Propostas de resolução do manual
Modelos matemáticos para a cidadania

Tarefa de revisão

Pág. 9

1. Opção 1: 500 g; 1,75 €; 1 kg; 3,50 €
Opção 2: $350\,\text{g}\times 3=1050\,\text{g}$; $1{,}50\,€\times 2=3{,}00\,€$

A melhor opção é a 2 porque o preço do quilo é inferior.

2.1. $5\times 1{,}59\,€=7{,}95\,€$; $7{,}95\,€\times 15\%=1{,}1925\,€$ ou $7{,}95\times 15\%\approx 1{,}19$. Poupou $1{,}19\,€$ aproximadamente.

2.2. $5{,}95\,€:5=1{,}19\,€$; 1,19 € é o preço do quilo com desconto de 15%.

$$\begin{array}{l} 1{,}19\,€ \text{ —— } 85\% \\ x \text{ —— } 100\% \end{array} \Leftrightarrow x=\frac{100\times 1{,}19}{85} \Leftrightarrow x=1{,}40\,€$$

ou $\dfrac{1{,}19}{85}=0{,}014$.

O preço do quilo sem promoção é $1{,}40\,€$.

2.3.

$$\begin{array}{l} 0{,}75\text{ l —— } 5{,}25 \\ 1\text{ l —— } x \end{array} \Leftrightarrow x=7\,€$$

A percentagem de desconto é 0%.

3.

Produto	Preço/unidade	Desconto (%)	Desconto (€)
Arroz	1,59	15	0,2385
Maçãs	1,4	15	0,21
Azeite	7	0	0

Produto	Preço final/unidade	Quantidade a comprar	Valor a pagar (€)
Arroz	1,3515	5	6,7575
Maçãs	1,19	5	5,95
Azeite	7	0,75	5,25

Atividade inicial 1

Pág. 10

2. Carolina Beatriz Ângelo exerceu o seu direito de voto nas eleições para a Assembleia Nacional Constituinte, no dia 28 de maio de 1911.

3. António Ramalho Eanes

Pág. 14

1.1. N.º de votos validamente expressos:
$5\,840\,332-(16\,076+44\,014)=5\,780\,242$

ou $2\,325\,481+45\,132+85\,896+3\,262\,520+$
$+\,48\,468+12\,745=5\,780\,242$

1.2. O número de eleitores que não votaram:
$6\,920\,869+5\,840\,332=1\,080\,537$;

$\dfrac{1\,080\,537}{6\,920\,869}\approx 0{,}156$. Nesta eleição registou-se uma taxa de abstenção de, aproximadamente, $15{,}6\%$.

1.3. $\dfrac{3\,262\,520}{5\,780\,242}\approx 0{,}564$
O candidato António Ramalho Eanes foi eleito com, aproximadamente, $56{,}4\%$ dos votos.

Tarefa 1

Pág. 16

1.1. Número de alunos que não votaram:
$800-600=200$ alunos; $\dfrac{200}{800}=0{,}25$.

Nestas eleições registou-se uma taxa de abstenção de 25% .

1.2. Número de votos validamente expressos:
$600-(28+52)=520$

ou $61+124+171+64+100=520$

1.3. Lista C: $\dfrac{171}{520}\approx 0{,}329$; A lista C seria vencedora com, aproximadamente, $32{,}9\%$ dos votos.

1.4. Não. Porque nenhuma lista obteve pelo menos metade do total de votos validamente expressos mais um.

As listas são *C* e *D* porque foram as mais votadas.

Pág. 17

2.1. Quem ganhou as eleições foi a Maria.

2.2. Realizar uma nova votação apenas com a Maria e o Francisco.

Pág. 18

3.1. Número de votos validamente expressos:
$280+100+175+200=755$; $755:2=377{,}5$. Não, porque nenhum candidato obteve mais de metade dos votos, ou seja, nenhum candidato obteve pelo menos 378 votos.

3.2. $\dfrac{280+100+175+200}{2}=377{,}5$; $377{,}5+0{,}5=378$.
O número mínimo de votos é 378.

Pág. 19

4.1. Número de votos validamente expressos:
$4\,258\,356+(38\,018+47\,164)=4\,173\,174$

4.2. **a)** $\dfrac{2\,531\,692}{10\,847\,434}\approx 0{,}233$;

O candidato Marcelo Rebelo de Sousa obteve 23,3% de votos em relação ao número de eleitores inscritos.

b) $\dfrac{2\,531\,692}{4\,173\,174}\approx 0{,}607$;

O candidato Marcelo Rebelo de Sousa obteve, aproximadamente, 60,7% de votos em relação ao número de votos validamente expressos. O candidato Marcelo Rebelo de Sousa ganhou à $0+6=6$ primeira volta, tendo obtido 60,7% dos votos validamente expressos, embora nem um quarto dos eleitores inscritos o elegeu.

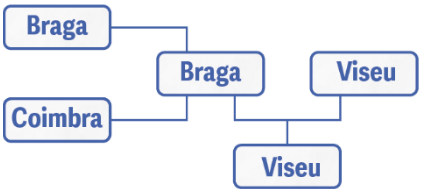
Tarefa 2

Pág. 20

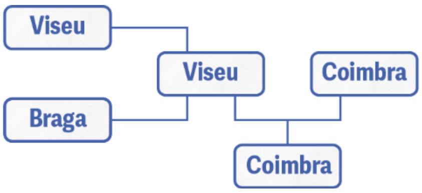
1. <u>Turma *A*:</u>
Viseu: 60 pontos; Braga: 50 pontos;
Coimbra: 20 pontos. Viseu é a cidade eleita.
<u>Turma *B*:</u>
Viseu: $60\times2+20\times2=160$ pontos;
Braga: $60\times2+50\times2=220$ pontos;
Coimbra: $50\times2+20\times2=140$ pontos.
Braga é a cidade eleita.
<u>Turma *C*:</u> Viseu: $60\times2+50\times0+20\times1=140$ pontos; Braga: $60\times1+50\times2+20\times0=160$ pontos; Coimbra: $60\times0+50\times1+20\times2=90$ pontos. Braga é a cidade eleita.
<u>Turma *D*:</u> Elimina-se Coimbra que tem menos votos na 1.ª preferência. Viseu: $60+20=80$ votos; Braga: 50 votos. Viseu é a cidade eleita.

2. Coimbra

3. Braga: $60+50=110$ e Coimbra: 20.
Braga: 50 e Viseu: $60+20=80$.



Viseu: $60+20=80$ e Braga: 50.



Viseu: 60 e Coimbra: $50+20=70$.
Não. Neste método, a ordem de comparação influencia o resultado.

Pág. 22

5.1. Ariana: $6\times3+7\times3+10\times1+5\times2+4\times2+8\times1=75$; Marta: $6\times2+7\times1+10\times2+5\times1+4\times3+8\times3=80$; Patrícia: $6\times1+7\times2+10\times3+5\times3+4\times1+8\times2=$ $=85$ pontos. A ginasta que vai representar a escola é a Patrícia.

5.2. Ariana:
$6\times5+7\times5+10\times1+5\times3+4\times3+8\times1=110$;
Marta:
$6\times3+7\times1+10\times3+5\times1+4\times5+8\times5=120$;
Patrícia:
$6\times1+7\times3+10\times5+5\times5+4\times1+8\times3=130$ pontos.
A ginasta escolhida seria a Patrícia.

5.3. A Ariana obteve 13 $(6+7)$ votos como 1.ª preferência. A Marta obteve 12 $(4+8)$ votos como 1.ª preferência. A Patrícia obteve 15 $(10+5)$ votos como 1.ª preferência. Pelo método de maioria simples, a ginasta escolhida seria a Patrícia.

Pág. 23

6.1. Candidato A : $7+1=8$ votos (1.ª preferência);
Candidato B : $0+7=7$ votos (1.ª preferência);
Candidato C : $0+6=6$ votos (1.ª preferência).

6.2. Candidato A : $6+7=13$ votos (3.ª preferência);
Candidato B : $7+0=7$ votos (3.ª preferência);
Candidato C : $1+0=1$ voto (3.ª preferência).
O candidato *A* é o menos desejado.

6.3. Candidato A :
$(7+1)\times3+(0+0)\times2+(6+7)\times1= \ =37$ pontos;
Candidato B :
$(0+7)\times3+(1+6)\times2+(7+0)\times1=42$ pontos;
Candidato C :
$(0+6)\times3+(7+7)\times2+(1+0)\times1=47$ pontos.
O candidato C é o vencedor. Apesar do candidato A obter a maioria das preferências no primeiro lugar, perde a eleição para o candidato C, por aplicação do método de Borda.

Tarefa de consolidação 1

Pág. 24

1. $19\,245:2=9622{,}5$

1.1. **a)** Como nenhum dos candidatos teve pelo menos 9623 votos e houve um vencedor, o sistema maioritário utilizado foi da maioria simples.
b) $\frac{6510}{19\,245}\approx0{,}338$; Foi a candidata Elina Fraga com $33{,}8\%$ dos votos.

1.2. **a)** Sim, porque nenhum candidato obteve mais de 50% do total de votos validamente expressos. As listas a segunda votação foram a *A* e a *F*.
b) $\frac{20719}{2}=10\,359{,}5$;
O número mínimo de votos seria 10 360.
c) A bastonária eleita seria Fernanda de Almeida Pinheiro.

Pág. 25

2.1. $25+16+18+20+12+20=111$; Votaram 111 alunos.

2.2. *Pavlova*: $25+16=41$; *Cheesecake*: $18+20=38$;
Mousse: $12+20=32$; $\frac{41}{111}\approx 0{,}369$; Foi *pavlova* com, aproximadamente, $36{,}9\%$ dos votos.

2.3. **a)** *Pavlova*:
$(25+16)\times 3+18\times 2+20\times 1+12\times 2+20\times 1=223$;
Cheesecake:
$25\times 1+16\times 2+(18+20)\times 3+12\times 1+20\times 2=223$;
Mousse:
$25\times 2+(16+8)\times 1+20\times 2+(12+20)\times 3=220$
Há um empate entre a sobremesa *pavlova* e o *cheesecake*.

b)

Confrontos	Pontuação		Vencedor
P *vs* **M**	**P**	$25+16+18=59$	**P**
	M	$20+12+20=52$	
M *vs* **C**	**M**	$25+12+20=57$	**M**
	C	$16+18+20=54$	
P *vs* **C**	**P**	$25+16+12=53$	**C**
	C	$18+20+20=58$	

Não foi eleita nenhuma sobremesa.

c) A afirmação é falsa. Este método não admite a transitividade de escolha porque P vence M, M vence C, mas P não vence C.

Avaliação formativa 1

Pág. 27

1. 1760 alunos;
Sim: 764 alunos; Não: 380 alunos;
Não sei: 124 alunos;
Votantes: $764+380+124=1268$

1.1. $1760-1268=492$; (B)

1.2. $\frac{1268}{2}=634$; (A)

2. 200 eleitores; (C)

3. *W*: $8\times 4+24\times 1+10\times 3+22\times 2=130$;
X: $8\times 3+24\times 3+10\times 1+22\times 4=194$;
Y: $8\times 2+24\times 4+10\times 2+22\times 1=154$;
Z: $8\times 1+24\times 2+10\times 4+22\times 3=162$; (B)

4.1. Bali: $16\times 3+20\times 3+14\times 1=122$ pontos

4.2. Riviera Maya nunca será o destino vencedor, aplicando o método da maioria simples na primeira preferência porque, no máximo obterá 16 votos e Bali tem 20 como primeira preferência.

4.3.

Ordem de preferência	Número de votos		
	16	**20**	**14**
1.ª	Maldivas	Bali	Maldivas
2.ª	Bali	Maldivas	Riviera Maya
3.ª	Riviera Maya	Riviera Maya	Bali

Maldivas: $16\times 3+20\times 2+14\times 3=130$
Bali: $16\times 2+20\times 3+14\times 1=106$
Riviera Maya: $16\times 1+20\times 1+14\times 2=64$

Ou

Ordem de preferência	Número de votos		
	16	**20**	**14**
1.ª	Riviera Maya	Bali	Maldivas
2.ª	Maldivas	Maldivas	Riviera Maya
3.ª	Bali	Riviera Maya	Bali

Maldivas: $16\times 2+20\times 2+14\times 3=114$
Bali: $16\times 1+20\times 3+14\times 1=90$
Riviera Maya: $16\times 3+20\times 1+14\times 2=96$

Tarefa inicial 2

Pág. 28

1.1. **a)** Alegre:
$7500\,€$ —— 1394 habitantes
x —— 335
$x=\frac{335\times 7500}{1384}\Leftrightarrow x\approx 1815{,}39$; $1815{,}39\,€$

De cima:
7500 —— 1384
x —— 169
$x=\frac{169\times 7500}{1384}\Leftrightarrow x\approx 915{,}82$;
$915{,}82\,€$

De baixo:
7500 —— 1384
x —— 360
$x=\frac{360\times 7500}{1384}\Leftrightarrow x\approx 1950{,}87$;
$1950{,}87\,€$

Esperança:
7500 —— 1384
x —— 520
$x=\frac{520\times 7500}{1384}\Leftrightarrow x\approx 2817{,}92$;
$2817{,}92\,€$

b) Alegre:
7 formadores —— 1394 habitantes
x —— 335
$x=\frac{335\times 7}{1384}\Leftrightarrow x\approx 1{,}69$; 2 formadores.

De cima:
7 —— 1384
x —— 169
$x=\frac{169\times 7}{1384}\Leftrightarrow x\approx 0{,}85$; 1 formador.

De baixo:
7 —— 1384
x —— 360
$x=\frac{360\times 7}{1384}\Leftrightarrow x\approx 1{,}82$; 2 formadores.

Esperança:
7 —— 1384
x —— 520
$x=\frac{520\times 7}{1384}\Leftrightarrow x\approx 2{,}63$; 2 formadores.

1.2. No cálculo da distribuição dos formadores. Na aldeia da Esperança, pode-se fazer uma aproximação por defeito.

2. Método de Hondt

Pág. 30

7.1. **a)** Aveiro: $\frac{642\,696}{10\,821\,244}\times 100 \approx 6$

Em Aveiro, a percentagem do número de eleitores em relação ao número total é de 6%.

Porto: $\frac{1\,592\,758}{10\,821\,244}\times 100 \approx 15$

No Porto, a percentagem do número de eleitores em relação ao número total é de 15%.

b) Aveiro: $\frac{16}{230}\times 100 \approx 7$

Em Aveiro, a percentagem do número de mandatos face ao total nacional é de 7%.

Porto: $\frac{40}{230}\times 100 \approx 17$

No Porto, a percentagem do número de mandatos face ao total nacional é de 17%.

7.2. Neste exemplo, o método de Hondt favorece círculos com maior número de eleitores.

Pág. 31

8.1.

Lista	N.º de votos	Quociente do número de votos por…						
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
A	800	800	400	267	200	160	133	114
B	650	650	325	217	163	130	108	93
C	200	200	100	67	50	40	33	29

8.2. $\underset{A}{800} > \underset{B}{650} > \underset{A}{400} > \underset{B}{325} > \underset{A}{267} > \underset{B}{217} > \underset{C}{200}$

8.3. Lista A : 3 mandatos; Lista B : 3 mandatos;

Lista C : 1 mandato

Tarefa 3

Pág. 32

1. PPD/PSD: 10 deputados; PS: 6 deputados; CDS: 4 deputados; CDU: 3 deputados; PRD: 1 deputado.

2. $211\,278{,}7 - 155\,990 = 55\,192{,}8$; o PPM teria de obter mais 55 193 votos ficando assim com 211 183 $(155\,990 + 55\,193)$.

3.

DIVISORES		Partido		
		PPD/PSD	**PS**	**CDS**
	1	2 111 828	1 267 672	868 718
	3	703 942,7	422 557,3	289 572,7
	5	422 365,6	253 534,4	173 743,6
	7	301 689,7	181 096,0	124 102,6
	9	234 747,6	140 852,4	96 524,2
	11	191 984,4	115 242,9	78 974,4
	13	162 448,31	97 513,23	66 824,46
	15	140 788,53	84 511,47	57 914,53
	17	124 255,18	74 568,94	51 101,06
	19	111 148,84	66 719,58	45 722

DIVISORES		Partido			
		CDU	**PRD**	**PPM**	**UDP**
	1	648 700	250 158	1 555 990	52 835
	3	216 233,3	83 386	51 996,67	17 611,67
	5	129 740,0	50 031,6	31 198	10 567
	7	92 671,4	35 736,86	22 284,29	7 547,857
	9	72 077,8	27 795,33	17 332,22	5 870,556
	11	58 972,7	22 741,64	14 180,91	4 803,182
	13	49 900	19 242,92	11 999,23	4 064,23
	15	43 246,67	16 677,2	10 399,33	3 522,33
	17	38 158,82	14 715,18	9 175,88	3 107,94
	19	34 142,11	13 166,21	8 210	2 780,79

PPD/PSD: 9 deputados; PS: 6 deputados; CDS: 4 deputados; CDU: 3 deputados; PRD: 1 deputado; PPM: 1 deputado. O PPD/PSD sairia prejudicado, perdendo um deputado e o PPM beneficiado ganhando um deputado.

Pág. 34

9. 18 representantes

9.1. **a)**

DIVISORES		Listas					
		A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
	1	524	1 286	1 840	4 460	3 286	3 778
	2	262	643	20	2 230	1 643	1 889
	3	174,67	428,67	613,33	1 486,67	1 095,33	1 259,33
	4	131	312,5	460	1 115	821,5	944,5
	5	104,8	257,2	368	892	657,2	755,6
	6	87,3	214,3	306,7	743,33	547,67	629,67
	7	74,9	183,7	262,9	637,14	469,4	539,7

Lista D: 6 representantes;
Lista F: 5 representantes;
Lista E: 4 representantes;
Lista C: 2 representantes;
Lista B: 1 representante.

b)

DIVISORES		Listas					
		A	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
	1	524	1286	1840	4460	3286	3778
	3	178	428,64	613,33	1486,67	1095,33	1259,33
	5	104,8	257,2	368	892	657,2	755,6
	7	74,9	183,7	262,86	743,33	469,43	539,71
	9	58,2	142,9	204,4	495,56	365,11	419,78

Lista D: 5 representantes;
Lista E: 4 representantes;
Lista F: 4 representantes;
Lista B: 2 representantes;
Lista C: 2 representantes;
Lista A: 1 representante.

9.2. Aplicando o método de St. Laguë, a lista A consegue eleger um representante e a lista B consegue eleger mais um representante, ficando com dois. Em contrapartida, a lista D e a lista F perdem um representante, o que vem confirmar que o método de Hondt favorece as candidaturas com maior expressão de votos e o método de St. Laguë favorece as candidaturas com menor expressão de votos.

Pág. 35

10.1. Método de St. Laguë:

Fábrica	N.º de colaboradores	Divisores		
		1	3	5
A	1800	1800	600	360
B	1200	1200	400	240
C	480	480	150	96

Fábrica *A*: 2 engenheiros;
Fábrica *B*: 2 engenheiros; Fábrica *C*: 1 engenheiro.
Método de St. Laguë modificado:

Fábrica	N.º de colaboradores	Divisores			
		1,4	3	5	7
A	1800	1285,7	600	360	257,1
B	1200	857,1	400	240	171,4
C	480	342,9	150	96	68,6

Fábrica *A*: 3 engenheiros;
Fábrica *B*: 2 engenheiros;
Fábrica *C*: nenhum engenheiro.

10.2. Optaria pelo método de St. Laguë para que todas as fábricas tivessem engenheiros.

Tarefa de consolidação 2

Pág. 36

1.1. $31019-(631+764)=29624$; (C)

1.2. N.º de abstenções: $54922-31019=23903$.

Percentagem de abstenções: $\frac{23903}{54922}\times 100\approx$

$\approx 43,52$. A abstenção é de $43,52\%$. (B)

1.3.

Partidos/ coligações	N.º de votos	Divisores		
		1	2	3
FAP	12 528	12 528	6264	4 176
PS	11 909	11 909	5 954,5	3 969,7
PPD/PSD	3 358	3 358	1679	1 119,3
PCP-PEV	831	831	415,5	277
B.E.	637	637	318,5	212,3
CDS-PP	361	361	180,5	

Partidos/ Coligações	Divisores		N.º de mandatos
	4	5	
FAP	3132	2505,6	4
PS	2977,25	2381,8	4
PPD/PSD	839,5	671,6	1
PCP-PEV	207,75	166,2	0
B.E.	159,25	127,4	0
CDS-PP			0

FAP: 4 mandatos; PS: 4 mandatos; e PPD/PSD: 1 mandato.

1.4. $2977,25\times 2=5954,5$; $5954,5-3358=2596,5$
seriam necessários pelo menos mais 2 597 votos para que o PPD/PSD elegesse mais um deputado.

1.5.

Partidos/ coligações	N.º de votos	Divisores				N.º de mandatos
		1	3	5	7	
FAP	12 528	12 528	4 176	2 505,6	1 789,7	4
PS	11 909	11 909	3 969,7	2 381,8	1 701,3	4
PPD/PSD	3 358	3 358	1 119,3	671,6	479,7	1
PCP-PEV	831	831	277	166,2	118,7	0
B.E.	637	637	212,3	127,4	91	0
CDS-PP	361	361				0

O militante não tem razão, porque, segundo o método de St. Laguë, a distribuição dos deputados seria a mesma.

Pág. 37

2.1. Método de Hondt:

Departamento	N.º de colaboradores	Divisores			
		1	2	3	4
Produção	690	690	345	230	172,5
Comercial	435	435	217,5	145	108,75
Desenvolvimento	375	375	187,5	125	93,75

Produção: 3 colaboradores; Comercial: 1 colaborador; Desenvolvimento: 1 colaborador.
Método de St. Laguë:

Departamento	N.º de colaboradores	Divisores		
		1	3	5
Produção	690	690	230	138
Comercial	435	435	145	87
Desenvolvimento	375	375	125	75

Produção: 2 colaboradores; Comercial: 2 colaboradores; Desenvolvimento; 1 colaborador.
Aplicando o método de St. Laguë a distribuição dos representantes de cada departamento fica mais equilibrada.

2.2. **a)** 230 colaboradores; **b)** 145 colaboradores

3.1.

Companhias aéreas	Voos diários	Divisores			N.º de slots
		1	2	3	
Afly	40	40	20	13,3	2
Bfly	30	30	15	10	2
Cfly	20	20	10	6,7	1
Dfly	14	14	7	4,7	1

Afly: 2 slots; *Bfly*: 2 slots; *Cfly*: 1 slot.

3.2.

Companhias aéreas	Voos diários	Divisores			N.º de slots
		1	2	3	
Afly	40	40	13,3	8	2
Bfly	30	30	10	6	2
Cfly	20	20	6,7	4	1
Dfly	14	14	4,3	2,8	1

Afly: 2 slots; *Bfly*: 2 slots; *Cfly*: 1 slot; *Dfly*: 1 slot.
Logo, o colaborador da *Dfly* tem razão.

Avaliação formativa 2

Pág. 39

1.1. $70\,541-34\,237=36\,304$; $\frac{36\,304}{70\,541}\times 100\approx 51,47$.

Percentagem de abstenção: $51,47\%$. (D)

1.2.

Partidos/ coligações	N.º de votos	Divisores			
		1	2	3	4
PPD/PSD CDS-PP PPM	17 549	17 549	8 774,5	5 849,7	4 387,25
PS-PAN	8 901	8 901	4 450,5	2 967	2 225,25
B.E.	2 191	2 191			
CH	1 383	1 383			
PCP-PEV	1 144	1 144			

Partidos/ coligações	Divisores		
	5	6	7
PPD/PSD CDS-PP PPM	3 509,8	2 924,8	2 507
PS-PAN	1 780,2	1 483,5	
B.E.			
CH			
PCP-PEV			

Resposta: (A)

1.3. $2191+1\,383+1\,144=4718$ votos dos 3 últimos partidos coligados.

Partidos/ coligações	N.º de votos	Divisores			
		1	2	3	4
PPD/PSD CDS-PP PPM	17 549	17 549	8 774,5	5 849,7	4 387,25
PS-PAN	8 901	8 901	4 450,5	2 967	2 225,25
B.E. CH PCP-PEV	4 718	4 718	2 359	1 572,7	1 179,5

Partidos/ coligações	Divisores		N.º de mandatos
	5	6	
PPD/PSD CDS-PP PPM	3 509,8	2 924,8	5
PS-PAN	1 780,2	1 483,5	3
B.E. CH PCP-PEV	943,6	786,3	1

Resposta: (A)

2.1.

Lista	Votos	Divisores				
		1	2	3	4	5
A	2 412	2 412	1 206	804	603	482,4
B	1 809	1 809	904,5	603	452,25	361,8
C	1 205	1 205	602,5	401,7	301,25	
D	906	906	453	302		

Lista A: 3 representantes; Lista B: 3 representantes; Lista C: 1 representante; Lista D: 1 representante.

2.2.

Lista	Votos	Divisores		
		1	2	3
C	1206	1206	603	

Alterou. A escolha dos representantes ficou distribuída da seguinte forma: Lista A: 3 representantes; Lista B: 2 representantes; Lista C: 2 representantes; Lista D: 1 representante.

2.3.

Lista	Votos	Divisores			
		1	3	5	7
A	2 412	2 412	804	482,4	344,6
B	1 809	1 809	603	361,8	258,4
C	1 205	1 205	401,7	241	
D	906	906	302		

Sim. A lista B perdia um representante e a lista C ganhava um representante.

Pág. 40

1. 2024: salário mínimo $820\,€$

1.1. $\begin{array}{l} 760\,€ \_\_\_ 100\% \\ 60\,€ \_\_\_ x \end{array}$ então $x=\frac{60\times 100}{760}\approx 7,9$. A percentagem proposta de aumento é $7,9\%$.

1.2. $820-820\times 11\%=729,8$

Um trabalhador vai receber $729,80\,€$.

2.1. $820-820\times 11\%=729,8$

Um trabalhador vai receber $729,80\,€$.

$\boxed{11\ \%}$

$\boxed{102,30} \longrightarrow 930\,€\times 11\%$

$\boxed{86,49} \longrightarrow 930\,€\times 9,3\%$

$\boxed{188,79}$

$\boxed{866,61} \longrightarrow 930\,€-188,79\,€$

2.2. A expressão significa quanto a Marta ganha à hora de acordo com o salário-base.

12 (meses); 52 (semanas)

Pág. 42

11. Remuneração-base mensal $1250\,€$

11.1. O montante de retenção na fonte é dado por:
remuneração $\times$ taxa $-$ parcela a abater $=$
$=1250\,€\times 0,26-186,66\,€=138,34\,€$

11.2. A taxa efetiva mensal de retenção é:
$\frac{138,34\,€}{1250\,€}\approx 0,111=11,1\%$

Pág. 43

12. Salário mensal bruto $2\,000\,€$

12.1. O montante a reter é:
$2\,000\times 0,3275-(305,80+3\times 21,43)=284,91$. O valor a reter para efeitos de IRS é $284,91\,€$.

12.2. A taxa efetiva de retenção é: $\frac{284,91}{2000} \approx 0,142$.

A taxa efetiva de retenção é $14,2\%$.

12.3. Desconto para a Segurança Social:
$2000 \times 11\% = 220$. O desconto para a Segurança Social é $220\ €$.

12.4. Salário líquido:
$2000 - 284,91 - 220 + 22 \times 6,50 = 1638,00$. O salário líquido do Simão é $1638,00\ €$.

Pág. 44

13.1. <u>Salário bruto:</u> $980 + 6,5 \times 20 = 1110$.

O salário bruto do Filipe é $1110\ €$.

<u>Salário líquido:</u>

valor de retenção de IRS: $980\ € \times 9,4\% = 92,12\ €$.
Valor da contribuição para a Segurança Social:
$980\ € \times 11\% = 107,80\ €$.

Total de descontos: $92,12\ € + 107,80\ € = 199,92\ €$.
Salário líquido: $1\,110 - 199,92\ € = 910,08\ €$.

O salário bruto do Filipe é $1110\ €$ e o salário líquido é $910,08\ €$.

13.2. Valor hora $= \frac{980 \times 12}{52 \times 40} \approx 5,65$. O valor (bruto) hora do Filipe é $5,65\ €$.

Pág. 45

14. Rendimento coletável: $18\,250\ €$.

Deduções: $1740\ €$. Pertence ao 4.º escalão.
$16\,472\ € \times 17,251\% \approx 2841,51€$;
$18\,250\ € - 16\,472\ € = 1778\ €$;
$1778\ € \times 26\% = 462,28\ €$.

Valor da coleta é
$2841,58\ € + 462,28\ € = 3303,86\ €$. Valor da coleta líquida é $3303,86\ € - 1\,740\ € = 1563,86\ €$. O valor do imposto devido ao Estado pelo contribuinte é $1563,86\ €$.

Tarefa 4

Pág. 46

1.

Rendimentos	
Fixos	**Variáveis**
Salário líquido do José	Comissões de vendas
Salário líquido da Lúcia	

Despesas	
Fixas	**Variáveis**
Renda	Alimentação
Serviço TV + NET + VOZ	Vestuário/calçado
	Água, eletricidade e gás
	Transportes

2. Rendimentos: $950\ € + 70\ € + 1220\ € = 2\,240\ €$;
Despesa:
$650\ € + 184\ € + 100\ € + 45\ € + 50\ € + 56\ € = 1085\ €$
Saldo: $2\,240\ € - 1085\ € = 1155\ €$

3. Fundo de emergência: $1155\ € \times 20\% = 231€$;
Poupança de longo prazo: $1155\ € \times 80\% = 924\ €$

Pág. 47

15.1.

Mês	1	2	3	4	5	6	7
Quantia colocada no mealheiro A (em euros)	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00	3,50
Quantia colocada no mealheiro B (em euros)	0,01	0,02	0,04	0,08	0,16	0,32	064

Mês	8	9	10	11	12	Total
Quantia colocada no mealheiro A (em euros)	4,00	4,50	5,00	5,50	6,00	39,00
Quantia colocada no mealheiro B (em euros)	1,28	2,56	5,12	10,24	20,43	40,75

Há mais dinheiro no mealheiro B.

15.2. $39,00\ € + 40,95\ € = 79,95\ €$.

A Maria José poupou $79,95\ €$.

Pág. 48

16.1. $C_5 = 1200 + 1200 \times 1,5\% \times 5 =$
$= 1200 + 1200 \times 0,015 \times 5 = 1290\ €$;
$j = 1200 \times 1,5\% \times 5 = 90\ €$ ou
$j = 1290 - 1200 = 90\ €$. Ao fim de 5 anos, o capital acumulado é $1290\ €$ e o juro obtido $90\ €$.

16.2. $C_{10} = 1200 + 1200 \times 1,2\% \times 10 =$
$= 1200 + 1200 \times 0,012 \times 10 = 1344\ €$;
$j = 1200 \times 1,2\% \times 10 = 144\ €$

Ao fim de 10 anos, o capital acumulado é $1344\ €$ e o juro obtido $144\ €$.

Pág. 49

17.1. $C_6 = 5\,000 + 5\,000 \times 2,5\% \times 6 =$
$= 5\,000 + 5\,000 \times 0,025 \times 6 = 5\,750\ €$;
$j = 5\,750\ € - 5\,000\ € = 750\ €$; logo o capital acumulado pela Maria, ao fim de 6 anos, foi $5\,750\ €$ e o juro obtido foi $750\ €$.

17.2. $n = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$; $C_{\frac{1}{3}} = 5\,000 + 5\,000 \times 2\% \times \frac{1}{3} =$

$= 5\,000 + 5\,000 \times 0,02 \times \frac{1}{3} \approx 5\,033,33\ €$;

$j = 5\,033,33\ € - 5\,000\ € = 33,33\ €$

O capital acumulado pela Maria, ao fim de 4 meses, foi $5033,33\,€$ e o juro obtido foi $33,33\,€$.

18.1. $n = ?$; $c_i = 10\,000\,€$; $r = 0,75\% = 0,0075$;

$j = 600\,€$;

$j = c_i \times r \times n \Leftrightarrow 600 = 10\,000 \times 0,75\% \times n \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow n = \dfrac{600}{10\,000 \times 0,0075} \Leftrightarrow n = 8$

O tempo de capitalização foi de 8 anos.

18.2. $c_i = ?$; $n = \dfrac{4}{12} = \dfrac{1}{3}$; $c_f = 1512,50\,€$;

$r = 2,5\% = 0,025$;

$c_f = c_i\left(1 + r \times n\right) \Leftrightarrow 1512,50 = c_i\left(1 + 0,025 \times \dfrac{1}{3}\right) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow c_i = \dfrac{1512,50}{1 + 0,025 \times \dfrac{1}{3}} \Leftrightarrow c_i = 1500\,€$

O capital inicial que é necessário investir é $1500\,€$.

Pág. 50

19.1. $c_f = c_i\left(1 + r\right)^n$; $c_5 = 2000\left(1 + 0,015\right)^5 \approx 2154,57\,€$;

$j = 2154,57\,€ - 2000\,€ = 154,57\,€$

Ao fim de 5 anos, o capital acumulado é $2154,57\,€$ e o juro obtido é $154,57\,€$.

19.2. $c_{10} = 2000\left(1 + 1,2\%\right)^{10} = 2000\left(1 + 0,012\right)^{10} \approx$

$\approx 2253,38\,€$; $j = 2253,38\,€ - 2000\,€ = 253,38\,€$;

Ao fim de 10 anos, o capital acumulado é $2253,38\,€$ e o juro obtido $253,38\,€$.

Pág. 51

20.1. $c_f = c_i\left(1 + \dfrac{r}{12}\right)^{12 \times \frac{5}{12}}$; $c_f = 750\left(1 + \dfrac{0,016}{12}\right)^5 = 755,01$

O capital acumulado ao fim de 5 meses é $755,01\,€$.

20.2. $c_f = 750\left(1 + \dfrac{0,016}{12}\right)^3 \approx 753,00$

O capital acumulado ao fim de um trimestre é $753,00\,€$.

20.3. $c_f = 750\left(1 + \dfrac{0,016}{12}\right)^6 \approx 756,02$

O capital acumulado ao fim de um semestre é $756,02\,€$.

21.1. $k = 1$; $c_f = c_i\left(1 + \dfrac{r}{k}\right)^{k \times n}$;

$c_f = 20\,000\left(1 + \dfrac{0,004}{1}\right)^{1 \times 5} \approx 20\,403,21$

Ao fim de 5 anos, o montante da aplicação é $20\,403,21\,€$.

21.2. $k = 4$; $c_f = 20\,000\left(1 + \dfrac{0,004}{4}\right)^{4 \times 5} \approx 20\,403,82$

Ao fim de 5 anos, o montante da aplicação é $20\,403,82\,€$.

21.3. $k = 12$; $c_f = 20\,000\left(1 + \dfrac{0,004}{12}\right)^{12 \times 5} \approx 20\,403,96$ Ao fim de 5 anos, o montante da aplicação é $20\,403,96\,€$.

21.4. $k = 52$; $c_f = 20\,000\left(1 + \dfrac{0,004}{52}\right)^{52 \times 5} \approx 20\,404,01$

Ao fim de 5 anos, o montante da aplicação é $20\,404,01\,€$.

Tarefa 5

Pág. 52

1. Custo total do empréstimo: $2435,71 + 176,00 =$ $= 2611,71$

   O custo total do empréstimo é $2611,71\,€$.

2. $\text{MTIC} = 10\,000 + 2611,71 = 12\,611,71$

   O montante total imputado ao consumidor (MTIC) é $12\,611,71\,€$.

3. Rendimento mensal $2100\,€$;

   $\dfrac{259,58}{2100} \times 100 \approx 12,36\%$; $25\% + 12,36\% = 37,36\%$

4. Não. O valor da prestação mensal diminuía, mas o total de juros aumentava consideravelmente e consequentemente o custo total do empréstimo.

Pág. 53

22. Prestação mensal: $231\,€$; encargos financeiros anuais: $550\,€$; encargos financeiros mensais:

$231\,€ + 550\,€ = 781\,€$; $\dfrac{781}{x} \times 100 \le 30 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 78\,100 \le 30x \Leftrightarrow x \ge \dfrac{78\,100}{30} \Leftrightarrow x \ge 2603,33$

O rendimento líquido mensal mínimo deve ser $2603,33\,€$.

Pág. 54

23.1. A mensalidade será inferior na proposta 1 porque a TAN é menor nesta proposta.

23.2. A proposta 2 é mais favorável porque a TAEG é menor nesta proposta, o que significa que o custo total do crédito é menor.

Pág. 55

24. Uma vantagem da taxa fixa é a previsibilidade, isto é, quem contrai o empréstimo sabe exatamente quanto vai pagar em cada prestação ao longo do período do empréstimo. Uma vantagem da taxa variável é que se a taxa de juro diminuir, quem contrai o empréstimo pode beneficiar de pagamentos mensais menores.

Tarefa de consolidação 3

Pág. 56

1.1. $1400\,€ \times 11\% = 1400 \times 0{,}11 = 154$;

O Bruno contribui para a Segurança Social com $154\,€$; (B).

1.2. $1400\,€ \times x = 164 \Leftrightarrow x = \frac{164}{1400} \Leftrightarrow x \approx 0{,}117 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 11{,}7\%$; (B)

1.3. Total de pagamentos: $154\,€ + 164\,€ = 318\,€$;

Montante bruto total: $1520\,€$; Total a receber: $1520\,€ - 318\,€ = 1202\,€$. Logo, o Bruno recebe neste mês $1202\,€$.

1.4. (A)

1.5. $c_i = 2000\,€$; $r = 2{,}25\% = 0{,}0225$;

$c_f = 2000(1 + 0{,}0225 \times 5) = 2225$

O capital acumulado pelo Bruno ao fim de 5 anos é $2225\,€$.

Pág. 57

2.1. $c_f = c_i(1+r)^n$;

$c_f = 1000(1+0{,}027)^1 = 1027$

O capital acumulado é $1\,027\,€$.

2.2. $c_f = 1000(1+0{,}027)^5 \approx 1142{,}49$

O capital acumulado é $1142{,}49\,€$.

3. Rendimento mensal: $2\,300\,€$; Encargos com prestações: $500\,€$ por mês; Taxa de esforço:

$\frac{500}{2300} \times 100 \approx 21{,}74\%$; (B).

4.1. <u>Taxa de juro variável:</u>

$884{,}75\,€ \times 12 \times 30 = \ 318\,510\,€$;

<u>Taxa de juro fixa:</u>

$841{,}28\,€ \times 12 \times 30 = 302\,860{,}80\,€$;

<u>Taxa de juro mista:</u>

$836{,}30\,€ \times 12 \times 10 = 100\,356\,€$;

$871{,}27\,€ \times 12 \times 20 = 209\,104{,}80\,€$;

Total: $100\,356\,€ + 209\,104{,}80\,€ = 309\,460{,}80\,€$;

4.2. Optando pela taxa fixa, a prestação é menor e a TAEG também é menor, o que significa que o custo total do crédito é menor. Uma desvantagem é que se a taxa de juro diminuir, o Kaur não beneficia de uma prestação menor.

Avaliação formativa 3

Pág. 59

1.1. Taxa efetiva mensal: $\frac{102{,}98}{1275} \approx 0{,}0808 = 8{,}08\%$

(B)

1.2. Valor hora $= \frac{1275 \times 12}{52 \times 35} \approx 8{,}41€$ (C)

2.1. (B)

2.2. Aplicar a taxa média ao limite máximo do escalão imediatamente anterior: $11623\,€ \times 14{,}852\% =$ $= 15\,992\,€ \times 0{,}14852 \approx 1726{,}25\,€$. Aplicar a excedente $(16\,200\,€ - 11623\,€ = 577\,€)$ a taxa marginal correspondente no escalão onde se enquadra o rendimento coletável.

$4577\,€ \times 23\% = 4577\,€ \times 0{,}23 = 1052{,}71€$

Valor da coleta: $1726{,}25\,€ + 1052{,}71€ = 2778{,}96\,€$

O imposto devido ao estado é $2778{,}96\,€$.

3.1. Opção A: regime de capitalização simples $c_f = c_i(1 + r \times n)$ então $c_f = 2000(1 + 0{,}0255 \times 5) =$ $= 2\,255\,€$. Opção B: regime de capitalização composto $c_f = c_i(1+r)^n$ então

$c_f = 2000(1+0{,}0245)^5 \approx 2\,257{,}30\,€$. A opção mais rentável é a B.

3.2. $c_f = 2000\left(1 + \frac{0{,}0245}{12}\right)^{15} \approx 2\,062{,}13\,€$

O valor final é $2\,062{,}13\,€$.

Tarefas complementares

Pág. 60

1.1. **a)** Número de votos validamente expressos:

$142 - (14 + 8) = 120$

b) Número de eleitores que não votaram:

$154 - 142 = 12$; $\frac{12}{154} \approx 0{,}078$. Nesta eleição, registou-se uma taxa de abstenção de $7{,}8\%$.

1.2. $120 \times 45\% = 120 \times 0{,}45 = 54$.

A vencedora foi a Carolina com 54 votos.

2.1. **a)** Número de eleitores que não votaram:

$253\,877 - 135\,446 = 118\,431$; $\frac{118\ 431}{253\ 877} \approx 0{,}4665$.

A percentagem de abstenção foi de $46{,}65\%$.

b) Número de votos nulos:

votos validamente expressos = votantes – votos em branco – votos nulos

$\Leftrightarrow 131776 = 135\,446 - 842 -$ votos nulos $\Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$ votos nulos $= 135\,446 - 842 - 131776 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow$ votos nulos $= 2\,828$; $\frac{2\,828}{135\ 446} \approx 0{,}0209$. A percentagem de votos nulos foi $2{,}09\%$.

2.2. **a)** $\frac{58\,394}{131776} \approx 0,4431$;

Somos Madeira obteve $44,31\%$ dos votos.

b) Número de votos do partido socialista:
$131776 \times 21,89\% = 131776 \times 0,2189 \approx 28\,548$;
$58\,394 - 28\,846 = 29\,548$. A candidatura Somos Madeira obteve mais 29 548 votos que o partido socialista.

Pág. 61

3.1. Luke

3.2. Número total de votos: $13 + 5 + 12 = 30$.

Luke: $\frac{13}{30} \approx 0,433 = 43,3\%$.

Simba: $\frac{5}{30} \approx 0,167 = 16,7\%$.

Júnior: $\frac{12}{30} = 0,4 = 40\%$.

3.3. Sim. $5 + 12 = 17$; 17 alunos, mais de metade da turma, votaram noutro nome.

4.1. António: 251 votos; Carolina: 249 votos

4.2. $\frac{249}{500} = 0,498$.

A percentagem de votos atribuída à Carolina foi $49,8\%$.

5.1. N.º de alunos da turma: $8 + 5 + 2 + 9 = 29$. Nenhum aluno obteve mais de metade dos votos.

5.2. Os dois alunos mais votados foram o Abel e a Maria.

Pág. 62

6.1. Número total de votos: $1250 + 760 + 910 = 2920$;

Proposta A: $\frac{1250}{2920} \approx 0,428 = 42,8\%$;

Proposta B: $\frac{760}{2920} \approx 0,260 = 26,0\%$;

Proposta C: $\frac{910}{2920} \approx 0,312 = 31,2\%$

6.2. (A)

6.3. $\frac{2\,920}{2} = 1460$;

O número mínimo de votos seria 1461.

7.1. Aníbal Cavaco Silva;

Número de votantes:
$9\,657\,312 \times 46,52\% = 9\,657\,312 \times 0,4652 \approx$
$\approx 4\,492\,581,54$. Logo, 4 492 582 votantes.

Votos validamente expressos:
$4\,492\,582 - 192\,127 - 85\,466 = 4\,214\,989$;
$4\,214\,989 \times 52,95\% = 4\,214\,989 \times 0,5295 \approx$
$\approx 2\,231\,836,68$

2 231 837 votos do candidato vencedor.

7.2. Sim porque o vencedor obteve a maioria absoluta, $52,25\%$, ou seja, mais de 50% dos votos.

7.3. Percentagem de votos brancos:

$\frac{192\,127}{4\,492\,582} \approx 0,0428 = 4,28\%$;

Percentagem de votos nulos:

$\frac{85\,466}{4\,492\,582} \approx 0,0190 = 1,90\%$

7.4. $\frac{2\,231\,837}{9\,657\,312} \approx 0,2311 = 23,11\%$

Pág. 63

8.1. Sim, uma vez que nenhuma lista obteve mais de 50% dos votos.

8.2. Não porque a lista *H* sairá vencedora por não dispor de listas adversárias para a segunda volta.

9.1. Votos validamente expressos:
$220 + 56 + 206 + 234 + 118 = 834$;

Candidato A: $\frac{220}{834} \approx 0,264 = 26,4\%$;

Candidato B: $\frac{56}{834} \approx 0,067 = 6,7\%$;

Candidato C: $\frac{206}{834} \approx 0,247 = 24,7\%$;

Candidato D: $\frac{234}{834} \approx 0,281 = 28,1\%$;

Candidato E: $\frac{118}{834} \approx 0,141 = 14,1\%$.

Passam à segunda ronda de votação os candidatos A , C e D com $26,4\%$, $24,7\%$ e $28,1\%$, respetivamente.

9.2. Não. O candidato vencedor será aquele que primeiro obtiver mais de 50% dos votos validamente expressos numa ronda de votação.

Pág. 64

10.1.

Candidato	Cálculos	Total
G	$8 \times 4 + 10 \times 1 + 12 \times 2 + 14 \times 3 + 15 \times 1 + 21 \times 1$	144 pontos
C	$8 \times 1 + 10 \times 3 + 12 \times 4 + 14 \times 4 + 15 \times 2 + 21 \times 3$	235 pontos
H	$8 \times 2 + 10 \times 4 + 12 \times 1 + 14 \times 2 + 15 \times 4 + 21 \times 2$	198 pontos
T	$8 \times 3 + 10 \times 2 + 12 \times 3 + 14 \times 1 + 15 \times 3 + 21 \times 4$	223 pontos

10.2. Quem vai representar o curso na semana aberta é a Clara.

10.3.

Candidato	Cálculos	Total
C	$8\times1+10\times2+12\times3+14\times3+$ $+15\times1+21\times2$	163 pontos
H	$8\times2+10\times3+12\times1+14\times2+$ $+15\times3+21\times1$	152 pontos
T	$8\times3+10\times2+12\times2+14\times1+$ $+15\times2+21\times3$	165 pontos

Sim. Se o Gustavo desistir, a vencedora é a Tânia.

11.

Apart.	Cálculos	Pontos
A	$14\times4+10\times1+8\times1+4\times1+1\times1$	79
B	$14\times3+10\times3+8\times2+4\times4+1\times2$	106
C	$14\times2+10\times4+8\times3+4\times2+1\times4$	104
D	$14\times1+10\times2+8\times4+4\times3+1\times3$	81

O apartamento do candidato eleito é o *B*.

Pág. 65

12.1. $12+16+5+13+18+30+52+17=163$;

votaram 163 pessoas.

12.2. Inscritos: $163+20=183$;

$\frac{20}{183}\approx0{,}109=10{,}9\%\approx11\%$; (B)

12.3. Candidato A: $12+16+52=80$ votos;

Candidato B: $5+18=23$ votos;

Candidato C: $13+30=43$ votos;

Candidato D: 17 votos.

O vencedor seria o candidato A com 80 votos.

12.4. Candidato B: $30+52=82$ votos;

Candidato C: $5+18+17=40$ votos;

Candidato D: $12+16+13=41$ votos.

O candidato B é o "menos desejado".

12.5.

Candidato	Cálculos	Pontos
A	$4\times(12+16+52)+$ $+3\times(13+18+30)+2\times(5+17)$	547
B	$4\times(5+18)+3\times(12+17)+$ $+2\times(16+13)+11\times(30+52)$	319
C	$4\times(13+30)+3\times(16+52)+$ $+2\times12+1\times(5+18+17)$	440
D	$4\times17+3\times5+$ $+2\times(18+30+52)+$ $+1\times(12+16+13)$	324

O candidato A é o vencedor.

13.1. O vencedor é o Ricardo com 36 votos.

13.2. Total de votos: $36+32+5=73$; $\frac{73}{2}=36{,}5$.

Para um candidato vencer com maioria absoluta necessitava de obter no mínimo 37 votos na primeira preferência, o que não ocorreu com nenhum dos funcionários.

13.3.

Funcionário	Cálculos	Pontos
Ricardo	$36\times3+32\times1+5\times1$	145
Nuno	$36\times1+32\times3+5\times2$	142
Constança	$36\times2+32\times2+5\times3$	151

Aplicando o método de Borda, a candidata mais simpática é a Constança.

Pág. 66

14.1.

	6 votos	4 votos	8 votos	6 votos
1.ª preferência	B	C	C	B
2.ª preferência	C	B	H	H
3.ª preferência	H	H	B	C

14.2. Não. O Museu Britânico teria 12 votos $(6+6)$ e o Museu da Ciência teria 12 votos $(4+8)$ e, para vencer por maioria absoluta um dos museus teria de obter mais de 12 votos, já que o total foram 24 votos.

14.3.

Museu	Cálculos	Pontos
B	$6\times3+4\times2+8\times1+6\times3$	32
C	$6\times2+4\times3+8\times3+6\times1$	54
H	$6\times1+4\times1+8\times2+6\times2$	38

Os alunos irão visitar o Museu da Ciência.

Pág. 67

15.1. Em 1976: $\frac{5}{14}\approx0{,}357=35{,}7\%$. Em 2022:

$\frac{8}{22}\approx0{,}364=36{,}4\%$. No ano 2022, a percentagem é maior.

15.2. PS: 46 mulheres deputadas;

PPD/PSD: 23 mulheres deputadas;

CH: 1 mulher deputada; IL: 3 mulheres deputadas; PCP: 3 mulheres deputadas; BE: 3 mulheres deputadas; PAN: 1 mulher deputada.

Logo há 85 mulheres deputadas.

15.3. Em 1976, PS: 1 911 769 votos;

$$1911769 \text{ votos} —— 107 \text{ deputados}$$
$$x —— 73$$
$$x=\frac{73\times1911769}{107}=1304291$$

O PPD/PSD terá obtido 1 304 291 votos.

16.1. Braga: $\frac{120\,904}{10\,821\,244} \approx 0,01 = 1\%$;

Leiria: $\frac{431\,127}{10\,821\,244} \approx 0,04 = 4\%$;

Setúbal: $\frac{745\,669}{10\,821\,244} \approx 0,07 = 7\%$

16.2. Braga: $\frac{3}{230} \approx 0,01 = 1\%$; Leiria: $\frac{10}{230} \approx 0,04 = 4\%$;

Setúbal: $\frac{18}{230} \approx 0,08 = 8\%$. Em relação aos distritos de Braga e Leiria, a percentagem do número de eleitores em relação ao número total e a percentagem do número de mandatos face ao total nacional são iguais. Em relação ao distrito de Setúbal, a percentagem do número de mandatos face ao total nacional sobe um ponto percentual em relação ao número de eleitores.

Pág. 68

17.1.

Freguesia	N.º de habitantes	Divisores		
		1	2	3
A	6800	6800	3400	2666,7
B	4300	4300	2150	1433,3
C	3200	3200	1600	1066,7
D	1220	1220	610	406,7
E	1040	1040	520	346,7

Freguesia	N.º de habitantes	Divisores		
		4	5	6
A	6800	1700	1360	1133,3
B	4300	1075	860	716,7
C	3200	800	640	533,3
D	1220	305	244	203,3
E	1040	260	208	173,3

Freguesia *A*: 5 jardineiros; Freguesia *B*: 3 jardineiros; Freguesia *C*: 2 jardineiros; Freguesia *D*: 0 jardineiros; Freguesia *E*: 0 jardineiros.

17.2. 1360 habitantes

18.

Nível de ensino	N.º de alunos	Divisores					
		1	2	3	4	5	6
1.º ciclo	40	40	20	13,3	10	8	6,7
2.º ciclo	120	120	60	40	30	24	20
3.º ciclo	220	220	110	73,3	55	44	36,7
Ens. Sec.	350	350	175	116,7	87,5	70	58,3

Ensino secundário: 5 alunos; 3.º ciclo: 3 alunos; 2.º ciclo: 2 alunos; 1.º ciclo: 0 alunos.

19.1.

Expositor	N.º de livros	Divisores				
		1	2	3	4	5
L	600	600	300	200	150	120
V	200	200	100	66,7	50	40
P	600	600	300	200	150	120

Prazer da leitura (L): 4 m^2; Última página (P): 4 m^2; Virar da página (V): 1 m^2.

19.2. Prazer da leitura (L): 5 m^2; Última página (P): 5 m^2; Virar da página (V): 1 m^2. Os expositores *L* e *P* ganham 1 m^2 e o expositor *V* fica igual.

Pág. 69

20.1.

Escalão	N.º de futebolistas	Divisores			
		1	2	3	4
Petizes	30	30	15	10	7,5
Traquinas	52	52	26	17,3	13
Benjamins	32	32	16	10,7	8
Infantis	40	40	20	13,3	10

Traquinas: 3 futebolistas; Infantis: 3 futebolistas; Petizes: 2 futebolistas; Benjamins: 2 futebolistas.

20.2.

Escalão	N.º de futebolistas	Divisores			
		1	3	5	7
Petizes	30	30	10	6	4,3
Traquinas	52	52	17,3	10,4	7,4
Benjamins	32	32	10,7	6,4	4,6
Infantis	40	40	13,3	8	5,7

Traquinas: 3 futebolistas; Infantis: 3 futebolistas; Petizes: 2 futebolistas; Benjamins: 2 futebolistas.

20.3.

Escalão	N.º de futebolistas	Divisores			
		1,4	3	5	7
Petizes	30	21,4	10	6	
Traquinas	52	37,1	17,3	10,4	
Benjamins	32	22,9	10,7	6,4	
Infantis	40	28,6	13,3	8	

Traquinas: 3 futebolistas; Infantis: 2 futebolistas; Petizes: 2 futebolistas; Benjamins: 2 futebolistas.

21.1. Em 2018: $\frac{196}{30} \approx 6,53$.

Em 2022: $\frac{205}{30} \approx 6,83$.

Representa o número de médicos por lugar na direção.

21.2.

Especialidade	N.º de médicos	Divisores					
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Medicina Geral	108	108	54	36	27	21,6	18
Ortopedia	86	86	43	28,7	21,5	17,2	14,3
Obstetrícia	11	11	5,5	3,67	2,75	2,2	1,83

c	Divisores						
	7	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**
Medicina Geral	15,4	13,5	12	10,8	9,82	9	8,31
Ortopedia	12,3	10,75	9,56	8,6	7,82	7,17	6,62
Obstetrícia	1,57	1,375	1,22	1,1	1	0,92	0,85

Especialidade	Divisores			
	14	**15**	**16**	**17**
Medicina Geral	7,7	7,2	6,75	6,4
Ortopedia	6,1	5,73	5,38	5,1
Obstetrícia	0,8	0,73	0,69	0,6

Medicina Geral 16 lugares; Ortopedia: 13 lugares; Obstetrícia: 1 lugar. Não, porque a Obstetrícia perdeu um lugar para a Medicina Geral.

21.3.

Especialidade	N.º de médicos	Divisores				
		1	**3**	**5**	**7**	**9**
Medicina Geral	108	108	36	21,6	15,4	12
Ortopedia	86	86	28,7	17,2	12,3	9,56
Obstetrícia	11	11	3,67	2,2	1,57	1,22

Especialidade	Divisores						
	11	**13**	**15**	**17**	**19**	**21**	**23**
Medicina Geral	9,82	8,31	7,2	6,35	5,68	5,14	4,7
Ortopedia	7,82	6,62	5,733	5,06	4,53	4,1	3,74
Obstetrícia	1	0,85	0,733	0,65	0,58	0,52	0,48

Especialidade	Divisores			
	25	**27**	**29**	**31**
Medicina Geral	4,32	4	3,72	3,48
Ortopedia	3,44	3,2	2,97	2,77
Obstetrícia	0,44	0,4	0,38	0,35

Medicina Geral: 16 médicos na Direção; Ortopedia: 12 médicos na Direção; Obstetrícia: 2 médicos na Direção. A Ortopedia perde um lugar para a Obstetrícia.

Pág. 70

22.1. $1450\,€ \times 0{,}1470 - 110{,}42\,€ - 2 \times 42{,}86 = 17{,}01€$

22.2. $\dfrac{17{,}01€}{1450\,€} \approx 0{,}012 = 12\,\%$

23.1. $x + x \times 0{,}10 = 1980\,€ \Leftrightarrow 1{,}10x = 1980\,€ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{1980\,€}{1{,}10} \Leftrightarrow x = 1800\,€$

Antes do aumento, a Maria ganhava 1800 €.

23.2. Antes do aumento:

$1800 \times 0{,}1728 - 151{,}69 - 42{,}86 = 116{,}49\,€$

A retenção para efeitos de IRS era $116{,}49\,€$.

Depois do aumento:

$1980 \times 0{,}1931 - 191{,}49 - 42{,}86 \approx 147{,}99\,€$

A retenção para efeitos de IRS era $147{,}99\,€$.

Depois do aumento a Marisa descontou mais de IRS, mas o aumento do salário foi compensador.

Pág. 71

24. $(\mathrm{M}) = 1200\,€$; $(\mathrm{A}) = 1200\,€ \times 28{,}50\,\% - 191{,}23\,€ =$

$= 1200\,€ \times 0{,}2850 - 191{,}23\,€ = 150{,}77\,€$;

$(\mathrm{B}) = 1200\,€ \times 11\% = 1200\,€ \times 0{,}11 = 132\,€$;

salário líquido = $(\mathrm{M}) - (\mathrm{A}) - \mathrm{B} + (C) =$

$= 1200\,€ - 150{,}77\,€ - 132\,€ + 110\,€ = 1027{,}23\,€$

1200€
$(\mathrm{A}) = 150{,}77\,€$
132 €
1027,23 €

25.1. Valor hora $= \dfrac{980\,€ \times 12}{52 \times 40} \approx 5{,}65\,€$

25.2. $10{,}50\,€ = \dfrac{Rm \times 12}{52 \times 35} \Leftrightarrow 12Rm = 10{,}50 \times 52 \times 35 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow Rm = \dfrac{10{,}50 \times 52 \times 35}{12} \Leftrightarrow Rm = 1592{,}50\,€$

Pág. 72

26.1. 6.º escalão: $26\,355\,€ \times 0{,}2448 = 6\,451{,}704\,€$;

$29\,250\,€ - 26\,355\,€ = 2\,895\,€$;

$2\,895\,€ \times 0{,}37 = 1071{,}15\,€$;

valor da coleta: $6\,451{,}70\,€ + 1071{,}15\,€ = 7\,522{,}85\,€$

A Teresa pagou de IRS $7\,522{,}85\,€$.

26.2. $7\,522{,}85\,€ - 7\,500{,}00\,€ = 22{,}85\,€$

A Teresa terá de pagar $22{,}85\,€$.

37.1. Rendimento coletável do casal = $44\,000\,€$;

5.º escalão: $20\,700\,€ \times 0{,}2161 = 4\,473{,}27\,€$;

$22\,000\,€ - 20\,700\,€ = 1300\,€$;

$1300\,€ \times 0{,}35 = 455\,€$;

valor da coleta = $= 4\,473{,}27\,€ + 455\,€ = 4\,928{,}27\,€$

O valor total da coleta é $4\,928{,}27\,€$.

27.2. $2 \times 4\,928{,}27\,€ = 9\,856{,}54\,€$

O valor total da coleta é $9\,856{,}54\,€$.

Pág. 73

28.1.

Meses	Quantia no mealheiro
0	20 €
1	25 €
2	30 €
3	35 €

28.2. $9 = 20 + 5n$

28.3. $20 + 5n = 179 \Leftrightarrow 5n = 159 \Leftrightarrow n = \frac{159}{5} \Leftrightarrow n \approx 31,8$

São necessários 32 meses.

29.1. a) $c_1 = 1200\,€(1 + 0,03 \times 1) = 1236\,€$

O capital final ao fim de 1 ano é $1236\,€$.

b) $c_2 = 1200\,€(1 + 0,03 \times 2) = 1272\,€$

O capital final ao fim de 2 anos é $1272\,€$.

c) $c_5 = 1200\,€(1 + 0,03 \times 5) = 1380\,€$

O capital final ao fim de 5 anos é $1380\,€$.

29.2. $c_{10} = 1200\,€(1 + 0,03 \times 10) = 1560\,€$ Não. Ao fim de 10 anos o António obtém $1560\,€$.

30.1. $c_3 = 2000\,€(1 + 0,012 \times 30) = 2072\,€$;

$\text{juros} = 2072\,€ - 2000\,€ = 72\,€$.

30.2. $c_1 = 2000\,€\left(1 + \frac{0,012 \times 18}{12}\right) = 2036\,€$;

$\text{juros} = 2036\,€ - 2000\,€ = 36\,€$.

31. $2000\,€ \times 002 = 40\,€$; $x + x \times 0,015 = 1827\,€ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (1 + 0,015)x = 1827\,€ \Leftrightarrow x = \frac{1827}{1,015} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = 1800\,€$; $500 + 500 \times x = 510 \Leftrightarrow 50x = 10 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \frac{10}{500} \Leftrightarrow x = 0,02 \Leftrightarrow x = 2\%$

Capital inicial (€)	Taxa de juro anual (%)	Capital final (€)
2000	2%	2040
1800	1,5%	1827
500	2%	510

Pág. 74

32. $c_f = c_i(1 + r \times n)$; $21000 = 20000(1 + 0,01n) \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 1 + 0,01n = \frac{21000}{20000} \Leftrightarrow 0,01n = \frac{21}{20} - 1 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 0,01n = \frac{1}{20} \Leftrightarrow n = 5$;

O prazo da aplicação é 5 anos.

33.1. Conta dos depósitos: $1200\,€ + 1500\,€ = 2700\,€$;
custo dos juros:
$1200\,€ \times 0,012 + 2700\,€ \times 0,0038 = 38,16\,€$;

capital acumulado: $2700\,€ + 38,16\,€ = 2738,16\,€$

33.2. Montante de juros: $2700\,€ + 2500\,€ = 5200\,€$;
$38,16\,€ + 5200\,€ \times 0,0053 = 65,72\,€$

33.3. Conta dos depósitos:
$1200\,€ + 1500\,€ + 2500\,€ + 3000\,€ + 4000\,€ = 12200\,€$
Conta dos juros: $5200\,€ + 3000\,€ = 8200\,€$;
$8200\,€ + 4000\,€ = 12200\,€$;
$65,72\,€ + 8200\,€ \times 0,0041 + 12200\,€ \times 0,0028 =$
$= 133,50\,€$;

$\text{total acumulado} = 12200\,€ + 133,50\,€ = 12333,50\,€$

34. $r = 2,5\% = 0,025$; $n = 10$; $c_i = 5000\,€$;

$c_{10} = 5000\,€(1 + 0,025)^{12} \approx 6400,42\,€$

35. $c_i = 1500\,€$; $r = 0,85\% = 0,0085$;

$c_4 = 1500\,€\left(1 + \frac{0,0085}{12}\right)^{12 \times 4} \approx 1551,86\,€$

36.1. $c_f = 15000\,€\left(1 + \frac{0,013}{4}\right)^{4 \times 1} \approx 15195,95\,€$

O cliente terá na sua conta ao fim de 1 ano $15195,95\,€$.

36.2. $c_f = 15000\,€\left(1 + \frac{0,013}{2}\right)^{2 \times 1} \approx 15195,63\,€$

O cliente terá na sua conta ao fim de 1 ano $15195,63\,€$.

Pág. 75

37.

	Banco Semestre			
	Taxa de juro anual: 1,8%			
	Capitalizações semestrais			
Capital inicial (€)	Capital final (€)			
	1 ano	5 anos	10 anos	20 anos
1500	1527,122	1640,601	1794,381	2146,535
3000	3054,243	3281,202	3588,761	4293,069
10000	10180,81	10937,34	11962,54	14310,23
20000	20361,62	21874,68	23925,08	28620,46
50000	50904,05	54686,69	59812,69	71551,16

	Banco Diário			
	Taxa de juro anual: 1,7%			
	Capitalizações diárias			
Capital inicial (€)	Capital final (€)			
	1 ano	5 anos	10 anos	20 anos
1 500	1525,717	1633,072368	1777,95	2107,405
3 000	3051,435	3266,144735	3555,9	4214,809
10 000	10171,45	10887,14912	11853	14049,36
20 000	20342,9	21774,29823	23706	28098,73
50 000	50857,25	54435,74559	59265,01	70246,82

38. $c_i = 3\,000\,€$;

<u>Banco XYZ</u>

ao fim de 2 anos:
$c_2 = 3000(1+0{,}028\times 2) = 3168\,€$;

ao fim de 5 anos:
$c_5 = 3000(1+0{,}028\times 5) = 3\,420\,€$;

ao fim de 10 anos:
$c_{10} = 3000(1+0{,}028\times 10) = 3\,840\,€$.

<u>Banco TOP</u>

ao fim de 2 anos:
$c_2 = 3000(1+0{,}025)^2 = 3151{,}875\,€$;

ao fim de 5 anos:
$c_5 = 3000(1+0{,}025) \approx 3\,394{,}22\,€$; ao fim de 10 anos: $c_{10} = 3000(1+0{,}025)^{10} = 3\,840{,}25\,€$.

Ao fim de 2 ou 5 anos a opção mais rentável é do Banco XYZ. Ao fim de 10 anos é mais rentável a opção do Banco TOP. O regime de juro composto (Banco TOP) passa a ser mais rentável a partir de 10 anos.

		Banco XYZ	Banco TOP
		Capital inicial: 3000 €	
		Taxa de juro anual: 2,8%	Taxa de juro anual: 2,5%
		Juro simples	Juro composto
		Capital final (€):	
Prazo (em anos)	1	3084	3075
	2	3168	3151,875
	3	3252	3230,671875
	4	3336	3311,438672
	5	3420	3394,224639
	6	3504	3479,080255
	7	3588	3566,057261
	8	3672	3655,208693
	9	3756	3746,58891
	10	3840	3840,253633
	11	3924	3936,259973
	12	4008	4034,666473
	13	4092	4135,533135
	14	4176	4238,921463
	15	4260	4344,894499

39. Prestação mensal $180\,€$;

encargos: $550\,€ + 180\,€ = 730\,€$;

taxa de esforço: $\frac{730\,€}{1750\,€}\times 100 \approx 41{,}71\%$.

A Marta não vai trocar de carro porque a taxa de esforço seria $41{,}71\%$ o que ultrapassa os 30%.

Pág. 76

40. $\frac{x+350\,€}{2\,900\,€}\times 100 \leq 25 \Leftrightarrow (x+350)\times 100 \leq 72\,500 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow x + 350 \leq 725 \Leftrightarrow x \leq 375$

O valor máximo da renda seria $375\,€$.

41. $20\,000\,€$; $r = 15\% = 0{,}15$; $n = 5$ anos;

juros: $20\,000\times 0{,}15 = 3\,000\,€$ por ano;
$20\,000\times 0{,}125 = 2\,500\,€$;
$3\,000\,€ + 2\,500\,€ = 5\,500\,€$.

O Sr. Cerqueira paga por ano $5\,500\,€$.

42.1. Retenção na fonte IRS

<u>Célia:</u>
$190\,€\times 0{,}1450 - 0{,}145\times 2{,}3\times(1093{,}31 - 790) \approx$
$\approx 13{,}40\,€$;

<u>Carlos:</u> Não paga IRS porque o seu salário é inferior a $762\,€$.

42.2. <u>Célia:</u>

taxa efetiva mensal de retenção de IRS:
$\frac{13{,}40\,€}{790\,€} \approx 0{,}017 = 17\%$;

Carlos: 0 %

42.3. <u>Célia:</u>

desconto Segurança Social = $790\,€\times 0{,}11 =$
$= 86{,}90\,€$;

salário líquido =
$= 790\,€ - 13{,}40\,€ + 6\,€\times 22 = 821{,}70\,€$;

Carlos: desconto Segurança Social =
$760\,€\times 0{,}11 = 83{,}60\,€$;

salário líquido =
$= 760\,€ - 83{,}60\,€ + 6\,€\times 22 = 808{,}40\,€$

Pág. 77

43.1. $11\% + 75\% + 4\% = 22{,}5\%$;
$100\% - 22{,}5\% = 77{,}5\%$ (C)

43.2. $1105\times 0{,}775 + 6{,}20\times 20 = 980{,}375\,€$

O salário líquido do Luís é $980{,}38\,€$.

44.1. Proposta A: $1200\,€$

	Proposta A
Vencimento bruto nos 3 anos	$1200\,€\times 12\times 3 = 43\,200\,€$
Deduções para SS nos 3 anos	$43\,200\,€\times 0{,}11 = 4\,752\,€$
Retenção na fonte para IRS nos 3 anos $(12{,}6\%)$	$43\,200\,€\times 0{,}126 = 5\,443{,}20\,€$
Total do valor líquido a receber	$43\,200\,€ - 4\,752\,€ - 5\,443{,}20\,€$ $= 33\,004{,}80\,€$

44.2. Proposta B:

a) 2.º ano: $1100\,€ + 1100\,€\times 0{,}05 = 1155\,€$.

O valor a receber no 2.º ano é $1155\,€$.

3.º ano: $1155\,€ + 1155\,€\times 0{,}07 = 1235{,}55\,€$

O valor a receber no 3.º ano é $1235{,}85\,€$.

b) 1.º ano: $1100\,€\times 0{,}11\times 12 = 1452\,€$

A dedução para SS no 1.º ano é $1452\,€$.

2.º ano: $1155\,€ \times 0{,}11 \times 12 = 1524{,}60\,€$

A dedução para SS no 2.º ano é $1524{,}60\,€$.

3.º ano: $1235{,}85\,€ \times 0{,}11 \times 12 \approx 1631{,}32\,€$

A dedução para SS no 3.º ano é $1631{,}32\,€$.

c) 1.º ano: $1100\,€ \times 0{,}126 \times 12 = 1663{,}20\,€$

A retenção na fonte para IRS no 1.º ano é $1663{,}20\,€$.

2.º ano: $1155\,€ \times 0{,}126 \times 12 = 1746{,}36\,€$

A retenção na fonte para IRS no 2.º ano é $1746{,}36\,€$.

3.º ano: $1235{,}85\,€ \times 0{,}126 \times 12 \approx 1868{,}61\,€$

A retenção na fonte para IRS no 3.º ano é $1868{,}61\,€$.

44.3. Proposta A: salário líquido $= 33\,004{,}80\,€$.
Proposta B: vencimento bruto nos 3 anos:
$1100\,€ \times 12 + 1155\,€ \times 12 + 1235{,}85\,€ \times 12 =$
$= 41890{,}20\,€$;

retenção para SS nos 3 anos:
$1452\,€ + 1524{,}60\,€ + 1631{,}32\,€ = 4\,607{,}92\,€$;
retenção na fonte para efeitos de IRS nos 3 anos:
$1663{,}20\,€ + 1746{,}36\,€ + 1868{,}92\,€ = 5\,278{,}17\,€$;
salário líquido:
$41890{,}20\,€ - 4\,607{,}92\,€ - 5\,278{,}17\,€ = 32\,004{,}11\,€$.
A proposta mais vantajosa para a Mariana é a Proposta *A* porque é a que lhe dá um salário líquido maior, ao fim de 3 anos de contrato.

Pág. 78

45. Cálculo de IRS sem prestação de serviço:
rendimento global do casal = $14\,000\,€$;
$14\,000\,€ : 2 = 7\,000\,€$.

1.º escalão: $7\,000\,€ \times 0{,}145 = 1015\,€$;
$1015\,€ \times 2 = 2\,030\,€$

O valor da coleta do casal é $2\,030\,€$.

Cálculo de IRS com prestação de serviço:
rendimento global do casal =
$14\,000\,€ + 2\,500\,€ = 16\,500\,€$;
$16\,500\,€ : 2 = 8\,250\,€$.

2.º escalão: $7\,479\,€ \times 0{,}145 = 1084{,}455\,€$;
$8\,250\,€ - 7\,479\,€ = 771\,€$; $771\,€ \times 0{,}21 = 161{,}91\,€$;
$1084{,}455\,€ + 161{,}91\,€ = 1246{,}365\,€$;
$1246{,}365\,€ \times 2 = 2\,492{,}73\,€$

O valor da coleta do casal é $2\,492{,}73\,€$. O Carlos muda de escalão, mas não perde dinheiro. Com a prestação do serviço, o valor da coleta teria um aumento de $462{,}73\,€$ $(2\,492{,}73\,€ - 2\,030\,€)$.
No entanto, não perdia dinheiro porque se ao rendimento global, $16\,500\,€$, retirasse o valor da coleta, $2\,492{,}73\,€$, ficaria com um rendimento global de $14\,007{,}27\,€$ $(16\,500\,€ - 2\,492{,}73\,€)$.

Sem a prestação de serviço, se aos $14\,000\,€$ retirasse o valor da coleta, $2\,030\,€$, ficaria com o rendimento global de $11\,970\,€$ $(14\,000\,€ - 2\,030\,€)$.

46. Capital depositado: $\underbrace{200 + 200 + \ldots + 200}_{20 \text{ anos}} =$
$= 200 \times 12 \times 20 = 48\,000\,€$;

juros:
$$\frac{0{,}08}{12} \times 20 + \frac{0{,}08}{12} \times 2 \times 200 + \ldots + \frac{0{,}08}{12} \times 240 \times 200 =$$
$$= \frac{0{,}08}{12} \times 200\left(1 + 2 + \ldots + 240\right) =$$
$$= \frac{0{,}08}{12} \times 200 \times \frac{1 + 240}{2} \times 240 = 38\,560\,€;$$
$48\,000\,€ + 38\,560\,€ = 86\,560\,€$

47.1.

Semestre	Capital inicial	Taxa de juro
1.º	3000 €	4%
2.º	3120 €	4,5%
3.º	3260,40 €	5%
4.º	3423,42 €	5,5%

Semestre	Juro	Capital acumulado
1.º	$3000 \times 0{,}04 = 120\,€$	$3120\,€$
2.º	$3120 \times 0{,}045 = 140{,}4\,€$	$3120 + 140{,}40 =$ $= 3260{,}40\,€$
3.º	$3260{,}40 \times 0{,}05 =$ $= 163{,}02\,€$	$3260{,}40 + 163{,}02 =$ $= 3423{,}42\,€$
4.º	$3423{,}42 \times 0{,}055 \approx$ $\approx 188{,}291\,€$	$3423{,}42 + 188{,}29 =$ $= 3611{,}71\,€$

47.2. Ao fim de 1 ano, o capital acumulado foi $3\,260{,}40\,€$.

47.3. $3\,611{,}71\,€ - 3\,000\,€ = 611{,}71\,€$

Ao fim de 2 anos, o juro gerado foi $611{,}71\,€$.

47.4. $3\,000\,€ \times 0{,}04 = 120\,€$; $3\,000\,€ \times 0{,}045 = 135\,€$;
$3\,000\,€ \times 0{,}05 = 150\,€$; $3\,000\,€ \times 0{,}055 = 165\,€$;
juro gerado $= 120\,€ + 135\,€ + 150\,€ + 165\,€ = 570\,€$

Pág. 79

48.1. $c_f = 25\,000\left(1 + \dfrac{0{,}02}{2}\right)^1 = 25\,250\,€$;

O cliente, ao fim de 6 meses, terá $25\,250\,€$ na sua conta.

48.2. $c_f = 25\,000\left(1 + \dfrac{0{,}02}{2}\right)^{2 \times \frac{3}{2}} = 25\,757{,}525\,€$;

O cliente, ao fim de 18 meses, terá $25\,757{,}53\,€$ na sua conta.

49. $12\,000 \times 0,12 = 1440\,€$

Ao fim do 1.º ano, a máquina desvalorizou 1 440 € passando a valer $12\,000\,€ - 1440\,€ = 10\,560\,€$;

$10\,560\,€ \times 0,15 = 1584\,€$

Ao fim do 2.º ano, a máquina desvalorizou 1 584 € passando a valer $10\,560\,€ - 1584\,€ = 8\,976\,€$;

$8\,976\,€ \times 0,30 = 2\,692,80\,€$

Ao fim do 3.º ano, a máquina desvalorizou 2 692,80 € passando a valer $8\,976\,€ - 2\,692,80\,€ = 6\,283,20\,€$;

$6\,283,20\,€ \times 0,30 = 1884,96\,€$

Ao fim do 4.º ano, a máquina desvalorizou 1 884,96 € passando a valer $6\,283,20\,€ - 1884,96\,€ = 4\,398,24\,€$.

Ano	Valor no início do ano	Desvalorização ao longo do ano	Percentagem de desvalorização relativamente ao valor da compra
1.º	12 000 €	1 440 €	12%
2.º	10 560 €	1 584 €	$100 - \frac{8\,976}{12\,000} \times 100 =$ $= 25,2\%$
3.º	8 976 €	2 692,80 €	$100 - \frac{6\,283,20}{12\,000} \times 100 =$ $= 47,64\%$
4.º	6 283,20 €	1 884,96 €	$100 - \frac{4\,398,24}{12\,000} \times 100 =$ $= 63,348\%$

50.1. $3\,000\,€ \times 0,18 = 540\,€$ juros por ano;

$540\,€ \times 5$ anos $= 2\,700\,€$ juros;

$3\,000\,€ + 2\,700\,€ = 5\,700\,€$ dívida;

$5\,700\,€ : (12 \times 5) = 95\,€$ logo, a prestação mensal vai ser $95\,€$.

50.2. Os juros pagos foram $2\,700\,€$.

Tarefas de aprofundamento

Pág. 80

1.1. a) Votos validamente expressos:

$4228 + 2285 + 4381 + 3349 + 2705 + 2673 + 1098 =$

$= 20719$; $\frac{20719}{2} = 10\,359,5$. Para alguma lista ter ganho por maioria absoluta na primeira volta teria que ter, no mínimo, 10 360 votos, o que não ocorreu. Foram à segunda volta as listas *A* e *F*.

b) Maioria simples.

1.2. Inicialmente usavam o sistema de maioria simples. Atualmente, usam o sistema de maioria absoluta.

1.3. Sistema eleitoral de maioria absoluta.

Pág. 81

2.1. a)

Confrontos		Pontuação	Vencedor
A *vs* B	A	$170 + 110 + 30 = 310$	A
	B	$120 + 100 + 50 = 270$	
A *vs* C	A	$170 + 120 + 110 + 30 = 430$	A
	C	$100 + 50 = 150$	
A *vs* D	A	$170 + 110 + 30 = 310$	A
	D	$120 + 100 + 50 = 270$	
A *vs* E	A	$170 + 110 + 30 = 310$	A
	E	$120 + 100 + 50 = 270$	
B *vs* C	B	$120 + 110 + 50 = 280$	C
	C	$170 + 100 + 30 = 300$	
B *vs* D	B	$120 + 110 + 50 = 280$	D
	D	$170 + 100 + 30 = 300$	
B *vs* E	B	$120 + 110 + 30 = 260$	E
	E	$170 + 100 + 50 = 320$	
C *vs* D	C		D
	D	$170 + 120 + 110 + 100 + 50 + 30$ $= 580$	
C *vs* E	C	$100 + 30 = 130$	E
	E	$170 + 120 + 110 + 50 = 450$	
D *vs* E	D	$170 + 100 + 30 = 300$	D
	E	$120 + 110 + 50 = 280$	

O vencedor é o André e é um vencedor Condorcet.

b) André: $170 \times 5 + 120 \times 2 + 110 \times 5 + 100 \times 1 +$ $+ 50 \times 1 + 30 \times 5 = 1940$ pontos;

Beatriz:
$170 \times 1 + 120 \times 5 + 110 \times 4 + 100 \times 2 + 50 \times 4 + 30 \times 2 =$ $= 1670$ pontos;

Catarina: $170 \times 2 + 120 \times 1 +$ $+ 110 \times 1 + 100 \times 4 + 50 \times 2 + 30 \times 3 = 1160$ pontos;

Dinis: $170 \times 4 + 120 \times 3 + 110 \times 2 + 100 \times 5 + 50 \times 3 +$ $+ 30 \times 4 = 2030$ pontos;

Emília: $170 \times 3 + 120 \times 4 +$ $+ 110 \times 3 + 100 \times 3 + 50 \times 5 + 30 \times 1 = 1900$ pontos.

Aplicando o método de Borda, o Dinis é o vencedor e o André fica em 2.º. Pelo método de Condorcet, o André é vencedor e o Dinis fica em 2.º lugar.

Pág. 82

3. *A*: $1 + 1 = 2$, *B*: 1; vence *A*;

A: 1, *C*: $1 + 1 = 2$; vence *C*;

B: $1 + 1 = 2$, *C*: 1 vence *B*.

Logo, *A* vence *B*, *B* vence *C*, mas *A* não vence *C*. Logo, esta eleição não respeita a lei da transitividade.

Pág. 83

4.1. a)

Ordem de preferência	Número de votos			
	700	**250**	**1100**	**1345**
1.ª	B	B	A	C
2.ª	A	C	C	A
3.ª	C	A	B	B

$700+250+1100+1345=3\,395$;

votaram 3395 associados.

b) $5\,200-3\,395=1085$; $\frac{1805}{34,7}\approx 34,7\%$; (D)

c) Método da pluralidade:

1.ª preferência *B*: $700+250=950$, *A*: 1100, *C*: 1345

Pelo método da pluralidade vence *C*.

Método *run-off standard*: $\frac{3\,345}{2}=1697,5$

Nenhum candidato tem a maioria absoluta na primeira preferência. Elimina-se *B* que tem menos votos. 1.ª preferência: *A*: $700+1100=1800$, *C*: $250+1345=1595$. Pelo método *run-off standard* vence *A*. Método *run-off* sequencial: 1.ª preferência o menos votado é o B, logo é eliminado. A 1.ª preferência, agora entre *A* e *C*: *A* tem 180 votos e *C* tem 1595 votos. Pelo método run-off sequencial vence *A*. Método de borda:

A: $700\times2+250\times1+1100\times3+1345\times2=7\,640$,

B: $700\times3+250\times3+1100\times1+1345\times1=5\,295$,

C: $700\times1+250\times2+1100\times2+1345\times3=7\,435$.

O candidato vencedor é o *A*.

Método Condorcet:

Confrontos	Pontuação		Vencedor
A *vs* B	A	$1100+1345=2\,445$	A
	B	$700+250=950$	
A *vs* C	A	$700+1100=1800$	A
	C	$250+1345=1595$	
B *vs* C	B	$700+250=950$	C
	C	$1100+1345=2\,445$	

O candidato vencedor é o *A*.

Método	Candidato vencedor
Pluralidade	C
Run-off Standard	A
***Run-off* Sequencial**	A
Borda	A
Condorcet	A

4.2. Pluralidade:

n.º de votos na 1.ª preferência: *P*: 12, *C*: 8, *B*: 10, *S*: 10; vence o método da pluralidade.

Run-off sequencial: $12+10+8=40$; $40:2=20$; na 1.ª preferência nenhum candidato obteve a maioria absoluta, isto é, nenhum candidato obteve, pelo menos, 21 votos, reordena-se a tabela com os 3 mais votados, neste caso *P*, *B* e *S*.

Preferências	Votos			
	12	**8**	**10**	**10**
1.ª	P	B	B	S
2.ª	S	S	S	P
3.ª	B	P	P	B

N.º de votos na 1.ª preferência, *P*: 12, *B*: $8+10=18$, *S*: 10.

Como não houve maioria absoluta, elimina-se o candidato menos votado, ou seja, *S*. Reordena-se a tabela:

Preferências	Votos			
	12	**8**	**10**	**10**
1.ª	P	B	B	P
2.ª	B	P	P	B

Então, *P*: $12+10=22$ votos, *B*: $8+10=18$ votos.

Vence o método da pluralidade.

Método de Borda:

P: $12\times4+8\times1+10\times2+10\times2=96$ pontos;

S: $12\times3+8\times2+10\times3+10\times4=122$ pontos;

B: $12\times2+8\times3+10\times4+10\times1=98$ pontos;

C: $12\times1+8\times4+10\times1+10\times3=84$ pontos.

Vence o método *run-off* sequencial.

Método de Condorcet:

Confrontos	Pontuação		Vencedor
P *vs* S	P	12	S
	S	$8+10+10=28$	
P *vs* B	P	$12+10=22$	P
	B	$8+10=18$	
P *vs* C	P	$12+10=22$	P
	C	$8+10=18$	
S *vs* B	S	$12+10=22$	S
	B	$8+10=18$	
S *vs* C	S	$12+10+10=32$	S
	C	8	
B *vs* C	B	$12+10=22$	B
	C	$8+10=18$	

Vence o método *run-off* sequencial.

Pág. 84

1.1. Depois de introduzidas as votações dos candidatos A, B e C, calcula-se metade da soma desses votos e soma-se 1 para se descobrir o número de votos necessários para atingir a maioria absoluta. No final, apresenta-se esse valor.

1.2.

```
vA=2520
vB=3240
vC=2000
ma=int((vA+vB+vC)/2)+1
print(ma)
```

```
3881
```

3881 votos

1.3.

```
vA=2520
vB=3240
vC=2000
ma=float((vA+vB+vC)/2)+1
print(ma)
```

```
3881.0
```

O número procurado passa a ser um número real e não um número natural.

Pág. 85

1.4.

```
vA=int(input("Quantos votos teve o candidato A?"))
vB=int(input("Quantos votos teve o candidato B?"))
vC=int(input("Quantos votos teve o candidato C?"))
ma=int((vA+vB+vC)/2)+1
print(ma)
```

```
Quantos votos teve o candidato A?2520
Quantos votos teve o candidato B?3240
Quantos votos teve o candidato C?2000
3881
```

O programa passa a perguntar o número dos votos em cada candidato.

2.1. Se o número de votos no candidato A for superior ou igual ao número que dá a maioria absoluta é dito que o candidato A obteve a maioria absoluta; senão, se o candidato B tiver obtido essa maioria absoluta, é dito; senão, se o candidato C tiver obtido essa maioria absoluta, é dito; caso contrário, é dito que nenhum candidato obteve a maioria absoluta.

2.2.

```
vA=int(input("Quantos votos teve o candidato A?"))
vB=int(input("Quantos votos teve o candidato B?"))
vC=int(input("Quantos votos teve o candidato C?"))
ma=int((vA+vB+vC)/2)+1
print(ma)
if vA>=ma:
  print("O candidato A obteve maioria absoluta com",vA,"votos.")
elif vB>=ma:
  print("O candidato B obteve maioria absoluta com",vB,"votos.")
elif vC>=ma:
  print("O candidato C obteve maioria absoluta com",vC,"votos.")
else:
  print("Nenhum dos candidatos obteve maioria absoluta.")
```

```
Quantos votos teve o candidato A?2520
Quantos votos teve o candidato B?3240
Quantos votos teve o candidato C?2000
3881
Nenhum dos candidatos obteve maioria absoluta.
```

3.1.

```
vA=int(input("Quantos votos teve o candidato A?"))
vB=int(input("Quantos votos teve o candidato B?"))
vC=int(input("Quantos votos teve o candidato C?"))
ma=int((vA+vB+vC)/2)+1
print(ma)
if vA>=ma:
  print("O candidato A obteve maioria absoluta com",vA,"votos.")
elif vB>=ma:
  print("O candidato B obteve maioria absoluta com",vB,"votos.")
elif vC>=ma:
  print("O candidato C obteve maioria absoluta com",vC,"votos.")
else:
  print("Nenhum dos candidatos obteve maioria absoluta.")
```

```
Quantos votos teve o candidato A?3881
Quantos votos teve o candidato B?3240
Quantos votos teve o candidato C?2000
4561
Nenhum dos candidatos obteve maioria absoluta.
```

3.2. 5241 – 2520 = 2721 votos. Mais 2721 votos.

```
vA=int(input("Quantos votos teve o candidato A?"))
vB=int(input("Quantos votos teve o candidato B?"))
vC=int(input("Quantos votos teve o candidato C?"))
ma=int((vA+vB+vC)/2)+1
print(ma)
if vA>=ma:
  print("O candidato A obteve maioria absoluta com",vA,"votos.")
elif vB>=ma:
  print("O candidato B obteve maioria absoluta com",vB,"votos.")
elif vC>=ma:
  print("O candidato C obteve maioria absoluta com",vC,"votos.")
else:
  print("Nenhum dos candidatos obteve maioria absoluta.")
```

```
Quantos votos teve o candidato A?5240
Quantos votos teve o candidato B?3240
Quantos votos teve o candidato C?2000
5241
Nenhum dos candidatos obteve maioria absoluta.
```

```
vA=int(input("Quantos votos teve o candidato A?"))
vB=int(input("Quantos votos teve o candidato B?"))
vC=int(input("Quantos votos teve o candidato C?"))
ma=int((vA+vB+vC)/2)+1
print(ma)
if vA>=ma:
  print("O candidato A obteve maioria absoluta com",vA,"votos.")
elif vB>=ma:
  print("O candidato B obteve maioria absoluta com",vB,"votos.")
elif vC>=ma:
  print("O candidato C obteve maioria absoluta com",vC,"votos.")
else:
  print("Nenhum dos candidatos obteve maioria absoluta.")
```

```
Quantos votos teve o candidato A?5241
Quantos votos teve o candidato B?3240
Quantos votos teve o candidato C?2000
5241
O candidato A obteve maioria absoluta com 5241 votos.
```

Pág. 86

1.1. 1018,50 € e 1037 €

1.2. $c_f = c_i + n \times c_i \times r$

1.3. Depois de se introduzir o valor do capital inicial, c_i, e taxa de juro simples anual, r, determina e diz o capital final acumulado, c_f, em euros ao fim de 2 anos.

1.4.

```
ci=1000      #capital inicial
r=0.0185     #taxa de juro anual
n=1          #número de capitalizações
cf=ci+n*ci*r
print('O capital final é: ',cf,'€.')
```

```
O capital final é:  1018.5 €.
```

O capital final, em euros, de um capital inicial de 1000 €, com taxa de juro simples anual de 1,85%, ao final de um ano, é 1018,50 €.

1.5. **a)**

```
ci=1000      #capital inicial
r=0.0185     #taxa de juro anual
n=3          #número de capitalizações
cf=ci+n*ci*r
print('O capital final é: ',cf,'€.')
```

```
O capital final é:  1055.5 €.
```

1055,50 €

b)

```
ci=1000      #capital inicial
r=0.0185     #taxa de juro anual
n=10         #número de capitalizações
cf=ci+n*ci*r
print('O capital final é: ',cf,'€.')
```

```
O capital final é:  1185.0 €.
```

1185 €

Pág. 87

1.6.

a) Mudando o valor de n de 1 a 10 obtém-se os resultados pedidos:
1018,50 € , 1037 € , 1055,50 € , 1074 € , 1092,50 € , 1111 € , 1129,5 € , 1148 € , 1166,50 € e 1185 € .

b)

```
ci=1000   #capital inicial
r=0.0185  #taxa de juro anual
n=10      #número de capitalizações
for i in range(1,n+1):
  cf=ci+i*ci*r
  print('ocapital final de',n,'ano(s) é:',cf,'€.')
```

```
ocapital final de 10 ano(s) é: 1018.5 €.
ocapital final de 10 ano(s) é: 1037.0 €.
ocapital final de 10 ano(s) é: 1055.5 €.
ocapital final de 10 ano(s) é: 1074.0 €.
ocapital final de 10 ano(s) é: 1092.5 €.
ocapital final de 10 ano(s) é: 1111.0 €.
ocapital final de 10 ano(s) é: 1129.5 €.
ocapital final de 10 ano(s) é: 1148.0 €.
ocapital final de 10 ano(s) é: 1166.5 €.
ocapital final de 10 ano(s) é: 1185.0 €.
```

2.1. $n+1$

2.2.

```
ci=1000 #valor inicial
r=0.015 #taxa de juro anual
n=24 #número de períodos de capitalização
for i in range(1,n+1):
  cf=ci*(1+r/12)**i
  print("O valor final ao fim de ",i," meses é:", round(cf,2) ,"€.")
```

```
O valor final ao fim de  1  meses é: 1001.25 €.
O valor final ao fim de  2  meses é: 1002.5 €.
O valor final ao fim de  3  meses é: 1003.75 €.
O valor final ao fim de  4  meses é: 1005.01 €.
O valor final ao fim de  5  meses é: 1006.27 €.
O valor final ao fim de  6  meses é: 1007.52 €.
O valor final ao fim de  7  meses é: 1008.78 €.
O valor final ao fim de  8  meses é: 1010.04 €.
O valor final ao fim de  9  meses é: 1011.31 €.
O valor final ao fim de  10  meses é: 1012.57 €.
O valor final ao fim de  11  meses é: 1013.84 €.
O valor final ao fim de  12  meses é: 1015.1 €.
O valor final ao fim de  13  meses é: 1016.37 €.
O valor final ao fim de  14  meses é: 1017.64 €.
O valor final ao fim de  15  meses é: 1018.91 €.
O valor final ao fim de  16  meses é: 1020.19 €.
O valor final ao fim de  17  meses é: 1021.46 €.
O valor final ao fim de  18  meses é: 1022.74 €.
O valor final ao fim de  19  meses é: 1024.02 €.
O valor final ao fim de  20  meses é: 1025.3 €.

O valor final ao fim de  21  meses é: 1026.58 €.
O valor final ao fim de  22  meses é: 1027.86 €.
O valor final ao fim de  23  meses é: 1029.15 €.
O valor final ao fim de  24  meses é: 1030.44 €.
```

2.3.

Situação 1:

```
ci=1100 #valor inicial
r=0.015 #taxa de juro anual
n=120 #número de períodos de capitalização
for i in range(1,n+1):
  cf=ci*(1+r/12)**i
print("O valor final ao fim de ",i," meses é:", round(cf,2) ,"€.")
```

```
O valor final ao fim de  120  meses é: 1277.9 €.
```

Situação 2:

```
ci=1000 #valor inicial
r=0.03 #taxa de juro anual
n=120 #número de períodos de capitalização
for i in range(1,n+1):
  cf=ci*(1+r/12)**i
print("O valor final ao fim de ",i," meses é:", round(cf,2) ,"€.")
```

```
O valor final ao fim de  120  meses é: 1349.35 €.
```

Situação 2. $1349{,}35\ € > 1277{,}90\ €$

Avaliação global 1

Pág. 88

1.1. Total de votos $= 40+68+81=189$;
$\frac{40}{189} \approx 0{,}2116 = 21{,}16\%$ (B)

1.2. $\frac{189}{2} = 94{,}5$ (B)

2.1. (A)

2.2. Jogo A: $5+4+2+5+1+3=20$; Jogo B: $1+2+4+4+5+1=17$; Jogo C: $4+3+5+3+3+4=22$; Jogo D: $3+5+3+2+4+2=19$; Jogo E: $2+1+1+1+2+5=12$ (C)

2.3. Jogo A: $4+3+2+4+1+2=16$; Jogo C: $3+2+4+3+3+3=18$; Jogo D: $2+4+3+2+4+1=16$; Jogo E: $1+1+1+1+2+4=10$ (B)

Pág. 89

3.1. (B)

Candidatos	Votos	Divisores 1	2	3	4	5	6
A	400	400	200	133,3	100	80	66,7
B	800	800	400	266,7	200	160	133,3
C	104	104	52	34,7	26	20,8	17,3
D	96	96	48	32	24	19,2	16

3.2. (B)

4. Valor hora: $=\dfrac{820\,€\times 12}{52\times 40}\approx 4,73\,€$ (A)

5. $1000\,€$; com capitalização de juros; 2% anual;

3 anos; $c_f = 1000(1+0,02)^3 = 1061,208\,€$ (C)

6. 24 320 €; 5.º escalão;
$20\,700\,€\times 0,2161 = 4\,473,27\,€$;
$24\,320\,€ - 20\,700\,€ = 3\,620\,€$;
$3\,620\,€\times 0,35 = 1267\,€$;

valor pago de IRS:
$4\,473,27\,€ + 1267\,€ = 5\,740,27\,€$ (B)

Avaliação global 2

Pág. 90

1.1. O candidato vencedor foi o Matias porque obteve $18+12=30$ votos como 1.ª preferência.

1.2. Clara: $14\times 3+18\times 2+9\times 2+12\times 1+5\times 2=118$;
Diogo: $14\times 2+18\times 1+9\times 3+12\times 2+5\times 3=112$;
Matias: $14\times 1+18\times 3+9\times 1+12\times 3+5\times 1=118$
pontos. Pelo método de Borda há um empate entre a Clara e o Matias.

2.1.

Departamento	N.º de professores	Divisores 1	2	3	4	5
Ciências Experimentais	30	30	15	10	7,5	6
C. Soc. Hum.	12	12	6	4	3	2,4
Expressões	8	8	4	2,7	2	1,6
Línguas	18	18	9	6	4,5	3,6
Matemática e Informática	22	22	11	7,3	5,5	4,4

Ciências Experimentais: 4 *tablets*; Matemática e Informática: 3 *tablets*; Ciências Sociais e Humanas: 2 *tablets*; Línguas: 2 *tablets*; Expressões: 1 *tablet*.

2.2.

Departamento	N.º de professores	Divisores 1	3	5	7	9
Ciências Experimentais	30	30	10	6	4,3	3,3
C. Soc. Hum.	12	12	4	2,4	1,7	1,3
Expressões	8	8	2,7	1,6	1,1	0,9
Línguas	18	18	6	3,6	2,6	2
Matemática e Informática	22	22	7,3	4,4	3,1	2,4

Ciências Experimentais: 4 *tablets*; Matemática e Informática: 3 *tablets*; Ciências Sociais e Humanas: 2 *tablets*; Línguas: 2 *tablets*; Expressões: 1 *tablet*.

3. x : salário-base da Marisa; $x\times 0,11 = 111,10\,€ \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x = \dfrac{111,10}{0,11} \Leftrightarrow 1010\,€$; salário líquido =

$= 1010\,€ - 98,56\,€ - 11,0\,€ + 132\,€ = 932,34\,€$.

A Marisa recebe líquido 932,34 €.

Pág. 91

4. A solução mais rentável é a proposta do Banco *S*. Apesar do regime de capitalização ser simples, a taxa de juro é maior no Banco *S* e como vemos nos cálculos efetuados o ganho é maior. Analisando a folha de cálculo conclui-se que seriam necessários, pelo menos, 60 anos para que a proposta do Banco *C* fosse mais rentável.

		Banco S	**Banco C**
		Capital inicial: 2000 €	
		Taxa de juro anual: 2,4%	Taxa de juro anual: 1,5%
		Juro simples	Juro composto
		Capital final (€):	
Prazo (em anos)	1	2048	2030
	2	2096	2060,45
	5	2240	2154,568008
	10	2480	2321,08165
	20	2960	2693,710013
	30	3440	3126,160441
	40	3920	3628,036817
	50	4400	4210,484841
	59	4832	4814,226159
	60	4880	4886,439551
	70	5360	5670,912588
	80	5840	6581,325574

5.1. $c_f = 10\,000\,€\left(1+\dfrac{0,036}{2}\right)^{2\times 1} = 10\,363,24\,€$;

ao fim de 1 ano, o capital final é $10\,363,24\,€$.

5.2. $c_f = 10\,000\,€\left(1+\dfrac{0,036}{4}\right)^{4\times 1} \approx 10\,364,89\,€$;

ao fim de 1 ano, o capital final é $10\,364,89\,€$.

6. $15\,000\,€ + 2\,244,81\,€ = 17\,244,81\,€$;

O MTIC do empréstimo é $17\,244,81\,€$.

Questões tipo exame

Pág. 93

1.1. 1.ª preferência: "Homem-Aranha": $10+13=23$ votos; "Velocidade Furiosa": $8+15=23$ votos; "O Hobbit": 6 votos; "Guerra das Estrelas": 14 votos.

1.2. $66:2=33$. Como nenhum dos filmes obteve a maioria absoluta, elimina-se o filme menos votado, ou seja, "O Hobbit".

Preferência	Voto		
1.ª	Homem--Aranha	Velocidade Furiosa	Homem--Aranha
2.ª	Velocidade Furiosa	Guerra das Estrelas	Velocidade Furiosa
3.ª	Guerra das Estrelas	Homem--Aranha	Guerra das Estrelas
Total de votos	10	8	13

Preferência	Voto		
1.ª	Homem--Aranha	Velocidade Furiosa	Guerra das Estrelas
2.ª	Guerra das Estrelas	Guerra das Estrelas	Homem--Aranha
3.ª	Velocidade Furiosa	Homem--Aranha	Velocidade Furiosa
Total de votos	6	15	14

1.ª preferência: "Homem-Aranha": $10+13+6=29$ votos; "Velocidade Furiosa": $8+15=23$ votos; "Guerra das Estrelas": 14 votos. Como nenhum dos filmes obteve a maioria absoluta, elimina-se o filme menos votado, ou seja, "Guerra das Estrelas".

Preferência	Voto		
1.ª	Homem--Aranha	Velocidade Furiosa	Homem--Aranha
2.ª	Velocidade Furiosa	Homem--Aranha	Velocidade Furiosa
Total de votos	10	8	13

Preferência	Voto		
1.ª	Homem--Aranha	Velocidade Furiosa	Homem--Aranha
2.ª	Velocidade Furiosa	Homem--Aranha	Velocidade Furiosa
Total de votos	6	15	14

1.ª preferência: "Homem-Aranha": $10+13+6+14=43$ votos;

"Velocidade Furiosa": $8+15=23$ votos.

O filme que será visionado no polivalente na escola é "Homem-Aranha".

1.3. Homem-Aranha:
$10\times4+8\times2+13\times4+6\times3+15\times1+14\times3=183$ pontos;

O Hobbit:
$10\times3+8\times1+13\times2+6\times4+15\times3+14\times2=161$ pontos;

Velocidade Furiosa:
$10\times2+8\times4+13\times3+6\times1+15\times4+14\times1=171$ pontos;

Guerra das Estrelas:
$10\times1+8\times3+13\times1+6\times2+15\times2+14\times4=145$ pontos.

O filme vencedor, utilizando o método de Borda, é o "Homem-Aranha" tal como aconteceu na alínea anterior.

1.4. $100\%-7\%=93\%$;

$$\begin{array}{l} 66 \text{——} 93\% \\ x \text{——} 100\% \end{array} ;\ x=\frac{100\times66}{93} \Leftrightarrow x\approx71$$

71 alunos frequentam o 10.º ano de escolaridade.

Pág. 95

2.1. $8500\times0{,}648\%=8500\times0{,}006\,48=55{,}08$ €

2.2. $8500\times6\times1{,}548\%=8500\times6\times0{,}015\,48=789{,}48$ €

2.3. $8500\times6\times2{,}15\%=8500\times6\times0{,}0215=1096{,}50$ €

3.1. IRS: $1481{,}82\text{ €}\times0{,}185\approx274{,}14\text{ €}$;

SS: $1431{,}2\text{ €}\times0{,}11\approx163{,}00\text{ €}$;

IRS(s):
$1481{,}82\text{ €}-274{,}14\text{ €}-163{,}00\text{ €}-485\text{ €}=559{,}68\text{ €}$
$559{,}68\text{ €}\times0{,}035\approx19{,}59\text{ €}$

Descontos:	
IRS(s)	19,59 €
IRS	274,14 €
SS	163,00 €
Total de descontos: 456,73 €	

Total a receber: $1572{,}75\text{ €}-456{,}73\text{ €}=1116{,}02\text{ €}$

3.2. Salário-base: 750 €; SS: $750\text{ €}\times0{,}11=82{,}50\text{ €}$; IRS: $750\text{ €}\times0{,}185=138{,}75\text{ €}$; IRS(s): $750\text{ €}-138{,}75\text{ €}-82{,}50\text{ €}-485\text{ €}=43{,}75\text{ €}$; $43{,}75\text{ €}\times0{,}035\approx1{,}53\text{ €}$; total de descontos: $82{,}50\text{ €}+138{,}75\text{ €}+1{,}53\text{ €}=222{,}79\text{ €}$; total de abonos: $750\text{ €}+90{,}93\text{ €}=840{,}93\text{ €}$; vencimento total a receber: $840{,}93\text{ €}-222{,}78\text{ €}=618{,}15\text{ €}$.

Pág. 97

Problema:

A curto prazo, até nove anos, a melhor proposta é a proposta 1. A partir daí as propostas 2 e 3 são melhores que a proposta 1 sendo que a proposta 3 é sempre melhor que a proposta 2.

		Proposta 1	**Proposta 2**	**Proposta 3**
		Capital inicial: 1200 €		
		Taxa de juro anual: 2,3%	Taxa de juro anual: 2,15%	Taxa de juro anual: 2,15%
		Juro simples	Juro composto	Juro composto (capitalizações semestrais)
		Capital final (€):		
Prazo (em anos)	1	1228,2	1225,8	1225,938675
	2	1256,4	1252,1547	1252,438029
	3	1284,6	1279,076026	1279,510182
	4	1312,8	1306,576161	1307,167514
	5	1341	1334,667548	1335,422675
	6	1369,2	1363,3629	1364,288587
	7	1397,4	1392,675203	1393,778452
	8	1425,6	1422,61772	1423,905758
	9	1453,8	1453,204001	1454,684282
	10	1482	1484,447887	1486,128101
	11	1510,2	1516,363516	1518,251595
	12	1538,4	1548,965332	1551,069458