases}$, $\lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = 6 \\ \lambda = 2 \end{cases}$,
o ponto não pertence à reta.

19.2 $(a, 12) = (2, -3) + \lambda(-1, 2)$, $\lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 - \lambda \\ 12 = -3 + 2\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 2 - \frac{15}{2} \\ \lambda = \frac{15}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\frac{11}{2} \\ \lambda = \frac{15}{2} \end{cases}$$

19.3 $A(0, y)$,

$$(0, y) = (2, -3) + \lambda(-1, 2), \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = 2 - \lambda \\ y = -3 + 2\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = 2 \\ y = -3 + 2 \times 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

$A(0, 1)$

$C(0, y)$, $y - 6 \times 0 + 7 = 0 \Leftrightarrow y = -7$, $C(0, -7)$

$$(x, 6x - 7) = (2, -3) + \lambda(-1, 2), \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - \lambda \\ 6x - 7 = -3 + 2\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - \lambda \\ 6(2 - \lambda) - 7 = -3 + 2\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 - 1 \\ \lambda = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ \lambda = 1 \end{cases}$$

$$y - 6 \times 1 + 7 = 0 \Leftrightarrow y = -1, B(1, -1)$$

A área do triângulo $[ABC]$ é $\frac{\overline{AC} \times x_B}{2} = \frac{8 \times 1}{2} = 4$.

PÁG. 138**Aplicar +**

$$20.1 \quad \vec{w} = (-30, -30) + (30, -50) + (40, -10) = (40, -90)$$

20.2 A reta ao longo da qual o navio navega passa pela origem do referencial e tem a direção do vetor $(40, -90)$.

Uma equação vetorial dessa reta é a dada, pois $\frac{-90}{40} = -\frac{9}{4}$ e $\frac{-9}{2} = -\frac{9}{4}$ e passa na origem.

20.3 Pretende-se um ponto da reta dada em 20.2, cuja distância a C seja 370 metros.

As coordenadas de um ponto genérico P da reta são $(2\lambda, -\frac{9}{2}\lambda)$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

$$\text{Portanto, } \overline{CP} = 370 \Leftrightarrow \sqrt{(2\lambda - 40)^2 + \left(-\frac{9}{2}\lambda + 100\right)^2} = 370.$$

Elevando ao quadrado ambos os membros da equação e desenvolvendo os quadrados os binómios, obtém-se

$$\frac{97}{4}\lambda^2 - 250\lambda - 135200 = 0.$$

Usando a fórmula resolvente e tendo em conta que λ tem de ser positivo (caso contrário o navio estaria no segundo quadrante), vem que $\lambda = 80$, pelo que, as coordenadas do ponto pedido são

$$\left(2 \times 80, -\frac{9}{2} \times 80\right), \text{ ou seja, } (160, -360).$$

21.1 Vamos verificar que o centro da circunferência pertence à reta.

$$\left(-3, \frac{7}{2}\right) = (-2, 1) + \lambda(2, -5), \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 = -2 + 2\lambda \\ \frac{7}{2} = 1 - 5\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = -\frac{1}{2} \\ \lambda = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

21.2 Equação reduzida da reta r :

$$m = -\frac{5}{2}, \quad 1 = -\frac{5}{2}(-2) + b \Leftrightarrow b = 1 - 5 \Leftrightarrow b = -4, \quad y = -\frac{5}{2}x - 4$$

Determinamos o semiplano, substituindo as coordenadas do ponto na equação da reta:

$$y = -\frac{5}{2} \times (-4) - 4 = 6 \text{ e } 4 < 6$$

$$(x+3)^2 + \left(y - \frac{7}{2}\right)^2 \leq \frac{9}{4} \wedge y \leq -\frac{5}{2}x - 4$$

PÁG. 142

Autoavaliação

$$1.1 \quad \overrightarrow{AF} - \left(\frac{1}{3}\overrightarrow{IL} - \overrightarrow{FC}\right) = \overrightarrow{AF} - (\overrightarrow{IJ} + \overrightarrow{CF}) = \overrightarrow{AF} - (\overrightarrow{CF} + \overrightarrow{FE}) = \overrightarrow{AF} - \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{FB} = \overrightarrow{AB} \quad \text{(B)}$$

1.2 Suponhamos que o lado de cada quadrado é a , com $a > 0$. Então, $\|\overrightarrow{HF}\| = 2a$

$$(A) \quad \|\overrightarrow{HJ}\| = \|\overrightarrow{JF}\| \quad \text{e} \quad \|\overrightarrow{HJ}\| - \|\overrightarrow{JF}\| = 0$$

$$(B) \quad \|\overrightarrow{HJ}\| = \|\overrightarrow{JF}\| \quad \text{e} \quad \|\overrightarrow{HJ}\| + \|\overrightarrow{JF}\| = 2\|\overrightarrow{HJ}\| = 2a \times \sqrt{2}$$

$$(C) \quad \|\overrightarrow{HE}\| = 3a, \quad \|\overrightarrow{EF}\| = a \quad \text{e} \quad \|\overrightarrow{HE}\| + \|\overrightarrow{EF}\| = 3a + a = 4a$$

$$(D) \quad \|\overrightarrow{HE}\| = 3a, \quad \|\overrightarrow{EF}\| = a \quad \text{e} \quad \|\overrightarrow{HE}\| - \|\overrightarrow{EF}\| = 3a - a = 2a$$

$$2. \quad Q = P - 2\vec{u} = (-3, 5) - 2(-1, a) = (-3, 5) - (-2, 2a) = (-1, 5 - 2a)$$

$$5 - 2a = -1 \Leftrightarrow -2a = -6 \Leftrightarrow a = 3 \quad \text{(A)}$$

3.

$$(A) \quad \frac{-\frac{\sqrt{20}}{4}}{-1} = \frac{\sqrt{20}}{4} = \frac{2\sqrt{5}}{4} = \frac{\sqrt{5}}{2} \quad \text{e} \quad \frac{\frac{\sqrt{44}}{4}}{2} = \frac{\sqrt{44}}{2 \times 4} = \frac{2\sqrt{11}}{2 \times 4} = \frac{\sqrt{11}}{4}, \quad \text{os vetores não são colineares}$$

$$(B) \quad \frac{-\frac{\sqrt{44}}{4}}{-1} = \frac{\sqrt{44}}{4} = \frac{2\sqrt{11}}{4} = \frac{\sqrt{11}}{2} \quad \text{e} \quad \frac{-\frac{\sqrt{80}}{4}}{2} = -\frac{\sqrt{80}}{2 \times 4} = -\frac{4\sqrt{5}}{2 \times 4} = -\frac{\sqrt{5}}{2}, \quad \text{os vetores não são colineares}$$

$$(C) \quad \frac{-\frac{\sqrt{20}}{5}}{-1} = \frac{\sqrt{20}}{5} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \quad \text{e} \quad \frac{\frac{\sqrt{80}}{5}}{2} = \frac{\sqrt{80}}{2 \times 5} = \frac{4\sqrt{5}}{2 \times 5} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\left\| \left(-\frac{\sqrt{20}}{5}, \frac{\sqrt{80}}{5} \right) \right\| = \sqrt{\left(-\frac{\sqrt{20}}{5} \right)^2 + \left(\frac{\sqrt{80}}{5} \right)^2} = \sqrt{\frac{20}{25} + \frac{80}{25}} = \sqrt{\frac{100}{25}} = \frac{10}{5} = 2$$

Os dois vetores têm o mesmo sentido.

$$(D) \quad \frac{\frac{\sqrt{20}}{5}}{-1} = -\frac{\sqrt{20}}{5} = -\frac{2\sqrt{5}}{5} \quad \text{e} \quad \frac{-\frac{\sqrt{80}}{5}}{2} = -\frac{\sqrt{80}}{2 \times 5} = -\frac{4\sqrt{5}}{2 \times 5} = -\frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\left\| \left(\frac{\sqrt{20}}{5}, -\frac{\sqrt{80}}{5} \right) \right\| = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{20}}{5} \right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{80}}{5} \right)^2} = \sqrt{\frac{20}{25} + \frac{80}{25}} = \sqrt{\frac{100}{25}} = \frac{10}{5} = 2$$

Os dois vetores têm sentidos contrários.

4.

$$(A) (6, -2) = (3, -1) + \lambda(2, -3), \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 = 3 + 2\lambda \\ -2 = -1 - 3\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{3}{2} \\ \lambda = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$(B) (4, -6) = (3, -1) + \lambda(2, -3), \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 4 = 3 + 2\lambda \\ -6 = -1 - 3\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = \frac{1}{2} \\ \lambda = \frac{5}{3} \end{cases}$$

$$(C) (-1, 5) = (3, -1) + \lambda(2, -3), \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = 3 + 2\lambda \\ 5 = -1 - 3\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = -2 \\ \lambda = -2 \end{cases}$$

$$5.1 (23, -27) = (3, 3) + \lambda(2, -3), \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 23 = 3 + 2\lambda \\ -27 = 3 - 3\lambda \end{cases}, \lambda \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} \lambda = 10 \\ \lambda = 10 \end{cases},$$

o ponto pertence à reta.

$$5.2 \text{ A reta } r \text{ tem declive } -\frac{3}{2} \text{ e a reta } s \text{ tem declive } \frac{6}{4} = \frac{3}{2}.$$

As retas não são paralelas, pois têm declives diferentes.

$$5.3 \text{ A equação reduzida da reta } r \text{ é da forma } y = -\frac{3}{2}x + b.$$

$$\text{Substituindo as coordenadas do ponto } (3, 3), \text{ obtém-se } 3 = -\frac{3}{2} \times 3 + b \Leftrightarrow b = 3 + \frac{9}{2} \Leftrightarrow b = \frac{15}{2}.$$

$$\text{Assim, a equação reduzida da reta } r \text{ é } y = -\frac{3}{2}x + \frac{15}{2}.$$

$$5.4 \text{ A equação reduzida da reta } s \text{ é da forma } y = \frac{3}{2}x + b.$$

$$\text{Substituindo as coordenadas do ponto } (1, 0), \text{ obtém-se } 0 = \frac{3}{2} \times 1 + b \Leftrightarrow b = -\frac{3}{2}.$$

$$\text{Assim, a equação reduzida da reta } s \text{ é } y = \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}.$$

$$\begin{cases} y = -\frac{3}{2}x + \frac{15}{2} \\ y = \frac{3}{2}x - \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{3}{2}x + \frac{15}{2} = \frac{3}{2}x - \frac{3}{2} \\ \frac{3}{2}x - \frac{3}{2} = -\frac{3}{2}x + \frac{15}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{3}{2}x - \frac{3}{2}x = -\frac{3}{2} - \frac{15}{2} \\ -\frac{3}{2}x - \frac{3}{2}x = -\frac{3}{2} - \frac{15}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6x = -18 \\ -6x = -18 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = \frac{3}{2} \times 3 - \frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \\ y = 3 \end{cases}$$

O ponto de interseção das duas retas tem coordenadas $(3, 3)$.

6.1

a. $\vec{IE} + \vec{IE} = 2\vec{IE} = \vec{AE} = -\vec{EA}$ Verdadeira

b. $\vec{FI} + (-\vec{HG}) = \vec{FI} + \vec{GH} = 2\vec{FI} = \vec{FB} = \vec{EC}$ Verdadeira

6.2.1

a. $A + \vec{IE} = A + \vec{AI} = I = (0, 0)$ ponto

b. $\vec{BC} + \vec{FI} = \vec{FI} + \vec{ID} = \vec{FD} = (5, 0) - (1, 3) = (4, -3)$ vetor

c. $E - \vec{CD} = E + \vec{DC} = E + \vec{ED} = D = (5, 0)$ ponto

d. $-\frac{1}{2}\vec{HF} = -\frac{1}{2}((1, 3) - (-5, 0)) = -\frac{1}{2}(6, 3) = \left(-3, -\frac{3}{2}\right)$ vetor

6.2.2 $\vec{GC} = (4, -3) - (-4, 3) = (8, -6)$, $(x, y) = (5, 0) + \lambda(8, -6)$, $\lambda \in \mathbb{R}$, por exemplo

6.2.3 $\vec{AH} = (-5, 0) - (-6, -3) = (1, 3)$, $(x, y) = (-1, -3) + \lambda(1, 3)$, $\lambda \in \mathbb{R}$

A equação reduzida da reta é da forma $y = 3x + b$.

Substituindo as coordenadas do ponto $B(-1, -3)$, obtém-se

$$-3 = 3 \times (-1) + b \Leftrightarrow b = -3 + 3 \Leftrightarrow b = 0.$$

Assim, a equação reduzida da reta é $y = 3x$.

7.1 A reta IK tem a direção do vetor \vec{IK} e passa pelo centro da circunferência, que tem coordenadas $(1, 2)$.

Assim, uma equação vetorial da reta IK é $(x, y) = (1, 2) + \lambda(6, -2)$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

7.2 Da equação da circunferência, vem $a = r^2$.

Por outro lado, $r = \frac{\|\vec{IK}\|}{2} = \frac{\sqrt{6^2 + (-2)^2}}{2} = \frac{\sqrt{40}}{2} = \frac{2\sqrt{10}}{2} = \sqrt{10}$.

Assim, $a = r^2 = \sqrt{10}^2 = 10$.

7.3 Seja C o centro da circunferência.

Logo, $I = C - \frac{1}{2}\vec{IK} = (1, 2) - \frac{1}{2}(6, -2) = (1, 2) - (3, -1) = (-2, 3)$

$K = C + \frac{1}{2}\vec{IK} = (1, 2) + \frac{1}{2}(6, -2) = (1, 2) + (3, -1) = (4, 1)$

7.4 O declive da reta IL é $\frac{1}{2}$. Logo, as coordenadas de um vetor diretor da reta IL são $(2, 1)$.

\vec{IL} também é vetor diretor da reta IL , pelo \vec{IL} é colinear com o vetor de coordenadas $(2, 1)$, ou seja, $\vec{IL} = k(2, 1) = (2k, k)$, com $k > 0$, dado que \vec{IL} e o vetor de coordenadas $(2, 1)$ têm o mesmo sentido.

Tendo em conta que $\|\vec{IL}\| = \|\vec{LK}\|$, pelo teorema de Pitágoras:

$$\|\vec{IL}\|^2 + \|\vec{LK}\|^2 = \|\vec{IK}\|^2 \Leftrightarrow \underset{\|\vec{IL}\| = \|\vec{LK}\|}{2\|\vec{IL}\|^2} = (\sqrt{40})^2 \Leftrightarrow \|\vec{IL}\|^2 = 20 \Leftrightarrow$$

$$\left(\sqrt{(2k)^2 + k^2}\right)^2 = 20 \Leftrightarrow 5k^2 = 20 \Leftrightarrow k^2 = 4 \underset{k > 0}{\Leftrightarrow} k = 2$$

Logo, as coordenadas do vetor \vec{IL} são $(2 \times 2, 2)$, ou seja, $(4, 2)$.